Russia. Tsentral'nyi statisticheskii komitet.
" Временникъ...

ВРЕМЕННИКЪ
ЦЕНТРАЛЬНАГО СТАТИСТИЧЕСКАГО КОМИТЕТА
МИНИСТЕРСТВА ВНУТРЕННИХЪ ДѢЛЪ.
№ 21. 1891.

ОСНОВАНІЯ РАСЧЕТОВЪ
ПО ПУБЛИЧНЫМЪ ЗАЙМАМЪ

ГОСУДАРСТВЕННЫМЪ, ГОРОДСКИМЪ, ЖЕЛѢЗНОДОРОЖНЫМЪ, ИПОТЕЧНЫМЪ И. Т. П.

И. И. КАУФМАНА,

СТАРШАГО РЕДАКТОРА ЦЕНТРАЛЬНАГО СТАТИСТИЧЕСКАГО КОМИТЕТА.

ЦЕНТРАЛЬНЫЙ СТАТИСТИЧЕСКІЙ КОМИТЕТЪ
МИНИСТЕРСТВА ВНУТРЕННИХЪ ДѢЛЪ.

С.-ПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія В. Безобразова и К°.
(Вас. Остр., 8 л., д. № 43).

1891.

ОСНОВАНІЯ РАСЧЕТОВЪ

ПО ПУБЛИЧНЫМЪ ЗАЙМАМЪ

ГОСУДАРСТВЕННЫМЪ, ГОРОДСКИМЪ, ЖЕЛѢЗНОДОРОЖНЫМЪ, ИПОТЕЧНЫМЪ И Т. П.

И. И. КАУФМАНА.

С.-ПЕТЕРБУРГЪ.

—

1891.

ОГЛАВЛЕНІЕ.

Страницы.

Предисловіе . . . . . IX — XII

Краткій списокъ важнѣйшихъ алгебраическихъ символовъ, обозначающихъ главные элементы объясняемыхъ въ настоящей книгѣ понятій . . XIII

РАЗДѢЛЪ ПЕРВЫЙ.

Элементарныя основанія расчетовъ по публичнымъ займамъ.

Глава I. **Основныя понятія.** § 1. Существо сложныхъ процентовъ; „наросшая" стоимость капитала; сложно-процентный множитель (стр. 1 — 2). § 2. „Наличная" (учтенная или дисконтированная) стоимость; сложно-учетный множитель (стр. 2). § 3. Вспомогательныя таблицы для вычисленія сложныхъ процентовъ (2—3). § 4. Выраженія процентовъ, наросшихъ и учтенныхъ на единицу капитала (3) . . . . . *Стр.* 1—3

Глава I. **Ежесрочныя суммы.** § 5. Существо ежесрочныхъ суммъ и условія ихъ историческаго развитія (стр. 4 — 5). § 6. Выраженіе наросшей стоимости ежесрочной единицы (4 — 6). § 7. Общій погасительный множитель (6—7). § 8. Наличная (капитализованная или дисконтированная) стоимость ежесрочной единицы (7—11). § 9. Общее выраженіе аннюитета или ежесрочной суммы для интересовъ и погашенія по единицѣ капитала (11—12) . . . . . *Стр.* 4—12

Глава III. **Элементарныя формулы уплатъ изъ ежесрочной единицы.** § 10. Коренныя основанія вычисленій по публичнымъ займамъ (стр. 12—13). § 11. Простѣйшій типъ этихъ займовъ (13—14). § 12. Ходъ погашенія, наростающаго сложными процентами, и выраженія погашеній разныхъ единицъ времени (14—15). § 13. Части ежесрочной единицы, расходуемыя въ разныя единицы времени на уплату интересовъ (16). § 14. Вытекающія изъ данныхъ опредѣленій дальнѣйшія выраженія (16). *Стр.* 12—16

Глава IV. **Элементарныя формулы уплатъ изъ ежесрочной единицы** (*окончаніе*). § 15. Вычисленіе итога произведенныхъ погашеній (стр. 16—17). § 16. Вычисленіе итога предстоящихъ погашеній или состоянія непогашенной части долга (17—18). § 17. Вычисленіе итога произведенныхъ расходовъ на уплату интересовъ по долгу (18). § 18. Выраженіе итога остающихся (предстоящихъ) расходовъ на уплату интересовъ по долгу (18). § 19. Вычисленіе капитализованной стоимости уплатъ въ счетъ интересовъ по долгу (18—19). § 20. Вычисленіе капитализованной стоимости уплатъ въ счетъ погашенія долга (19—20). § 21. Капитализованная стоимость всѣхъ уплатъ по долгу (20). § 22. Задача о замѣнѣ купоннаго налога равноцѣнною неизмѣняющеюся ежесрочною суммою (20—22). *Стр.* 16—22

Глава V. **Уплаты по капиталу долга, равному единицѣ.** § 23. Составъ ежесрочнаго платежа для интересовъ и погашенія по капиталу долга, равному единицѣ (22). § 24. Выраженія погашеній разныхъ единицъ времени (22). § 25. Выраженіе итога произведенныхъ погашеній (23). § 26. Выраженіе остатка непогашеннаго долга (23). § 27. Выра-

женіе расхода на уплату интересовъ (23—4). §§ 28—30. Выраженія капитализованной стоимости уплатъ въ счетъ интересовъ и въ счетъ погашенія (24—25). § 31. Выраженіе срочной суммы, равноцѣнной капитализованной стоимости уплатъ въ счетъ интересовъ по капиталу долга, равному единицѣ, могущей замѣнить купонный налогъ (25). *Стр.* 22—25

Глава VI. **Формулы сроковъ публичныхъ долговъ.** § 32. Вычисленіе срока погашенія всего долга (стр. 26). § 33. Вычисленіе срока погашенія $\frac{1}{q}$-ой части долга (26). § 34. Вычисленіе срока погашенія половины долга (27). § 35. Вычисленіе срока погашенія $\frac{1}{q}$-ой части остатка непогашеннаго къ данному времени долга (27). *Стр.* 26—27

Глава VII. **Вычисленіе роста, уплачиваемаго по займу.** § 36. Простѣйшіе пріемы этого вычисленія . . . . . *Стр.* 28—30

Глава VIII. **Сроки, состоящіе изъ цѣлыхъ единицъ времени и дробной ихъ части.** § 37. Выраженіе наличной стоимости срочной единицы при такомъ срокѣ *Стр.* 30—31

Глава IX. **Общій сводъ простѣйшихъ формулъ.** § 38. Цѣль свода (стр. 31—32). § 39. Основное равенство для вывода простѣйшихъ элементовъ и выраженія этихъ элементовъ (32—33). § 40. Постоянныя отношенія между коренными элементами (33). § 41. Формулы состоянія капитала долга (34). § 42. Формулы интересовъ (35). § 43. Формулы по погашенію (36). § 44. Формулы капитализованной стоимости уплатъ интересовъ и погашенія (37). § 45. Формулы сроковъ (37 — 38). Вычисленіе роста; поправка Томана; таблица Ашара (38—43) . . . . . *Стр.* 31—43

Глава X. **Видоизмѣненія простѣйшихъ общихъ формулъ отъ измѣненія ихъ исходныхъ основаній. А. Вычисленія при производствѣ срочныхъ уплатъ въ началѣ, а не въ концѣ всякой единицы времени.** § 47. Ходъ нарастанія сложныхъ процентовъ при ихъ начисленіи въ началѣ всякой единицы времени (44—45). § 48. Возникающіе оттого изъ одного и того же роста различные процентные множители (45—46). § 49. Эквивалентные (равноцѣнные) процентные множители (46). § 50. Эквивалентныя выраженія наличной и нарощей стоимости капитала и срочной суммы при ея уплатѣ въ началѣ и въ концѣ всякой единицы времени (46—47). § 51. Выраженія наличной и нарощей стоимости капитала и срочной суммы независимо отъ условія эквивалентности (47). § 52. Выраженіе нарощей стоимости срочной единицы при уплатѣ ея въ началѣ всякой единицы времени (47—48). § 53. Выраженіе наличной стоимости срочной единицы при томъ-же условіи (48). § 54. Выраженіе наличной стоимости всякой срочной суммы при томъ-же условіи (48). § 55. Распредѣленіе срочной суммы по ея составу между интересами и погашеніемъ при томъ-же условіи; выраженія погашеній (48—49). § 56. Выраженіе итога погашеній (50). § 57. Выраженіе остатка непогашеннаго долга (50). § 58. Выраженіе причитающихся интересовъ (50). § 59. Формула срока (50). § 60. Выраженіе роста (50) . . . . . *Стр.* 44—50

Глава XI. **Видоизмѣненіе простѣйшихъ общихъ формулъ отъ измѣненія ихъ исходныхъ основаній. Б. Вычисленія съ срочными суммами, отсроченными и досрочными.** § 61. Существо срочныхъ суммъ, отсроченныхъ и досрочныхъ (51). § 62. Выраженіе наличной стоимости срочной суммы отсроченной (51—52). § 63. Выраженіе наличной стоимости безсрочной срочной суммы, когда она отсроченная (52). § 64. Выраженіе наличной стоимости срочной суммы досрочной (53). § 65. Общее выраженіе наличной стоимости всякой срочной суммы простой (немедленной), отсроченной и досрочной (53). . . . . *Стр.* 51—53

Глава XII. **Видоизмѣненіе простѣйшихъ общихъ формулъ отъ измѣненія ихъ исходныхъ основаній. В. Вычисленія съ срочными суммами, измѣняющимися въ геометрической и ариѳметической прогрессіяхъ.** § 66. Измѣненія въ условіи постоянства срочной суммы (стр. 54). § 67. Наличная стоимость срочной суммы, измѣняющейся въ геометрической прогрессіи (54—55). § 68. Наличная стоимость срочной суммы, измѣняющейся въ порядкѣ натуральныхъ чиселъ (55—57). § 69. Тождество этой стоимости съ итогомъ учтенной наличной стоимости n срочныхъ единицъ, сроки конхъ

представляютъ прогрессію, измѣняющуюся въ порядкѣ натуральныхъ чиселъ (55 — 56, въ примѣчаніи). § 70. Общее выраженіе наличной стоимости ежесрочной суммы, измѣняющейся въ порядкѣ арифметической прогрессіи (57—58). § 71. Особенности этого выраженія (58—59). § 72. Другое выраженіе той-же стоимости (59). § 73. Наросшая стоимость ежесрочной суммы, измѣняющейся въ порядкѣ арифметической прогрессіи (58—60). § 74. Выраженія ежесрочной суммы въ разныя единицы времени (60). § 75. Выраженія остатка непогашеннаго капитала въ разныя единицы времени (60). § 76. Формула ежесрочной суммы, выраженной чрезъ первоначальный капиталъ и прочіе элементы (60 — 61). § 77. Выраженіе разности арифметической прогрессіи, въ коей измѣняется ежесрочная сумма (61). § 78. Выраженія погашеній разныхъ единицъ времени (61 — 62). § 79. Выраженіе итога произведенныхъ погашеній (63). § 80. Формула роста (63). § 81. Формула срока (63). § 28. Формула уплатъ, произведенныхъ въ счетъ интересовъ (63—64). § 83. Примѣненіе выведенныхъ формулъ къ ежесрочнымъ суммамъ, убывающимъ въ арифметической прогрессіи (64). § 84. Русскіе государственные займы съ ежесрочными суммами, убывавшими въ арифметической прогрессіи (65—66) . . . . . *Стр.* 54—66

РАЗДѢЛЪ ВТОРОЙ.

Коренныя особенности публичныхъ займовъ въ ихъ связи съ усложненіемъ расчетовъ по симъ займамъ.

Глава XIII. **О присущей публичнымъ займамъ множественности видовъ капитала.** § 85. Существо этой множественности (стр. 67). § 86. Ея основное общее выраженіе (67). § 87. Поводы къ множественности, исходящіе отъ должника (68—69). § 88. Поводы къ ней, исходящіе отъ капиталистовъ (69—70) . . . . *Стр.* 67—70

Глава XIV. **О множественности видовъ роста по публичнымъ займамъ.** § 89. Виды роста (стр. 71—73). § 90. Виды нарицательнаго роста, соотвѣтствующіе видамъ нарицательнаго капитала (73). § 91. Виды нарицательнаго роста, вызываемые различными единицами времени, по коимъ онъ означается (73 — 74). § 92. Формулы отношенія между видами роста разныхъ единицъ времени (74). § 93. Эквивалентный ростъ разныхъ единицъ времени (74—75). § 94. Заключеніе (75) . . . . . *Стр.* 71—75

Глава XV. **Вліяніе множественности видовъ капитала и роста на наличную стоимость простыхъ (неизмѣняющихся) ежесрочныхъ суммъ.** § 95. Различія въ видахъ роста ведутъ за собою различія въ оцѣнкѣ ежесрочной суммы и ея составныхъ частей (стр. 76 — 77). § 96. Оцѣнка уплатъ въ счетъ интересовъ на основаніи роста реализаціи (77—79). § 97. Оцѣнка уплатъ въ счетъ погашенія на основаніи роста реализаціи (79 — 80). § 98. Оцѣнка всей ежесрочной суммы на основѣ соотношенія между ростомъ нарицательнымъ и реализаціоннымъ (80). § 99. Примѣненія (80—81). *Стр.* 76—81

Глава XVI. **Дальнѣйшія вліянія множественности видовъ капитала и роста въ связи съ условіемъ единовременнаго погашенія.** § 100. Способы расходованія ежесрочной суммы, служащей для погашенія (81—82). § 101. Вліяніе единовременнаго погашенія на результаты реализаціи (82—83) . . . . . *Стр.* 81—83

Глава XVII. **Различныя выраженія наличной стоимости расходовъ по займу въ зависимости отъ способовъ расходованія суммъ, служащихъ для погашенія.** § 102. Наличная стоимость ежесрочной единицы при единовременномъ погашеніи (стр. 84). § 103. Обширное примѣненіе способа заключенія займовъ съ единовременнымъ погашеніемъ въ Соедин. Штатахъ Сѣверной Америки (85). . . . . *Стр.* 84—85

Глава XVIII. **Формулы займовъ съ единовременнымъ погашеніемъ.** § 104. Выраженіе реализуемаго капитала (85 — 86). § 105. Выраженіе роста реализаціи (86). § 106. Формула поправки (86—87). § 107. Выраженіе срока единовременно-погашаемыхъ

займовъ (87). § 108. Выраженія наличной стоимости уплатъ въ счетъ интересовъ и въ счетъ погашенія (87—88) . . . . . *Стр.* 85—88

Глава XIX. **Ростъ реализаціи займовъ, заключавшихся Соед. Штатами на началѣ единовременнаго погашенія.** § 109. Условія реализаціи этихъ займовъ (88 — 90). § 110 Вычисленіе роста ихъ реализаціи. . . . . *Стр.* 88—91

Глава XX. **Дальнѣйшія примѣненія формулъ единовременно-погашаемыхъ займовъ.** § 111. Ихъ примѣненіе къ займамъ съ ежесрочно-расходуемымъ погашеніемъ (стр. 92). § 112. Двоякій способъ ежесрочныхъ уплатъ въ счетъ погашенія: способъ англійскихъ срочныхъ аннюитетовъ (terminable annuities) (92—94). § 113. Неудобства этого способа и другой способъ ежесрочнаго расходованія суммъ на погашеніе для возврата капитала нераздробленнымъ (94 — 95). § 114. Погашеніе по тиражу жребія (95—97) *Стр.* 92—97

Глава XXI. **Вліяніе тиража погашенія.** § 115. Двойственный характеръ займовъ, погашаемыхъ по тиражу жребія (стр. 97—98). § 116. Двоякія основанія наличной стоимости уплатъ по этимъ займамъ (§ 98—99). § 117. Различныя выраженія этой стоимости и ея элементовъ (99). § 118. Выраженіе разности между нарицательнымъ и реализованнымъ капиталомъ для заимодавца (99—101). § 119. Выраженіе той-же разности для заемщика (100 — 101). § 120. Причины, по коимъ эти выраженія должны быть различны (101 — 103). § 121. Лоттерейный характеръ займовъ съ тиражемъ погашенія (103). § 122. Заключеніе изъ изложеннаго (103—104). § 123. Другое заключеніе (104). § 124. Формула эквивалентнаго вида наличной стоимости уплатъ по займу съ тиражемъ, для заемщика и заимодавцевъ (104—106). § 125. Дальнѣйшія формулы элементовъ срочныхъ займовъ при множественности видовъ капитала и роста въ связи съ вліяніемъ тиража (105—107). § 126. Тѣже формулы въ примѣненіи къ займамъ, въ которыхъ реализуемый капиталъ больше нарицательнаго (107 — 110). § 127. Выведенныя формулы непримѣнимы къ срочнымъ займамъ, когда имъ не присуща множественность видовъ капитала и роста (108—109). . . . . *Стр.* 97—109

Глава XXII. **Объ основной причинѣ множественности видовъ капитала и роста въ публичныхъ займахъ.** (*Основанія реализаціи займовъ ниже ихъ нарицательнаго достоинства*). § 128. Господствующіе взгляды на разность между нарицательнымъ и реализованнымъ капиталомъ (109 — 110). § 129. Неправильность ссылки на опытъ Соед. Штатовъ Сѣв. Америки по этому предмету (110). § 130. Единогласное относительно него указаніе опыта (110 — 111). § 131. Непропорціональность между стоимостью и доходностью публично-долговыхъ бумагъ и ея финансовое значеніе (111 — 112). § 142. Статистическіе примѣры этой непропорціональности (112 — 115). § 133. Ея значеніе для капиталистовъ (115—116). § 134. Необходимость научнаго разбора этого предмета (111 — 117). § 135. Вліяніе хода накопленія новыхъ капиталовъ (117 — 118). § 136. Столкновеніе между этимъ вліяніемъ и существенвѣйшими особенностями публичныхъ займовъ (118—120). § 137. Противурѣчивыя требованія заемщика по публичнымъ займамъ (120—123). § 138. Множественность видовъ капитала и роста, какъ способъ примиренія и удовлетворенія этихъ противурѣчивыхъ требованій (123—132). § 139. Иное значеніе займовъ, заключаемыхъ въ мирныя эпохи для погашенія прежнихъ долговъ (132 — 134). § 140. Основанія болѣе значительнаго удешевленія капитала при увеличеніи разности между нарицательнымъ и реализуемымъ капиталомъ (134 — 139). § 141. Критическое разсмотрѣніе теоріи, осуждающей множественность видовъ капитала и роста въ публичныхъ займахъ . . . . . *Стр.* 109—146

Глава XXIII. **Множественность видовъ капитала и роста въ займахъ съ ежесрочными суммами, измѣняющимися въ ариѳметической прогрессіи.** § 142. Выраженіе наличной стоимости такихъ суммъ при ростѣ реализаціи, отличающемся отъ нарицательнаго роста (147—148). § 143. Выраженіе наличной стоимости погашенія при этомъ (148 — 149). § 144. Наличная стоимость интересовъ (149). § 145. Наличная стоимость погашенія при убывающей прогрессіи и § 146, когда погашеніе ежегодно одинаковое (149). § 147. Наличная стоимость интересовъ при ежегодно-одинаковомъ погашеніи (149). § 148. Вліяніе тиража жребія погашенія (149—153). *Стр.* 147—153.

Глава XXIV. **О нѣкоторыхъ вычисленіяхъ, вызываемыхъ статистикою публичныхъ долговъ.** § 149. Неудовлетворительное состояніе этой статистики (154). § 150. Ея основныя задачи (154). § 151. Простѣйшій видъ этихъ задачъ представляютъ безсрочные займы (154 — 155). § 152. Выясненіе этихъ задачъ на безсрочныхъ займахъ (155—6). § 153. Заключеніе (156—7). § 155. Вычисленіе общесложнаго роста реализаціи группъ займовъ (158—9). § 156. Вычисленіе общесложнаго срока группъ займовъ (159 — 160). § 157. Прочіе элементы (160 — 161). § 15°. Основы сравненія однородныхъ данныхъ (161). § 159. Разнородность, вносимая условіями погашенія, выясненная на примѣрѣ займовъ съ различными способами погашенія, но при одинаковомъ ростѣ наличательномъ и реализаціонномъ, при одинаковомъ срокѣ и при одинаковомъ наличательномъ капиталѣ (161 — 2). § 160. Тоже сравненіе при одинаковости реализуемаго капитала (162 — 3). § 161. Тоже сравненіе при одинаковости наличной стоимости уплатъ въ счетъ интересовъ (163—6). § 162. Тоже сравненіе при одинаковой стоимости уплатъ въ счетъ погашенія (166). § 163. Заключеніе (166—7). § 164. Сравненіе публичныхъ долговъ разныхъ сроковъ (167). § 165. Значеніе займовыхъ сроковъ (167—172). § 166. Выводъ объ основахъ сравненія долговъ съ различными сроками (172—6). . *Стр.* 154—173

РАЗДѢЛЪ ТРЕТІЙ.

Техника публичныхъ займовъ въ ея вліяніи на усложненіе расчетовъ по симъ займамъ.

Глава XXV. **Учащеніе уплатъ по публичнымъ займамъ и вызываемыя имъ вычисленія.** § 167. Основанія особыхъ выгодъ для капиталистовъ отъ публичныхъ займовъ (172). § 162. Учащеніе уплатъ по публичнымъ займамъ (174 — 5). § 169. Необходимость наблюденія за эквивалентностью выраженій роста (175). § 170. Неравномѣрность учащенія уплатъ интересовъ и погашенія (175). § 171. Наличная стоимость уплатъ по займамъ, когда интересы уплачиваются два раза въ году, а погашеніе одинъ разъ, при капитализаціи изъ полугодового оцѣночнаго роста (175 — 178). § 172. Соотвѣтственное выраженіе роста реализаціи (178). § 173. Выраженіе той-же наличной стоимости при капитализаціи изъ годового оцѣночнаго роста и выраженіе послѣдняго (178 — 180). § 174. Эквивалентность обоихъ выведенныхъ выраженій наличной стоимости (180). § 175. Наличная стоимость погашенія при этомъ (181). § 176. Иное выраженіе наличной стоимости интересовъ, когда они уплачиваются по полугодіямъ при годовомъ погашеніи (181 — 182). § 177. Упрощенное выраженіе наличной стоимости всѣхъ уплатъ (182). § 178. Формула Ашара и его вспомогательныя величины для вычисленія наличной стоимости уплатъ при полугодовыхъ интересахъ и годовомъ погашеніи на основаніи стоимости тѣхъ-же уплатъ, производимыхъ одинъ разъ въ году (182 — 4). § 179. Выраженіе наличной стоимости и прочихъ элементовъ по займу съ единовременнымъ погашеніемъ при полугодовыхъ интересахъ (184). § 180. Примѣненіе выведенныхъ формулъ къ займамъ съ ежесрочными суммами, измѣняющимися въ ариѳметической прогрессіи (184). § 181. Наличная стоимость ежесрочной суммы, по которой не совпадаютъ единицы времени ея уплаты и капитализаціи интересовъ (185 — 186). § 182. Наличная стоимость той-же ежесрочной суммы при одинаковости (совпаденіи) означенныхъ единицъ (186 — 187). § 183. Отношеніе случая несовпаденія къ случаю совпаденія и свойства отношенія обоихъ случаевъ (187 — 8). § 184. Обратный общій множитель для вычисленія ежесрочной суммы, періоды уплатъ которой не совпадаютъ съ періодами ея капитализаціи, но наличная стоимость которой такая-же, какъ при совпаденіи означенныхъ періодовъ (188). § 185. Способы пользованія выведенными общими множителями (188 — 9). § 186. Формула срока при несовпаденіи періодовъ уплаты и капитализаціи (189). *Стр.* 174—189.

Глава XXVI. **Погасительные планы.** § 187. Погасительные планы больше служили для подъема публичнаго кредита, чѣмъ для уменьшенія задолженности (190—2). § 188. Задача правильнаго погашенія (192 — 3). § 189. Для механизма погашенія она безразлична (193). § 190. Двигательная сила всякаго механизма погашенія (193—194). § 191. Расчетныя основанія первыхъ правильно устроенныхъ погасительныхъ фондовъ (194). §192. Общія основанія погашенія (194). § 193. Общія основанія и формулы старѣйшихъ погасительныхъ фондовъ (194—5). § 194. Ихъ дѣйствія при выкупѣ по нарицательной цѣнѣ (185). § 195. Формулы ассигнованій для выкупа безсрочныхъ займовъ по биржевой цѣнѣ (195—6). § 196. Формулы срока выкупа при данныхъ его средствахъ и биржевыхъ цѣнахъ (196—7). § 197. Формула биржевой цѣны для выкупа данными средствами въ данный срокъ (197). § 198. Примѣненіе выведенныхъ формулъ къ выкупу срочныхъ займовъ по биржевой цѣнѣ (197—8). § 199. Формулы нарицательнаго капитала, ежесрочной суммы, расхода на погашеніе и срока для займовъ, по которымъ интересы уплачиваются по одному росту, а погашеніе наростаетъ процентами по другому росту (198). § 200. Погасительные планы срочныхъ займовъ съ тиражемъ жребія (188—200). § 201. Причины усложненія погасительныхъ плановъ (200). § 202. Формулы займа, заключеннаго на болѣе продолжительный срокъ, чѣмъ въ который уплачиваются интересы и погашеніе (200—1). § 203. Формулы займа, по которому нѣкоторое время уплачиваются только интересы, а потомъ интересы и погашеніе (201). § 204. Формула займа со срокомъ, состоящимъ изъ періодовъ, въ которые интересы и погашеніе уплачиваются изъ разныхъ ежесрочныхъ суммъ (201—2). § 205. Вычисленія по займамъ, по коимъ одно время уплачиваются только интересы, а другое — въ разные періоды интересы и погашеніе разными ежесрочными суммами (202 — 3). § 206. Примѣненіе выведенныхъ формулъ къ займамъ съ ежесрочными суммами, измѣняющимися въ ариѳметической прогрессіи; примѣръ австрійскаго займа 1865 г. (203 — 5). § 207. Французская погашаемая рента (la rente amortissable), основанія ея устройства (205—8). § 208. Вычисленіе роста ея реализаціи (208—210). § 209. Разборъ ея погасительнаго плана (210—13). § 210. Сочетаніе займовъ для производства по нимъ платежей изъ одной ежесрочной суммы съ погашеніемъ ихъ по очереди, одного за другимъ (213—15). § 211. Погашеніе займовъ ипотечныхъ, съ ежесрочными платежами, производимыми въ началѣ всякой единицы времени, его общія основанія (215—216). § 212. Ходъ ихъ погашенія (216—218). § 213. Сверхсрочныя по нимъ погашенія (218—9). § 214. Ипотечные займы съ уплатою интересовъ въ началѣ, а погашенія въ концѣ всякой единицы времени (219—223).

Стр. 190—223

Глава XXVII. **Вычисленія по займамъ съ погасительными преміями.** § 215. Существо погасительныхъ преній и двоякій видъ нарицательнаго капитала и нарицательнаго роста, этими преміями вызываемый (223 — 4). § 216. Основное свойство отношенія между этими видами (224 — 5). § 217. Выраженіе погасительной преміи (225). § 218. Формула ежесрочной суммы займа съ погасительною преміею (225). § 219. Формула нарицательнаго капитала такого займа (225—6). § 220. Формула основного расхода на погашеніе такого займа (226—227). § 221. Формула выкупной стоимости, когда она подлежитъ вычисленію по ежесрочной суммѣ, сроку и нарицательному росту, а прочіе элементы неизвѣстны (227 — 228). § 222. Формула прибавки къ погасительному расходу для преміи (228 — 9). § 223. Формула срока (229). § 224. Формула реализуемаго капитала, § 225 стоимости уплатъ въ счетъ интересовъ и погашенія и § 226 роста реализаціи (229). § 227. Погасительныя преміи займовъ, единовременно погашаемыхъ (231). §§ 229 и 230. Займы съ погасительными преміями, измѣняющимися во всякую единицу времени (231 — 235). § 231. Займы съ погасительными преміями, измѣняющимися отъ періода къ періоду при образованіи срока займа изъ разныхъ періодовъ (236 — 9).

Стр. 223—239

Глава XXVIII. **Вычисленія по выигрышнымъ займамъ.** § 232. Неточность ходячихъ понятій объ этого рода займахъ (239—40). § 233. Существо этихъ займовъ (240). § 234. Существо безпроцентныхъ выигрышныхъ займовъ (240—1). § 235. Процентные выигрышные займы и ихъ видоизмѣненія (242). § 236. Вычисленіе числа выигрышей и

хода погашенія безпроцентнаго выигрышнаго займа при расходѣ на выигрыши суммы, возрастающей въ ариѳметической прогрессіи (242—244). § 237. Тотъ-же заемъ при расходѣ на большіе выигрыши одной суммы въ одну часть единицъ времени и другой суммы въ другую часть единицъ времени, изъ коихъ образуется срокъ (244—5). § 238. Тотъ-же заемъ при неизмѣнности мелкихъ выигрышей и возрастаніи суммъ крупныхъ выигрышей въ ариѳметической прогрессіи (245—6). § 239. Безпроцентный выигрышный заемъ при возрастаніи мелкихъ выигрышей до извѣстнаго времени и неизмѣнности ихъ впослѣдствіи (246—7). § 240. Безпроцентный выигрышный заемъ съ разными суммами для большихъ выигрышей въ разные періоды, образующіе срокъ займа (247 — 249). § 241. Какъ велики должны быть мелкіе выигрыши, чтобы выигрышный заемъ, по коему видимо проценты не уплачиваются, и на дѣлѣ не былъ безпроцентнымъ (249—250). § 242. Вычисленія по процентно-выигрышному займу при равныхъ во всѣ единицы времени расходахъ на большіе выигрыши и равныхъ-же расходахъ на мелкіе выигрыши (250 — 3). § 243. Процентный выигрышный заемъ, по коему на большіе выигрыши расходуется ежегодная сумма, убывающая въ ариѳметической прогрессіи (253 — 5). § 244. Ходъ платежей производимыхъ по процентно-выигрышному займу по полугодіямъ (255—7). § 245. Городской Брюссельскій заемъ этого рода (257—8). § 246. Процентные выигрышные займы, при которыхъ билеты, не получающіе большихъ выигрышей, получаютъ погасительную премію (258 — 9). § 247. Теорія русскихъ выигрышныхъ займовъ 1864 и 1866 гг. (259—264). § 248. Однородность общихъ основаній выигрышныхъ и простыхъ долгосрочныхъ займовъ (264 — 5). § 249. Выраженіе реализаціоннаго капитала и роста реализаціи выигрышныхъ займовъ (265). § 250. Примѣнимость и къ простымъ займамъ пріемовъ для вычисленія хода погашенія выигрышныхъ займовъ (265—6) *Стр.* 239—266

Глава XXIX. **Вычисленія по налогамъ, накладнымъ расходамъ и инымъ платежамъ, не относящимся къ существу публичныхъ займовъ, но съ ними связаннымъ.** § 251. Предметъ главы (266). § 252. Налоги, соединенные съ публичными долгами (266—7). § 253. Политико-ариѳметическая оцѣнка основаній налога на купоны по государственно-долговымъ бумагамъ (267—9). § 271. Формула наличной стоимости уплатъ по займу, съ купоновъ котораго взимается налогъ, при уплатѣ интересовъ и погашенія одинъ разъ въ году (269—71). § 255. Формула той-же стоимости при полугодовой уплатѣ интересовъ и годовомъ погашеніи (271). § 256. Вычисленіе роста реализаціи займовъ, съ купоновъ коего взимается налогъ (271—3). 5§ 27. Вычисленіе ежесрочной уплаты, могущей замѣнить купонный налогъ (273—4). § 258. Вычисленіе парицательной стоимости уплатъ по займу, подчиненному купонному налогу (274—275). § 259. Выраженіе общаго итога уплатъ въ счетъ купоннаго налога (275). § 260. Наличная стоимость уплатъ по займу при налогѣ на среднюю годовую биржевую стоимость облигацій (275—6). § 261. Наличная стоимость уплатъ по займу при налогѣ на разность между парицательною и выпускною стоимостью 276—277). § 262. Вычисленіе реализаціоннаго роста при означенныхъ налогахъ (277). § 263. Вычисленія по займамъ, по коимъ должники оказались несостоятельными (277—8). § 264. Расходы реализаціи публичныхъ займовъ и ихъ вычисленія (278—9). § 265. Всякіе иные расходы по публичнымъ займамъ и ихъ отношеніе къ вычисленіямъ (279—80). § 266. Накладные расходы по ипотечнымъ займамъ и особенно вычисленіе ежесрочной уплаты ипотечныхъ заемщиковъ для погасительной преміи по закладнымъ листамъ (280—1) *Стр.* 266—281

Глава XXX. **Расчеты по конверсіямъ и разрочкамъ публичныхъ займовъ.** § 267. Неопредѣленность публично-займовыхъ договоровъ (стр. 281—2). § 268. Формальныя и матеріальныя основанія и виды операцій по замѣнѣ одних публичныхъ долговъ другими (282—3). § 269. Существо конверсій и ихъ отличіе отъ купоннаго налога (283). § 270. Для конверсій требуется такое уменьшеніе расхода на уплату интересовъ, которое проистекаетъ отъ пониженія реализаціоннаго роста или удешевленія наличнаго капитала (283 — 5). § 271. Соотношеніе между требующимися для конверсіи измѣненіями парицательнаго и реализаціоннаго роста; конверсіи по 100 за 100, важнѣйшіе примѣры финансоваго опыта (285—7). § 272. Причины популярности конверсій по 100 за 100 (287 — 9). § 273. Реализація по 100 за 100 не составляетъ необходимой принадлеж-

ности правильныхъ конверсій (289—292). § 274. Для правильности конверсій требуется лишь, чтобъ реализаціонный ростъ новыхъ займовъ былъ ниже нарицательнаго роста старыхъ (конвертируемыхъ) займовъ, причемъ нѣтъ необходимости, чтобъ экономія выражалась въ очень значительной суммѣ (292 — 3). § 275. Равнымъ образомъ нѣтъ безусловной необходимости въ томъ, чтобъ нарицательный ростъ новыхъ займовъ тоже понизился, онъ можетъ не измѣниться или даже возвыситься сравнительно съ нарицательнымъ ростомъ конвертируемыхъ займовъ (293 — 5). § 276. Примѣры конверсій съ возвышеніемъ нарицательнаго роста и взгляды Гладстона на условія правильности конверсій (295 — 6). § 277. Усложненіе конверсіонныхъ операцій иными займовыми операціями: конверсіи съ долевою приплатою (conversion avec soulte), примѣръ Фульдовской конверсіи 1862 г. (296 — 7). § 278. Другой примѣръ: Сеевская конверсія 1875 г. моргановаскаго займа (297 — 8). § 279. Условія, опредѣляющія успѣшность и выгоды конверсій (298 — 9). § 280. Самостоятельное значеніе операцій по расрочкамъ публичныхъ займовъ (299). § 281. Задачи этихъ операцій и ихъ осуществленіе въ Англіи, Франціи, Пруссіи, Австріи и Соединенныхъ Штатахъ Сѣверной Америки (299—302). § 282. Неминуемость расрочекъ (302—3). § 283. Споръ, происходившій въ 1890 г. въ русской литературѣ, по поводу новѣйшихъ расрочекъ и конверсій русскихъ государственныхъ долговъ (303—310). § 284. Расрочки въ русскихъ ипотечныхъ займахъ (310). § 285. Иныя операціи по замѣнѣ однихъ долговъ другими (310 — 11). § 286. Формулы для операцій по замѣнѣ однихъ долговъ другими, производимыхъ въ Англіи для уменьшенія государственнаго долга (311).

Стр. 281—311

ПРИБАВЛЕНІЕ. 1. Почему при всякихъ долгосрочныхъ операціяхъ (въ томъ числѣ и займовыхъ) вычисленія производятся на основаніи сложныхъ процентовъ, а не простыхъ?. . . . . . *Стр.* 312—315

2. Нѣкоторыя указанія по литературѣ предмета . . . . *Стр.* 316—320

ОПЕЧАТКИ. . . . . *Стр.* 321

ПРЕДИСЛОВІЕ.

Разработка статистики публичныхъ долговъ отстала отъ разработки иныхъ статистическихъ матеріаловъ главнымъ образомъ потому, что вычисленія, касающіяся публичныхъ долговъ, отличаются нѣкоторою сложностью и знакомство съ ними мало распространено внѣ круга математиковъ-спеціалистовъ. Между тѣмъ статистическіе матерьялы о публичныхъ долгахъ нынѣ повсюду уже весьма обширны, разработка ихъ поставлена на очередь Международнымъ Статистическимъ Институтомъ, а трудъ по ихъ разработкѣ необходимо требуетъ также точно, какъ и въ другихъ случаяхъ, привлеченія къ нему разныхъ лицъ, между коими онъ подлежитъ раздѣленію, хотя-бы и лишь какъ между простыми вычислителями, для исполненія его подъ надлежащимъ руководствомъ. Во всякомъ случаѣ для участвующихъ въ этомъ трудѣ знакомство съ упомянутыми пріемами вычисленія обязательно. Къ сожалѣнію, до весьма недавняго времени на русскомъ языкѣ совсѣмъ не было никакого пособія для изученія означенныхъ пріемовъ. Хотя въ прошломъ году литература наша обогатилась изданнымъ министерствомъ путей сообщенія, основательнымъ трудомъ магистра физико-математическихъ наукъ Б. Ѳ. Малешевскаго, „Теорія и практика пенсіонныхъ кассъ“, въ первой части котораго съ большою полнотою излагаются и основы вычисленій по публичнымъ долгамъ, но трудъ г. Малешевскаго доступенъ лишь ограниченному кругу читателей, какъ по причинѣ предполагаемаго имъ болѣе спеціальнаго знанія математики, не только элементарной, но и высшей, такъ и по весьма высокой цѣнѣ сочиненія г. Малешевскаго (70 рублей). Въ виду сего Центральнымъ Статистическимъ Комитетомъ въ іюнѣ с. г. было признано полезнымъ изданіе такого изложенія пріемовъ вычисленій, примѣняемыхъ къ

публичнымъ долгамъ, которое, будучи по возможности краткимъ, охватывало-бы всѣ существенныя части предмета и въ тоже время предполагало-бы лишь элементарныя познанія въ математикѣ въ томъ объемѣ, въ какомъ они обыкновенно имѣются у лицъ, привлекаемыхъ Центральнымъ Статистическимъ Комитетомъ къ участію въ разработкѣ статистическихъ матерьяловъ.

Трудъ по составленію такой книги исполненъ старшимъ редакторомъ Комитета И. И. Кауфманомъ.

Декабрь 1891 г.

ОТЪ АВТОРА.

По изложеннымъ выше мотивамъ, вызвавшимъ настоящее изданіе, старанія автора прежде всего были направлены къ тому, чтобъ сдѣлать изложеніе по возможности болѣе простымъ и общедоступнымъ, расчитаннымъ на лицъ, которымъ приходится возобновлять нѣсколько забытыя познанія въ элементарной алгебрѣ и которые, потерявъ навыкъ скоро разбираться въ алгебраическихъ выраженіяхъ, нуждаются въ книжномъ пособіи, не предполагающемъ такого навыка. Посему, особенно въ началѣ перваго (элементарнаго) раздѣла настоящей книги, изложеніе, хотя и исчерпываетъ предметъ на небольшомъ пространствѣ, не всегда удовлетворяетъ требованіямъ строго-математической сжатости. Опытъ устнаго преподаванія тогоже предмета студентамъ юридическаго факультета *) убѣдилъ, однако, автора, что въ этомъ отношеніи необходимость заставляетъ довольно далеко заходить въ уступкахъ требованіямъ особенно такихъ объясненій, которыя вызываются запамятованіемъ иногда очень элементарныхъ вещей. Впрочемъ, подобнаго рода уступки, въ началѣ изложенія естественныя при указанныхъ условіяхъ, могли быть обойдены уже и во второй половинѣ раздѣла перваго настоящаго изданія. Во второмъ-же и третьемъ его раздѣлахъ требованіямъ ясности и простоты изложенія легко было удовлетворить, не уклоняясь ни отъ какихъ иныхъ требованій, какъ въ отношеніи сжатости и полноты изложенія всѣхъ пріемовъ вычисленій, такъ и въ отношеніи представленія разныхъ финансово-теоретическихъ, финансово-статистическихъ и финансово-историческихъ объясненій, необходимыхъ для правильнаго примѣненія означенныхъ пріемовъ.

Книги по предмету настоящаго изданія почти всѣ написаны или вычислителями по профессіи (актуаріями), или преподавателями математики, при чемъ тѣ и другіе знали финансовый матерьялъ лишь съ эмпирической его стороны и даже намѣренно сосредоточивали свое вниманіе лишь на той его сторонѣ, съ которой онъ имѣетъ значеніе для интересовъ капиталиста, владѣльца публично-долговыхъ бумагъ (облигацій) и заимодавца по публичнымъ долгамъ. Напротивъ, тотъ-же матерьялъ, какъ предметъ спеціальнаго изслѣдованія особой (финансовой) науки, выдвигающей на первый планъ заемщика и должника, оставляется обыкновенно указанными авторами почти совсѣмъ безъ вниманія и освѣщается лишь въ той мѣрѣ, въ какой это само собою вытекаетъ изъ разбора задачъ, интересныхъ для

*) Въ дополненіе къ читаемому авторомъ общему курсу финансовъ.

капиталистовъ. Естественно, что въ основаніе настоящей книги, для автора коей предметъ спеціальности составляетъ не математика, а наука финансовая, пріемы же вычисленій имѣютъ лишь вспомогательное и служебное значеніе, положенъ планъ изложенія, нѣсколько отличающійся отъ другихъ книгъ по тому же предмету. А именно, точкою отправленія взятъ не интересъ капиталиста въ доходѣ отъ процентныхъ бумагъ, а интересъ должника, главнымъ образомъ государства, заключающійся въ бремени расходовъ, соединенныхъ съ лежащими на немъ обязательствами по заключеннымъ долгосрочнымъ займамъ. Поэтому пріемы вычисленія расматривались въ тѣхъ предѣлахъ, въ коихъ они служатъ для точнаго опредѣленія размѣровъ, а отчасти и свойствъ означеннаго бремени. Насколько для полнаго выясненія этого бремени необходимо было иногда касаться выгодъ капиталистовъ, таковыя не оставлялись безъ вниманія и въ настоящей книгѣ. Болѣе-же спеціально на нихъ останавливаться лежало внѣ плана, принятаго авторомъ для изложенія, такъ какъ иначе пришлось-бы сильно удалиться и отъ основной цѣли, вызвавшей настоящее изданіе: разъяснить пріемы вычисленія, примѣняемые къ публичнымъ долгамъ, въ видахъ содѣйствія успѣшной разработкѣ статистическихъ матерьяловъ о сихъ долгахъ.

Краткій списокъ важнѣйшихъ алгебраическихъ символовъ, обозначающихъ главные элементы объясняемыхъ въ настоящей книгѣ понятій:

Въ раздѣлѣ первомъ:

T означаетъ размѣръ (высоту или уровень, le taux, the rate) роста, начисляемаго на всякую единицу денежной стоимости (рубль, франкъ, фунтъ стерлингъ, долларъ и т. д.) въ концѣ каждой единицы времени (terme, Termin), и взятаго основаніемъ процентнаго множителя (Verzinsungsfactor) $1+T$.

P „ наличный капиталъ (principal), наростающій сложными $T^0/_0$-ми.

M „ будущій капиталъ (montant), образующійся въ теченіе n единицъ изъ наличнаго капитала отъ наростанія его сложными $T^0/_0$-ми.

A „ ежесрочную сумму (annuité), служащую для уплаты изъ нея въ концѣ каждой единицы времени интересовъ по $T^0/_0$ и погашенія, наростающаго сложными $T^0/_0$-ми.

B „ ежесрочную сумму, составляющую ту часть A, которая служитъ для наростающаго сложными $T^0/_0$-ми погашенія капитала долга.

n „ число всѣхъ единицъ времени (лѣтъ, полугодій, четвертей года и т. т.), изъ коихъ образуется срокъ займа.

$\varphi_{n(T)}$ „ наличную (капитализованную или учтенную) стоимость ежесрочной единицы за n единицъ времени при ростѣ $T^0/_0$, или $\varphi_{n(T)}=\frac{1}{T}\left(1-\frac{1}{(1+T)^n}\right)=\frac{(1+T)^n-1}{T(1+T)^n}=\frac{1}{1+T}+\frac{1}{(1+T)^2}+\frac{1}{(1+T)^3}+\cdots\cdots+\frac{1}{(1+T)^n}$.

$\omega_{n(T)}$ „ наросшую или наростающую стоимость ежесрочной единицы за n единицъ времени при ростѣ изъ $T^0/_0$, или $\omega_{n(T)}=\frac{1}{T}[(1+T)^n-1]=1+(1+T)+(1+T)^2+(1+T)^3+\cdots\cdots+(1+T)^{n-1}$.

b „ размѣръ роста, начисляемаго на капиталъ въ началѣ всякой единицы времени.

d „ разность ариѳметической прогрессіи, въ которой измѣняется ежесрочная сумма.

Во второмъ и третьемъ раздѣлахъ:

K означаетъ нарицательный (погашаемый) капиталъ долга.

C „ реализуемый капиталъ (наличную стоимость соединенныхъ съ долгомъ ежесрочныхъ уплатъ).

t „ нарицательный ростъ (reproductive rate, возстановительный или погасительный ростъ).

τ „ ростъ реализаціи (taux d'évaluation, remunerative rate, оцѣночный или вознаградительный ростъ).

A „ ежесрочную сумму для уплатъ интересовъ и погашенія.

B „ основной расходъ на погашеніе (первой единицы времени).

n „ весь срокъ займа.

R „ наличную (капитализованную) стоимость уплатъ въ счетъ интересовъ.

E „ „ „ „ „ „ „ погашенія.

$\varphi_{n(t)}=\frac{1}{t}\left(1-\frac{1}{(1+t)^n}\right)$, $\varphi_{n(\tau)}=\frac{1}{\tau}\left(1-\frac{1}{(1+\tau)^n}\right)$ или вообще φ съ указателемъ у основанія φ срока и (въ скобкахъ) роста означаетъ наличную стоимость ежесрочной единицы при указанномъ срокѣ и ростѣ.

$\omega_{n(t)}$ или $\omega_{n(\tau)}$ означаетъ наросшую стоимость ежесрочной единицы при срокѣ n и при ростѣ t или τ и вообще наросшую стоимость ежесрочной единицы при указанныхъ у основанія ω срокѣ и (въ скобкахъ) ростѣ.

Остальныя означенія, встрѣчаясь лишь въ отдѣльныхъ главахъ, выяснены въ подлежащемъ мѣстѣ.

I.

Существо сложныхъ процентовъ; наросшая (будущая) и наличная (нынѣшняя) стоимость капитала; сложно-процентный и сложно-учетный множители; наросшіе и учтенные сложные проценты на единицу капитала. Вспомогательныя таблицы для вычисленія сложныхъ процентовъ.

---

1. Существо сложныхъ процентовъ, какъ извѣстно, заключается въ ихъ наростаніи не только на каждую единицу капитала, и вообще на единицу денежной стоимости (рубль, франкъ, марку, долларъ, фунтъ стерлин. и т. д.), но и на проценты, наросшіе въ предшествующее время (годъ, полугодіе, четверть года и т. д.). Если, напримѣръ, въ годъ на каждый рубль наростаетъ 5% или 0,05, то въ концѣ перваго года одинъ рубль превратится въ 1,05 р. и во второмъ году 5% паростутъ уже на 1,05 рублей. Поэтому, если одинъ рубль превращается въ 1,05 р., то въ концѣ втораго года 1,05 рублей превратятся въ $1{,}05 \cdot 1{,}05 = (1{,}05)^2$ рублей, на которые будутъ наростать проценты въ третьемъ году. Какъ прежде, при этомъ одинъ рубль превращается въ 1,05 р., а $(1{,}05)^2$ рублей въ концѣ третьяго года превратятся въ $1{,}05 \cdot (1{,}05)^2 = (1{,}05)^3$ рублей. Въ концѣ четвертаго года такимъ-же путемъ первоначальный рубль превратится въ $(1{,}05)^4$, въ концѣ десятаго года въ $(1{,}05)^{10}$ и т. д. Вообще, если на каждую единицу капитала въ каждую единицу времени (годъ, полугодіе, четверть года) наростаетъ T% и оттого 1 (единица капитала) превращается въ $1+T$, а наростаніе сложныхъ T% продолжается n единицъ времени, то 1 единица капитала по истеченіи всѣхъ n единицъ времени, или сроковъ (Termes, Termine), превратится въ $(1+T)^n$. Если-же какая-нибудь сумма содержитъ P единицъ капитала, то чрезъ n единицъ времени она, съ наросшими на нее сложными процентами, превратится въ $P(1+T)^n$ и составитъ уже иную, гораздо болѣе значительную, сумму $M = P(1+T)^n$. Сумму M называютъ «наросшею» суммою P или ея «будущею стоимостью», которою чрезъ n единицъ времени P будетъ имѣть отъ наростанія сложными процентами. Въ этомъ смыслѣ и выраженіе $(1+T)^n$ означаетъ «наросшую» сумму или «будущую стоимость» единицы капитала отъ ея наростанія сложными T% въ продолженіи n единицъ времени. Выраженіе $(1+T)^n$ называютъ также сложно-процентнымъ множителемъ, такъ какъ оно опредѣляетъ, по сколько разъ увеличивается всякій капиталъ чрезъ извѣстное время отъ наростанія сложными T%. Въ этомъ

отношеніи, однако, должно различать «процентный множитель», вообще, *одной* единицы времени, или каждой единицы времени, каковымъ служитъ выраженіе $(1+T)$, показывающее, во сколько разъ увеличивается единица капитала отъ наростанія ея $T^0/_0$-ми въ одну, или въ каждую, единицу времени, сравнительно съ предшествующею, а затѣмъ уже выраженіе $(1+T)^n$ показываетъ, во сколько разъ единица капитала увеличивается во всѣ n единицъ времени.

2. Изъ выраженія $P(1+T)^n = M$ слѣдуетъ, что $P = \frac{M}{(1+T)^n}$, показывая, въ какомъ видѣ P, то есть—наличный капиталъ, существующій уже въ настоящемъ, уравнивается въ стоимости съ капиталомъ M, который еще будетъ существовать въ будущемъ, чрезъ n единицъ времени. Оттого $P = \frac{M}{(1+T)^n}$ называютъ выраженіемъ «наличной стоимости» или «нынѣшней стоимости» (valeur actuelle, present value, Jetztwerth, Baarwerth), которую имѣетъ будущій капиталъ M при обмѣнѣ его на наличный капиталъ P. Выраженіе $P = \frac{M}{(1+T)^n}$ означаетъ, что такъ какъ наличный капиталъ P только отъ наростанія сложными $T^0/_0$, чрезъ n единицъ времени, превратится въ M, то уже теперь онъ можетъ уравниваться въ стоимости лишь съ $\frac{1}{(1+T)^n}$-ою частью M: что для уравненія въ стоимости P и M необходимо M взять въ $(1+T)^n$ разъ *уменьшенномъ* видѣ. Подобно тому, какъ выраженіе $(1+T)^n$ служитъ сложно-процентнымъ множителемъ для опредѣленія «будущей стоимости» всякаго наличнаго капитала отъ наростанія его въ извѣстное время сложными процентами, такъ точно выраженіе $\frac{1}{(1+T)^n}$ служитъ «сложно-дисконтнымъ» или «сложно-учетнымъ» множителемъ для опредѣленія наличной стоимости или нынѣшней (учтенной, дисконтированной) стоимости всякаго будущаго капитала, который еще лишь со временемъ образуется. Поэтому, напримѣръ, на вопросъ: сколько въ настоящее время стоитъ имѣющій чрезъ 30 лѣтъ образоваться отъ наростанія сложными 5% капиталъ въ 43219 р. $42{,}_{38}$ коп.? мы сначала справимся во что превращается рубль въ 30 лѣтъ отъ наростанія сложными 5%? и узнавъ, что $(1{,}_{05})^{30} = 4$ р. $32{,}_{194238}$ коп., выяснимъ, что $\frac{43.219{,}_{4238}}{4{,}_{32194238}}$ или $43.219{,}_{4238} \cdot \frac{1}{4.32{,}_{194238}}$ составляютъ 10.000 рублей. Или на вопросъ, сколько въ настоящее время стоитъ капиталъ въ 10.000 рублей, который чрезъ 30 лѣтъ образуется отъ наростанія сложными 5%? мы сначала справимся, сколько въ настоящее время стоитъ одинъ рубль, который чрезъ 30 лѣтъ образуется отъ наростанія сложными 5%, или узнаемъ, сколько составляетъ $\frac{1}{(1{,}_{05})^{30}}$ или $\frac{1}{4{,}_{32194238}}$; дѣленіе намъ покажетъ, что каждый такой будущій рубль въ настоящее время стоитъ $23{,}_{137745}$ копѣекъ; въ такомъ случаѣ будущіе 10.000 рублей имѣютъ наличную или учтенную стоимость въ 10.000 разъ большую или 2.313 р. $77{,}_{45}$ копѣйки.

3. Очень важное значеніе, которое имѣютъ при вычисленіи сложныхъ процентовъ выраженія $(1+T)^n$ и $\frac{1}{(1+T)^n}$, вызвали составленіе вспомогательныхъ таблицъ, въ которыхъ эти выраженія вычислены для очень многихъ численныхъ значеній T и n. Поэтому на практикѣ рѣдко приходится вычислять, сколько въ дан-

номъ случаѣ составляетъ $(1+T)^n$ или $\frac{1}{(1+T)^n}$, такъ какъ почти для всѣхъ представляемыхъ практикою численныхъ значеній T и n отвѣтъ дается вспомогательными таблицами *).

4. Выраженіе $(1+T)^n$ означаетъ, сколько составляетъ единица капитала вмѣстѣ съ нарослими на нее T% за n единицъ времени. Очевидно, что изъ него легко узнать, сколько составляютъ одни нарослie проценты? Такъ какъ первоначальный капиталъ, на который эти проценты нарастали, составлялъ 1 единицу, то ее слѣдуетъ вычесть изъ $(1+T)^n$ и полученная разность, или $(1+T)^n-1$, будетъ выражать сложные проценты, нарастающіе въ n единицъ времени на 1 единицу капитала, считая изъ T%. И выраженіе $(1+T)^n-1$, тоже имѣющее значеніе часто повторяющаго при вычисленіи сложныхъ процентовъ множителя или дѣлителя, легко узнать изъ вспомогательныхъ таблицъ. Для этого достаточно сбросить 1 со всякаго, показываемого таблицами, численного значенія $(1+T)^n$. Если, напримѣръ, таблицы даютъ $(1{,}05)^{30}=4{,}32194238$, то въ этомъ случаѣ $(1+T)^n-1$ составитъ $3{,}32194238$.—Аналогично съ этимъ такъ какъ $\frac{1}{(1+T)^n}$ выражаетъ учтенную впередъ за n единицъ времени (нынѣшнюю или наличную) стоимость единицы капитала, которая отъ наростанія сложными T% образуется лишь по истеченіи (чрезъ) n единицъ времени, то $1-\frac{1}{(1+T)^n}$ выражаетъ сложно-процентный учетъ (дисконтъ), которому подверглась будущая единица капитала для опредѣленія ея наличной стоимости. Такъ, если при 5% ростѣ рубль, который образуется чрезъ 30 лѣтъ, имѣетъ теперь наличную стоимость $23{,}137745$ копѣекъ, то значитъ, при обмѣнѣ наличныхъ $23{,}137745$ копѣекъ на будущій рубль, имѣющій образоваться чрезъ 30 лѣтъ отъ наростанія этихъ $23{,}137745$ коп. сложными 5%, будущій рубль подвергается учету $100-23{,}137745=76{,}862255$ копѣекъ.

---

*) Вспомогательныя таблицы для вычисленія сложныхъ процентовъ впервые начали составляться въ Голландіи, гдѣ въ 1634 г. изданы были составленныя *Симономъ Стевиномъ* таблицы; въ Англіи очень хорошія таблицы были напечатаны въ началѣ XVIII вѣка (*John Smart*, Tables of interest, discount etc. London 1726). Въ настоящее время лучшими считаются вѣнскія таблицы (*Zpitzer* - Tabellen für Zinsenzinsen- und Rentenrechnung, Wien 1886), которыя вычислены для наибольшаго числа различныхъ T, а именно начиная отъ $T=\frac{1}{8}$%, до $T=15$%, для 135 различныхъ численныхъ значеній T между $\frac{1}{8}$% и 15%, при 100 численныхъ значеніяхъ n отъ 1 до 100. Во французскихъ таблицахъ (*E. Pereire*, Tables des intérêts composés, Paris 1882, и *Violein*, Nouvelles tables pour le calcul des intérêts composés, Paris) встрѣчаются другія преимущества, а именно онѣ отчасти вычислены и для численныхъ значеній и отъ 100 до 200. Наконецъ новѣйшія англійскія таблицы (*Stubbins*, Annuities tables, Lond. 1881, *Hoskold*, The engineers valuing assistant, Lond. 1877 и др.) представляютъ преимущество вычисленнаго значенія болѣе разнообразныхъ формулъ. Такъ какъ вычисленія сложныхъ процентовъ производятся посредствомъ логарифмовъ, то англійскій вычислитель *Томанъ* составилъ вспомогательныя таблицы, въ которыхъ даны $\log.(1+T)^n$ и логарифмы многихъ иныхъ выраженій, чаще встрѣчающихся при сложно-процентныхъ вычисленіяхъ.

II.

Ежесрочныя суммы; наросшая стоимость ежесрочной единицы; ежесрочная сумма для погашенія единицы капитала (общій погасительный множитель); наличная стоимость ежесрочной единицы, ея сложный составъ изъ выраженія наличной стоимости безсрочной (вѣчной) ежесрочной единицы и учета этой стоимости. Ежесрочная сумма для уплаты интересовъ и погашенія по одной единицѣ капитала или общій аннюитетный множитель.

5. Предъидущее выясняетъ значеніе наличной (учтенной, дисконтированной, нынѣшней) и наросшей или будущей стоимости какой либо *одной* суммы при наростаніи ея сложными процентами. Для публичныхъ долговъ однако важны кромѣ того, суммы періодическія или повторяющіяся въ каждомъ періодѣ или въ каждую единицу времени: годъ, полугодіе, четверть года и т. д. Въ видѣ такихъ періодическихъ суммъ представляются большею частью доходы или расходы, поступленія и платежи, сбереженія и т. д. Ихъ принято называть ежесрочными суммами, въ смыслѣ суммъ, которыя повторяются въ каждый срокъ или единицу времени. Такъ, ежегодно откладываемый рубль, для сбереженія его, представляетъ «ежесрочную сумму»; такую-же ежесрочную сумму представляетъ всякій рубль, поступающій доходомъ, или расходуемый для платежа, въ каждый годъ, или въ каждое полугодіе, или каждую четверть года. Если на каждый такой ежесрочный рубль наростаютъ сложные проценты, то и это вызываетъ необходимость вычисленій наличной (нынѣшней, дисконтированной, учтенной) и наросшей или будущей стоимости. Такъ, можетъ представиться необходимымъ вычислить сколько составитъ будущая стоимость рубля, ежегодно откладываемаго и сберегаемаго въ теченіи n единицъ времени при наростаніи каждаго такого рубля сложными $T^0/_0$? Или — сколько составитъ будущая стоимость ежегодно поступающаго въ доходъ, или ежегодно расходуемаго, рубля, если доходъ, или расходъ, продолжается въ теченіи n единицъ времени и если при этомъ на каждый рубль начисляются $T^0/_0$ сложныхъ? Такіе-же вопросы могутъ быть поставлены и о наличной (нынѣшней, дисконтированной) стоимости такихъ ежесрочныхъ суммъ: сколько уже теперь стоитъ рубль, который ежегодно будетъ сберегаться, или получаться въ доходъ, или расходоваться для платежа, въ теченіи n лѣтъ, при начисленіи на каждый рубль сложныхъ $T^0/_0$? *).

6. Начнемъ съ будущей (наросшей) стоимости. Если рѣчь идетъ о рублѣ, повторяющемся въ теченіи n единицъ времени, послѣдовательно идущихъ одна за другою, то очевидно, что если каждый рубль берется *въ концѣ* той единицы времени, которой онъ принадлежитъ, то на первый рубль сложные $T^0/_0$ будутъ

*) Уступка одною договаривающеюся стороною ежесрочной суммы, а другою, взамѣнъ этой суммы или въ обмѣнъ за нее, наличнаго капитала, принадлежитъ къ числу самыхъ старинныхъ договоровъ въ западной Европѣ. А именно, уже съ XIII вѣка тамъ повсюду былъ широко распространенъ такъ называемый рентный договоръ, contrat de rente, Rentenkauf, Rentenvertrag. (См. *Stobbe*, Deutsches Privatrecht II § 104; *Viollet*, Hist. du droit privé franc. p. 575 sq; *Endemann* Studien in der romanisch-kanonistischen Wirthschaftslehre II 103 sq.; *Arnold*, Zur Gesch. d. Eigenthums in den deutschen Städten и его-же Gesch. d. deutschen Freistädte II 274 sq.; *Neumann*,

наростать въ теченіи $n-1$ единицъ времени и онъ превратится $(1+T)^{n-1}$; на второй рубль сложные T% будутъ наростать въ теченіи $n-2$ единицъ времени и онъ превратится въ $(1+T)^{n-2}$; третій рубль превратится въ $(1+T)^{n-3}$; четвертый въ $(1+T)^{n-4}$, и такъ далѣе; рубль, который берутъ въ концѣ m-той единицы времени будетъ наростать въ теченіи $n-m$ единицъ времени и превратится $(1+T)^{n-m}$; предпослѣдній рубль, который берется въ концѣ предпослѣдней единицы времени и на который поэтому T% будетъ наростать только въ теченіи послѣдней единицы времени, превратить въ $1+T$, наконецъ послѣдній (n-ый) рубль совсѣмъ не наростетъ процентами и останется 1. Вмѣстѣ же всѣ расматриваемые n ежесрочныхъ рублей съ нарослими на нихъ сложными T% составятъ:

$$(1+T)^{n-1}+(1+T)^{n-2}+(1+T)^{n-3}+\cdots+(1+T)^3+(1+T)^2+(1+T)+1=x.$$

Опредѣлить итогъ, выражаемымъ x-омъ, не трудно, такъ какъ мы имѣемъ предъ собою геометрическую прогрессію, въ которой отъ 1 одинъ членъ переходитъ къ слѣдующему будучи въ $(1+T)$ разъ больше предшествующаго. Сумма членовъ такой возрастающей геометрической прогрессіи равняется послѣднему (наибольшему) ея члену, помноженному на знаменатель прогрессіи, безъ перваго (наименьшаго) члена, раздѣленнымъ на знаменатель прогрессіи безъ единицы. Поэтому:

$$x=\frac{(1+T)^{n-1}(1+T)-1}{(1+T)-1}=\frac{(1+T)^n-1}{T}=\frac{1}{T}\big((1+T)^n-1\big).$$

Эту величину также лишь рѣдко (въ научно-статистическихъ изслѣдованіяхъ, напримѣръ) приходится вычислять по формулѣ, для практическихъ-же случаевъ его даютъ въ готовыхъ вычисленіяхъ упомянутыя выше вспомогательныя таблицы сложныхъ процентовъ, въ которыхъ она получается простымъ сложеніемъ

Gesch. d. deutschen Wuchers pp. 29, 30, 212 — 292, 506 sq.; *Wallut*, Des intérêts et des rentes p. 216 sq.; *Vührer*, Hist. de la dette publ. I ch. 1). Сначала рента или ежесрочная цѣнность (census, annua pensio, Zins, чиншъ) уплачивалась натурою: хлѣбомъ, солью и т. д., а потомъ уже главнымъ образомъ деньгами. Сначала ренты тѣсно были связаны съ недвижимостью и ихъ переходомъ отъ одного лица къ другому; потомъ рентный договоръ главнѣйше возникалъ уже изъ обращенія денежнаго капитала. Такъ какъ долгое время, подъ вліяніемъ духовенства, каноническое законодательство сильно мѣшало займовымъ договорамъ, то они скрывались подъ видомъ договоровъ рентныхъ, которые заключались самые разнообразные: срочные, безсрочные, пожизненные, съ правомъ выкупа, безъ такового права, и т. д. (census temporarius, perpetuus, viiatitius, redimibilis etc). Въ видѣ рентныхъ договоровъ заключали свои старѣйшіе займы средневѣковые короли и владѣтельные герцоги и графы, города, монастыри, епископы и т. д., и документы о такихъ договорахъ въ большомъ обиліи сохранились и во Франціи, и въ Германіи, и изъ старинной Польши (напр. о займахъ города Данцига въ XV ст.). Но по мѣрѣ того, какъ вліяніе духовенства на гражданскій бытъ уступало мѣсто государственному вліянію, а каноническое право очищало мѣсто римскому гражданскому праву, всего-же болѣе подъ вліяніемъ развитія торговли и торговаго права, особенно-же вексельнаго оборота и вексельнаго права — займовые договоры уже не было надобности заключать въ замаскированномъ видѣ и тогда многіе виды рентныхъ договоровъ стали выходить изъ употребленія и изъ нихъ сохранялись лишь тѣ, которые оказывались удобными для спеціальныхъ цѣлей. Такъ преимущественно во Франціи, съ XVI в. рентный договоръ практиковался уже только для государственныхъ займовъ, а въ Англіи въ видѣ рентныхъ-же договоровъ государственные займы стали заключаться съ конца XVII столѣтія, въ частномъ-же быту въ Англіи и на континентѣ Европы договоры съ ежесрочными суммами стали съ XVII ст. примѣняться къ пожизненному страхованію и страхованію доходовъ и капиталовъ, а съ конца XVIII ст. ихъ стали примѣнять и къ ипотечнымъ займамъ въ Германіи, откуда они во второй половинѣ XIX в. перешли во Францію и Россію.

изъ таблицы численныхъ значеній выраженія $(1+T)^n$; а именно: къ 1 прибавляется численное значеніе $1+T$, къ получаемому итогу потомъ прибавляется численное значеніе $(1+T)^2$, къ новому итогу присоединяется $(1+T)^3$, потомъ еще $(1+T)^4$ и т. д.; такимъ образомъ получаются численныя значенія выраженій для будущей (наросшей) стоимости ежесрочной 1 (единицы) съ наростающими на нее $T^0/_0$, взятой въ 2, 3, 4, 5, ...10, 50, 70 и т. д. до 100 или 200 единицъ времени. Если мы означимъ выраженіе $\frac{(1+T)^n-1}{T}=\omega$, то ω будетъ постояннымъ множителемъ, опредѣляющемъ наросшую стоимость всякой ежесрочной суммы: сколько разъ въ ней содержится единицъ, столько разъ нужно будетъ взять ω, чтобъ получить ея наросшую стоимость; поэтому наросшая стоимость ежесрочной суммы A составитъ $A\omega$. Такъ какъ этотъ множитель всегда соотвѣтствуетъ извѣстнымъ T и n, то у его основанія принято ставить указаніе (индексъ) ихъ, напр. такъ: $A\omega_{n(T)}$ или $A\omega_{n+p\,(T)}$: этимъ означается, что наросшая стоимость ежесрочной суммы A опредѣлена въ одномъ случаѣ по наросшей стоимости ежесрочной единицы за n единицъ времени при $T^0/_0$, а въ другомъ за $n+p$ единицъ времени при $T^0/_0$, *).

7. Выведенное нами общее выраженіе будущей или наросшей стоимости ежесрочной единицы денежной стоимости, на которую въ теченіи n единицъ времени наростаютъ $T^0/_0$ сложныхъ, дастъ возможность легко опредѣлить ту ежесрочную сумму, которая отъ наростанія на нее $T^0/_0$ сложныхъ въ теченіи n единицъ времени, по окончаніи этого срока, образуетъ 1 единицу капитала. Для этого достаточно выведенное нами общее выраженіе будущей стоимости ежесрочной единицы денежной стоимости взять въ обратномъ видѣ или въ видѣ $\frac{T}{(1+T)^n-1}$. Нетрудно усмотрѣть, что дѣйствительно:

$$\frac{T}{(1+T)^n-1}[1+(1+T)+(1+T)^2+(1+T)^3+\ldots+(1+T)^{n-1}]=$$
$$=\frac{T}{(1+T)^n-1}\cdot\frac{(1+T)^n-1}{T}=1.$$

*) Вспомогательныя таблицы Віолена и Перейры даютъ прямо наросшую стоимость ежесрочной единицы или $\omega_{n(T)}=\frac{1}{T}((1+T)^n-1)$, то-есть: стоимость рубля (или франка, марки и т. д.), уплачиваемаго или получаемаго *въ концѣ* каждой единицы времени въ теченіи n единицъ времени, при наростаніи каждаго рубля сложными $T^0/_0$. Но при пользованіи таблицами Шпицера необходимо имѣть въ виду, что въ соотвѣтствующей таблицѣ (III) онъ даетъ наросшую стоимость ежесрочнаго рубля, накопляемаго *въ началѣ* каждой единицы времени и наростающаго $T^0/_0$ уже съ начала первой единицы до конца n-ой единицы, слѣдовательно въ этомъ промежуткѣ наростающаго $T^0/_0$-ами въ продолженіи n единицъ времени, поэтому стоимость его показывается подъ n-ою единицею времени (въ концѣ ея, какъ и у Віолена и Перейры). Иначе говоря: Віоленъ и Перейра даютъ итогъ членовъ прогрессіи $1+(1+T)+(1+T)^2+(1+T)^3+\cdots+(1+T)^{n-1}$, тогда какъ Шпицеръ даетъ итогъ членовъ прогрессіи $(1+T)+(1+T)^2+(1+T)^3+\cdots+(1+T)^{n-1}+(1+T)^n$. Слѣдовательно, чтобъ получить у Шпицера тоже численное значеніе наросшей стоимости ежесрочной единицы или ω_n, какъ его даютъ Віоленъ и Перейра, нужно взять то число, которое Шпицеръ даетъ подъ $(n-1)$-ою единицею времени и къ нему прибавить 1 (нужно сбросить излишне для ω засчитанныя $(1+T)^n$ и засчитать не принятую въ разсчетъ ежесрочную 1, на которую проценты совсѣмъ не наростаютъ, потому что она уплачивается или получается въ концѣ послѣдней единицы времени). Оговариваемъ это обстоятельство, потому что его нужно имѣть въ виду при пользованіи таблицами Шпицера, во всѣхъ отношеніяхъ имѣющихъ много преимуществъ предъ таблицами Віолена и Перейры.

Формула ежесрочной суммы, которая съ $T^0/_0$ сложными образуетъ въ n единицъ времени 1 единицу капитала, имѣетъ основное значеніе въ вычисленіяхъ по публичнымъ долгамъ, потому что она служитъ «погасительнымъ множителемъ», т. е. множителемъ, показывающимъ, сколько ежесрочно, въ концѣ каждой единицы времени, нужно откладывать и предоставить наростанію $T^0/_0$-ами въ теченіи n единицъ времени, для погашенія каждой единицы капитала заключеннаго долга или сдѣланной затраты Напримѣръ если $n = 30$ лѣтъ, а $T = 5^0/_0$, то ежегодно нужно откладывать $1{,}_{505144}$ копѣйки чтобы въ 30 лѣтъ отъ наростанія сложными $5^0/_0$ образовался одинъ рубль. Если ежесрочно откладывается по 1 копѣйкѣ, то въ 30 лѣтъ со сложными $5^0/_0$ изъ отложенныхъ 30 копѣекъ образуется $\frac{(1+0{,}05)^{30}-1}{0{,}05} = 66{,}_{4388475}$ копѣекъ; если же ежесрочно будетъ откладываться по $1{,}_{505144}$ копѣйки, то образуется $66{,}_{4388475} \times 1{,}_{505144} = 100$ копѣекъ или 1 рубль.

8. Наличная (нынѣшняя, учтенная) или «капитализованная» стоимость ежесрочной суммы въ видѣ такой единицы денежной стоимости (рубля, франка, марки, доллара, фунта стерлингъ, гульдена, и т. д.), которая будетъ поступать, или расходоваться (уплачиваться), или сберегаться, въ теченіи n единицъ времени, въ концѣ каждой изъ нихъ, съ наростаніемъ сложными $T^0/_0$ на каждое поступленіе, или сбереженіе, или на каждый расходъ единицы денежной стоимости, со времени его производства до окончанія n-ой единицы времени,—тоже легко опредѣляется, какъ итогъ нынѣшнихъ или наличныхъ стоимостей каждой изъ суммъ каждаго изъ періодовъ (каждой единицы денежной стоимости, каждой единицы времени). Въ самомъ дѣлѣ, единица денежной стоимости (рубль, франкъ, марка, долларъ, фунтъ стерлингъ), которая поступитъ, или сбережется, или израсходуется, въ концѣ первой единицы времени, въ началѣ этой первой единицы времени будетъ обладать наличною стоимостью $\frac{1}{1+T}$. Слѣдующая единица денежной стоимости, относящаяся къ концу второй единицы времени, въ началѣ первой единицы времени (или за двѣ единицы времени предъ тѣмъ) будетъ имѣть наличную стоимость $\frac{1}{(1+T)^2}$. Также точно въ началѣ первой единицы времени та единица денежной стоимости, которая относится къ концу третьей единицы времени, будетъ имѣть (за три единицы времени передъ тѣмъ) наличную стоимость $\frac{1}{(1+T)^3}$; единица денежной стоимости конца четвертой единицы времени въ началѣ первой единицы времени будетъ имѣть наличную стоимость $\frac{1}{(1+T)^4}$ и т. д.; единица денежной стоимости, относящаяся къ концу m-ой единицы времени, въ началѣ первой единицы времени будетъ имѣть наличную стоимость $\frac{1}{(1+T)^m}$; единица денежной стоимости конца предпослѣдней $[(n-1)$-ой] единицы времени въ началѣ первой единицы времени будетъ имѣть наличную стоимость $\frac{1}{(1+T)^{n-1}}$; наконецъ единица денежной стоимости послѣдней (n-ой) единицы времени въ началѣ первой единицы времени будетъ имѣть наличную стоимость $\frac{1}{(1+T)^n}$. Складывая вмѣстѣ всѣ эти наличныя стоимости, мы получимъ въ итогѣ, какую

наличную стоимость имѣютъ въ началѣ первой единицы времени всѣ единицы денежной стоимости каждой изъ n единицъ времени. Сложеніе это имѣетъ слѣдующій видъ:

$$\frac{1}{1+T}+\frac{1}{(1+T)^2}+\frac{1}{(1+T)^3}+\frac{1}{(1+T)^4}\cdots+\frac{1}{(1+T)^m}\cdots+\frac{1}{(1+T)^{n-2}}+\frac{1}{(1+T)^{n-1}}+$$
$$+\frac{1}{(1+T)^n}=x$$

Опять и въ этомъ случаѣ мы имѣемъ предъ собою геометрическую прогрессію, въ которой наименьшій членъ $\frac{1}{(1+T)^n}$, а наибольшій $\frac{1}{(1+T)}$ и переходъ отъ всякаго меньшаго члена къ слѣдующему большему члену происходитъ посредствомъ увеличенія меньшаго члена въ $(1+T)$ разъ; слѣдовательно знаменатель въ нашей геометрической прогрессіи $=1+T$; поэтому сумма ея членовъ равняется наибольшему ея члену $\frac{1}{1+T}$, помноженному на знаменатель прогрессіи $(1+T)$ (или $\frac{1+T}{1+T}=1$), безъ послѣдняго члена $\frac{1}{(1+T)^n}$, раздѣленнымъ на знаменателя прогрессіи безъ единицы, то-есть на $(1+T)-1$ или просто $1+T-1=T$. Напишемъ это алгебрически:

$$x=\frac{\frac{1}{1+T}\cdot(1+T)-\frac{1}{(1+T)^n}}{(1+T)-1}=\frac{\frac{1+T}{1+T}-\frac{1}{(1+T)^n}}{T}=\frac{1-\frac{1}{(1+T)^n}}{T}=\frac{1}{T}\left(1-\frac{1}{(1+T)^n}\right)=$$
$$=\frac{(1+T)^n-1}{T(1+T)^n}=\frac{\frac{1}{T}((1+T)^n-1)}{(1+T)^n}=\frac{1}{T}-\frac{1}{T(1+T)^n}=\varphi_{n(T)}$$

Формула эта составляетъ выраженіе наличнаго капитала, или капитала наличной стоимости, или «капитализированной» стоимости ежесрочной единицы, наростающей сложными T% въ продолженіи n единицъ времени. Поэтому ее считаютъ выраженіемъ «капитализаціоннаго множителя», съ помощью котораго легко опредѣлить капитализованную стоимость всякой ежесрочной суммы: а именно, сколько разъ данная ежесрочная сумма содержитъ единицъ денежной стоимости (рублей, франковъ, марокъ и т. д.), столько разъ нужно взять капитализаціонный множитель φ, чтобъ получить ея капитализованную стоимость. Если ежесрочная сумма составляетъ A (рублей, франковъ и т. д.), то ея капитализованная стоимость составляетъ $A\varphi$ (рублей, франковъ и т. д.). Численное значеніе φ или капитализованной стоимости ежесрочной единицы зависитъ отъ того, при какомъ числѣ единицъ времени (при какомъ n) и при какомъ ростѣ на капиталъ (при какомъ T) она берется. Поэтому у основанія φ принято ставить указаніе (индексъ) n и T, при которыхъ она берется; $\varphi_{n(T)}$ означаетъ, что берется капитализованная стоимость ежесрочной единицы при n единицахъ времени и T% на капиталъ; $\varphi_{n+p(T)}$ означаетъ, что берется капитализованная стоимость ежесрочной единицы при $n+p$ единицахъ времени и T% на капиталъ; $\varphi_{1(5\%)}$ означаетъ, что идетъ рѣчь о капитализованной единицѣ денежной стоимости (напр. рублѣ) за одну единицу времени (напр. за одинъ годъ) при 5% на капиталъ или объ $\frac{1}{0{,}05}\left(1-\frac{1}{1{,}05}\right)$; $\varphi_{150(1^3/_4\%)}$ означаетъ, что идетъ рѣчь о капитализованной стоимости ежесрочной единицы (рубля, напр.) уплачиваемой въ продолженіи 150 единицъ времени (напр. полугодій) при $1^3/_4$% за единицу времени (за полугодіе), то-есть объ $\frac{1}{0{.}0175}\left(1-\frac{1}{(1{,}0175)^{150}}\right)$.

Численныя значенія φ при различныхъ T и n (и даже логарифмы этихъ φ) даются уже въ готовомъ видѣ въ вспомогательныхъ таблицахъ и ихъ поэтому рѣдко приходится вычислять по формулѣ $\varphi = \frac{1}{T}\left(1 - \frac{1}{(1+T)^n}\right)$. — Формула φ выше дана во многихъ видахъ, изъ которыхъ въ первыхъ она наиболѣе удобна, когда ее приходится прямо вычислять (напр. въ научно-статистическихъ изслѣдованіяхъ, для такихъ T и n, для которыхъ нѣтъ численныхъ ихъ значеній въ вспомогательныхъ таблицахъ), въ послѣднихъ-же двухъ видахъ формулы яснѣе обнаруживаются свойства капитализованной или учтенной (нынѣшней, наличной) стоимости всякой ежесрочной суммы, наростающей сложными процентами въ теченіи *опредѣленнаго* срока, то-есть, ограниченнаго *извѣстнымъ* числомъ единицъ времени (лѣтъ, полугодій и т. д.). Такъ въ одномъ ея видѣ: $\varphi_{n(T)} = \frac{1}{T}\left(1 - \frac{1}{(1+T)^n}\right)$ формула наиболѣе удобна для прямыхъ вычисленій; въ другомъ и третьемъ ея видахъ:

$$\varphi_{n(T)} = \frac{(1+T)^n - 1}{T(1+T)^n} = \frac{\frac{1}{T}(1+T)^n - 1)}{(1+T)^n}$$

формула намъ показываетъ, что, какъ и слѣдуетъ ожидать, наличная (нынѣшняя или учтенная) стоимость всякой ежесрочной единицы составляетъ $\frac{1}{(1+T)^n}$-ую часть будущей или наросшей стоимости той-же ежесрочной единицы, или что ея капитализованная стоимость въ $(1+T)^n$ разъ менѣе ея наросшей стоимости $\left(\varphi_{n(T)} = \frac{\omega_{n(T)}}{(1+T)^n}\right)$, какъ вообще всякій наличный капиталъ имѣетъ стоимость, въ $(1+T)^n$ разъ меньшую, чѣмъ та стоимость, которую онъ пріобрѣтетъ послѣ его наростанія сложными $T^0/_0$ въ n единицъ времени. Менѣе подразумѣвается, само собою, то свойство капитализованной стоимости ежесрочной единицы, наростающей сложными $T^0/_0$ въ n единицъ времени, которое раскрывается формулою въ послѣднемъ ея видѣ:

$$\varphi_{n(T)} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T(1+T)^n} = \frac{1}{T} - \frac{1}{(1+T)^n} \cdot \frac{1}{T}.$$

Въ этомъ видѣ капитализованная стоимость ежесрочной единицы выражаетъ какую-то разность: между $\frac{1}{T}$ и $\frac{1}{(1+T)^n}$-ою частью $\frac{1}{T}$. Что же означаетъ $\frac{1}{T}$? Это единица денежной стоимости, взятая въ видѣ ежесрочной суммы и раздѣленная на ростъ (интересъ) или приращеніе, присоединяющееся къ этой единицѣ денежной стоимости въ каждую единицу времени. Напримѣръ, если ростъ составляетъ $5^0/_0$ или 0.05, то $\frac{1}{T}$ составляетъ $\frac{1}{0{,}05} = \frac{100}{5} = 20$. Что-же означаетъ отношеніе единицы ежесрочной суммы къ росту, отъ котораго она увеличивается? Когда кратко говорятъ: капиталъ приноситъ $T^0/_0$ или, напримѣръ, $5^0/_0$, то въ этомъ случаѣ ростъ опредѣляется, какъ тотъ *постоянный* доходъ или та *ежесрочная* сумма, которая ожидается отъ капитала во *все* послѣдующее время, *не ограниченное никакимъ предѣломъ*, пока ростъ въ $T^0/_0$ или $5^0/_0$ останется безъ измѣненія. Пока ростъ въ $T^0/_0$ или $5^0/_0$ останется безъ измѣненія, капиталъ будетъ *всегда* приносить эти $T^0/_0$ или $5^0/_0$, будетъ давать ихъ «вѣчно». Это, конечно, очень условная «вѣчность», зависящая отъ обстоятельствъ, опредѣляющихъ неизмѣнность роста, и хотя слабая, когда эти обстоятельства слабы, но за то и крѣпкая, когда эти обстоятельства крѣпки. Во всякомъ случаѣ она имѣетъ свой совершенно

ясный смыслъ, смыслъ «очевидной», «само-собою разумѣемой», истины, которая, какъ таковая, и выражается труизмомъ или тавтологіею, что пока капиталъ продолжаетъ приносить T% или 5%, онъ всегда приноситъ T% или 5%. Или иначе говоря: доходъ T или 0.05 представляетъ «вѣчный доходъ» (une rente perpetuelle), пока T или 0.05 остаются безъ измѣненія. Отношеніе единицы капитала къ этому-то «вѣчному» доходу и выражается дробью $\frac{1}{T}$, или иначе говоря, стоимость этого-то вѣчнаго дохода выражаетъ дробь $\frac{1}{T}$ или $\frac{1}{0.05}$. Показывая, во сколько разъ единица капитала больше приносимого ею вѣчного дохода, сколько разъ она его въ себѣ содержитъ, дробь $\frac{1}{T}$ или $\frac{1}{0.05}$ выражаетъ, сколько разъ нужно взять этотъ вѣчный доходъ, чтобы получить его стоимость, потому что только при отношеніи, выражаемой дробью $\frac{1}{T}$ или $\frac{1}{0.05}$, единица капитала «даетъ» доходъ T или 0.05, а потому и составляетъ его стоимость. Если напримѣръ единица капитала приноситъ 5% или 0.05, то дробь $\frac{1}{0.05}=20$ показываетъ, что нужно 20 разъ взять вѣчный доходъ въ этомъ размѣрѣ, чтобъ получить его стоимость. Но всякій доходъ, когда онъ не случайный, составляетъ, по своему существу ежесрочную сумму, а когда доходъ — вѣчный, то онъ представляетъ ежесрочную сумму, не ограниченную опредѣленнымъ временемъ, или «безсрочную», въ указанномъ условномъ смыслѣ тоже вѣчную. Поэтому, когда въ дроби $\frac{1}{T}$ числитель выражаетъ единицу такой «вѣчной» ежесрочной суммы, то и вся дробь $\frac{1}{T}$ выражаетъ стоимость этой «вѣчной» ежесрочной единицы *). Таковъ смыслъ дроби $\frac{1}{T}$; смыслъ-же дроби $\frac{1}{(1+T)^n}$ уже объясненъ выше, какъ выраженіе общаго множителя, опредѣляющаго наличную (нынѣшнюю) или учтенную стоимость такой суммы, которая образуется лишь впослѣдствіи чрезъ n единицъ времени, послѣ наростанія суммы, равной наличной суммѣ, сложными T%. Слѣдовательно $\frac{1}{(1+T)^n}$-ая часть отъ $\frac{1}{T}$ или $\frac{1}{(1+T)^n}\cdot\frac{1}{T}=\frac{1}{T(1+T)^n}$ означаетъ учтенную за n единицъ времени стоимость $\frac{1}{T}$. Такимъ образомъ, разность $\frac{1}{T}-\frac{1}{(1+T)^n}\cdot\frac{1}{T}$ означаетъ капитализованную стоимость вѣчной ежесрочной единицы, за вычетомъ изъ нея этой-же стоимости, учтенной за n единицъ времени. И вотъ эту-то разность составляетъ $\varphi_{n(T)}$ или капитализованная стоимость всякой ежесрочной единицы, наростающей сложными T% въ теченіи

*) Наличная стоимость ежесрочной суммы, равной единицѣ и продолжающейся до безконечности, составитъ: $\frac{1}{1+T}+\frac{1}{(1+T)^2}+\frac{1}{(1+T)^3}+\frac{1}{(1+T)^4}+\cdots\cdots+\frac{1}{(1+T)^n}+\cdots\cdots+\frac{1}{(1+T)^\infty}$ и т. д. до безконечности, т.-е. послѣдній членъ этой прогрессіи будетъ $\frac{1}{(1+T)^\infty}$ или величина, безконечно малая, которою можно пренебречь; поэтому сумма членовъ означенной прогрессіи будетъ $\frac{1}{T}(1-0)=\frac{1}{T}$, что и выражаетъ наличную стоимость вѣчной ежесрочной единицы.

опредѣленнаго срока, а именно — въ продолженіи n единицъ времени. Такимъ образомъ коренное свойство капитализованной стоимости ежесрочной единицы, наростающей сложными процентами въ продолженіи опредѣленнаго срока, или въ теченіи извѣстнаго числа (n) единицъ времени, заключается не только въ томъ, что она *менѣе* $\frac{1}{T}$ или стоимости вѣчной ежесрочной единицы (это могло-бы быть ясно и само собою), но что первая стоимость менѣе второй на стоимость вѣчной ежесрочной единицы, учтенной за тѣ самые n единицы времени, срокомъ которыхъ ограничена ежесрочная единица, получаемая доходомъ и наростающая сложными $T^0/_0$-ами только въ теченіи этихъ n единицъ времени. Это указаніе имѣетъ очень существенное значеніе для точнаго практическаго сравненія нѣкоторыхъ очень важныхъ сторонъ срочныхъ и бесзрочныхъ (вѣчныхъ) публичныхъ займовъ.

9. Подобно тому, какъ изъ выраженія наросшей или будущей стоимости ежесрочной единицы, (отъ наростанія сложными $T^0/_0$ въ теченіи n единицъ времени) раздѣленіемъ 1 на означенное выраженіе получается погасительный множитель, или та ежесрочная сумма, которая при наростаніи $T^0/_0$ въ продолженіи n единицъ времени по истеченіи ихъ дастъ 1 (единицу) капитала, — изъ выраженія нынѣшней или капитализованной (наличной) стоимости ежесрочной единицы, наростающей сложными $T^0/_0$ въ теченіи n единицъ времени, посредствомъ раздѣленія 1 на это выраженіе получается:

$$1:\frac{1-\frac{1}{(1+T)^n}}{T}=\frac{T}{1-\frac{1}{(1+T)^n}}=\frac{T(1+T)^n}{(1+T)^n-1}=\frac{T(1+T)^n-T+T}{(1+T)^n-1}=\frac{T(1+T)^n-T}{(1+T)^n-1}+$$

$$+\frac{T}{(1+T)^n-1}=\frac{T((1+T)^n-1)}{(1+T)^n-1}+\frac{T}{(1+T)^n-1}=T+\frac{T}{(1+T)^n-1}=\frac{1}{\varphi_n}$$

выраженіе, означающее ту ежесрочную сумму, которая при наростаніи ея сложными T процентами впродолженіи n единицъ времени, дастъ единицу капитала съ сложными $T^0/_0$ на нее или $(1+T)^n$, то-есть: дастъ необходимое не только для погашенія единицы капитала (выше § 7) но и для уплаты по ней $T^0/_0$ интересовъ на части ея, по всякое данное время еще не погашенныя. Въ самомъ дѣлѣ:

$$\frac{T}{1-\frac{1}{(1+T)^n}}\left[1+(1+T)+(1+T)^2+\cdots+(1+T)^{n-1}\right]=\frac{T}{1-\frac{1}{(1+T)^n}}\cdot\frac{(1+T)^n-1}{T}=$$

$$=\frac{T(1+T)^n}{(1+T)^n-1}\cdot\frac{(1+T)^n-1}{T}=\frac{\omega_n}{\varphi_n}=(1+T)^n$$

Выраженіе $\frac{T}{1-\frac{1}{(1+T)^n}}=\frac{1}{\varphi}$ называютъ «аннуитетнымъ множителемъ» или не совсѣмъ точно, но кратко, но просту «аннуитетомъ», потому что оно означаетъ ежесрочную сумму, потребную для интересовъ и погашенія по 1 единицѣ капитала въ срокъ n единицъ времени; съ его помощью легко опредѣлить ежесрочную сумму, потребную для интересовъ и погашенія всякаго капитала въ предѣлахъ того-же срока: если для интересовъ и погашенія одной единицы капитала впродолженіи n единицъ времени необходимо $\frac{1}{\varphi_{n(T)}}=\frac{T}{1-\frac{1}{(1+T)^n}}$, то для капитала P, содержащаго P единицъ капитала, необходимо въ P разъ больше, или потребная

для интересовъ и погашенія по нему впродолженіи n единицы ежесрочная сумма (означимъ ее чрезъ A) составитъ:

$$A = P \cdot \frac{1}{\varphi_{n(T)}} = \frac{P}{\varphi_{n(T)}} = P \cdot \frac{T}{\left(1 - \frac{1}{(1+T)^n}\right)}$$

Формула эта служитъ означеніемъ ежесрочной суммы, капитализованная стоимость которой, при данномъ n и данномъ T, выражается даннымъ наличнымъ капиталомъ P, потому что въ продолженіи n единицъ времени A не только даетъ необходимое для погашенія (возстановленія) капитала P, но даетъ и необходимое для T% на невозстановленную (непогашенную) части капитала P. Отсюда понятно, какое основное значеніе для сложно-процентныхъ вычисленій имѣетъ «аннуитетное» выраженіе или $\frac{1}{\varphi_{n(T)}}$; поэтому вспомогательныя таблицы даютъ его въ готовомъ видѣ вычисленнымъ для разныхъ T и n, а нѣкоторыя таблицы даютъ и отысканные уже логарифмы всѣхъ этихъ многоразличныхъ численныхъ значеній $\frac{1}{\varphi_{n(T)}}$.

III.

Существо вычисленій по публичнымъ долгамъ, ихъ составъ и исходныя предположенія, общій ходъ погашенія и распредѣленіе ежесрочной суммы между двумя образующими ее расходами, на уплату интересовъ и на производство погашенія.

10. Всѣ вычисленія, касающіяся публичныхъ долговъ, всегда сводятся къ ариѳметическимъ дѣйствіямъ, имѣющимъ задачею привести въ извѣстность (вычислить): или наличную (капитализованную, учтенную) стоимость данныхъ (извѣстныхъ) ежесрочныхъ суммъ, или напротивъ — ежесрочныя суммы, равноцѣнныя данному наличному капиталу, имѣющія одинаковую съ нимъ стоимость, или наконецъ основанія капитализаціи: ростъ, по которому она производится, и срокъ, на который она разсчитывается. Коренныя основанія этихъ вычисленій очень просты и даны въ вышеизложенномъ. Примѣненіе ихъ къ публичнымъ долгамъ заключается лишь въ ближайшемъ ихъ приноровленіи къ составнымъ частямъ обязательствъ, порождаемыхъ публичными долгами, и къ условіямъ, на которыхъ эти обязательства заключаются. Самыя основныя изъ означенныхъ частей заключаются со стороны заимодавца — въ суммѣ наличнаго капитала, который онъ обязывается предоставить въ распоряженіе публичнаго установленія, въ срокѣ, на который онъ обязывается оставить этотъ капиталъ въ распоряженіи публичнаго установленія, и въ ростѣ, за который онъ обязывается уступить свой капиталъ, — а со стороны должника въ той ежесрочной суммѣ, которую онъ обязывается уплачивать въ теченіи условленнаго срока, и въ томъ обязательствѣ, которое онъ на себя принимаетъ, чтобъ условленный срокъ состоялъ изъ единицъ времени, установленной

продолжительности (въ 12 мѣсяцевъ, 6 мѣсяцевъ, 3 мѣсяца) для производства въ каждую изъ нихъ условленныхъ ежесрочныхъ платежей. Платежи эти, въ свою очередь, могутъ состоять: когда займы — безсрочные или «вѣчные», только изъ платы за пользованіе занятымъ капиталомъ во всякую истекшую единицу времени; если-же займы обязательно-срочные или, хотя-бы они не были обязательно-срочными, но ихъ желаютъ и стараются сдѣлать таковыми, то къ ежесрочной уплатѣ интересовъ присоединяется еще расходъ на уменьшеніе заключеннаго долга или ежесрочная уплата по погашенію заключеннаго долга. Обѣ эти ежесрочныя уплаты, интересовъ и погашенія, вмѣстѣ образуютъ «ежесрочный платежъ» или «аннуитетъ».

11. Наиболѣе типическою формою займовъ, на которой всего удобнѣе выяснить примѣненіе изложенныхъ выше коренныхъ основаній вычисленій къ публичнымъ займамъ, представляется та, которая прямо построена на началѣ равноцѣнности, или равной денежной стоимости, извѣстнаго наличнаго капитала и соотвѣтствующей ему ежесрочной суммы, при данной платѣ за пользованіе капиталомъ и условленномъ, опредѣленномъ или неопредѣленномъ, срокѣ, на который уступается пользованіе капиталомъ. Существо этой равноцѣнности заключается въ началѣ, по которому наличный капиталъ со сложными на него T% за всѣ условленныя единицы времени, или иначе говоря, наличный капиталъ, увеличивающійся отъ наростанія сложными процентами въ каждую послѣдующую единицу времени сравнительно съ предшествующею въ $(1+T)$ разъ, долженъ по истеченіи всѣхъ условленныхъ единицъ времени составить ровно столько же, сколько составятъ всѣ ежесрочныя суммы всѣхъ условленныхъ единицъ времени со сложными T% на каждую изъ нихъ за время отъ періода, которому она принадлежитъ, до окончанія послѣдней изъ условленныхъ единицъ времени. Эта разноцѣнность должна во всякій данный моментъ оставаться ненарушимою и незыблемою. Если ежесрочная сумма составляетъ 1 единицу денежной стоимости (одинъ рубль, одинъ франкъ, одинъ фунтъ стерлингъ и т. д.), то при уплатѣ T% интересовъ за пользованіе занятымъ капиталомъ въ каждую единицу времени, публичный заемъ въ простѣйшемъ видѣ представляется: какъ обмѣнъ n ежесрочныхъ единицъ денежной стоимости на наличный капиталъ $\varphi_{n(T)} = \frac{1}{T}\left(1 - \frac{1}{(1+T)^n}\right) = \frac{1}{T} - \frac{1}{T(1+T)^n}$, когда заемъ заключается на срокъ n единицъ времени,—или-же какъ обмѣнъ неопредѣленнаго числа такихъ-же ежесрочныхъ единицъ денежной стоимости на наличный капиталъ $\frac{1}{T}$, когда заемъ — безсрочный или «вѣчный». Когда заемъ — срочный (все равно, по принятому-ли на себя должникомъ обязательству возвратить занятый капиталъ въ установленное число единицъ времени, или потому что должникъ и безъ формальнаго обязательства старается о погашеніи заключеннаго имъ долга въ теченіи опредѣленнаго времени), то ежесрочная единица денежной стоимости разлагается на тѣ двѣ ея части, изъ которыхъ одна служитъ для уплаты интересовъ, а другая для производства погашенія. Для послѣдовательности изложенія и постепеннаго перехода отъ простѣйшихъ къ болѣе сложнымъ случаямъ, мы будемъ въ нижеслѣдующемъ исходить изъ того, что ежесрочная сумма составляетъ единицу денежной стоимости (рубль, франкъ, фунтъ стерлингъ, марку, долларъ и т. д.) въ теченіи всего времени, пока длится

долгъ, слѣдовательно—что: 1) ежесрочная сумма — неизмѣнно-равная въ каждую единицу времени, въ которую продолжается долгъ, и 2) что ежесрочная единица денежной стоимости, составляя платежъ каждой единицы времени, всегда слагается изъ двухъ частей, изъ которыхъ одна служитъ для уплаты $T^0/_0$ роста (интересовъ) за остающійся въ распоряженіи должника занятый капиталъ, а другая употребляется на погашеніе или выкупъ части заключеннаго долга.

12. Очевидно, что въ такомъ случаѣ долгъ будетъ постепенно уменьшаться. Разсмотримъ прежде всего ходъ уменьшенія. Какую часть изъ ежесрочной единицы платежа всякой единицы времени возможно будетъ по окончаніи послѣдней употребить на погашеніе или выкупъ долга, легко опредѣлить какъ на основаніи того, что за занятый капиталъ уплачивается въ теченіи условленныхъ n единицъ времени условленные $T^0/_0$ роста (интересовъ), такъ и на основаніи вышеобъясненнаго общаго погасительнаго множителя. Мы знаемъ, что наличная или капитализованная (нынѣшняя) стоимость ежесрочной единицы денежной стоимости, уплачиваемой въ продолженіи n единицъ времени въ концѣ каждой изъ нихъ, составляетъ $\varphi_{n(T)} = \frac{1}{T}\left(1 - \frac{1}{(1+T)^n}\right)$ и это выраженіе означаетъ въ нашемъ случаѣ первоначальный капиталъ долга. Когда мы говоримъ, что «за капиталъ» уплачивается $T^0/_0$ роста (интересовъ), то это означаетъ, что $T^0/_0$ уплачивается за всякую единицу капитала (за всякій рубль, франкъ, долларъ и т. д.). Если-же капиталъ долга содержитъ φ_n единицъ, то за него будетъ причитаться интересовъ по $T^0/_0$ роста $T\varphi_n = \frac{T}{T}\left(1 - \frac{1}{(1+T)^n}\right) = 1 - \frac{1}{(1+T)^n}$. Слѣдовательно, въ ту первую единицу времени, когда капиталъ долга еще будетъ оставаться во всей своей первоначальной суммѣ, на интересы по долгу будетъ употреблена первая изъ ежесрочныхъ единицъ за вычетомъ изъ нея нѣкоторой ея части въ $\frac{1}{(1+T)^n}$. А такъ какъ мы знаемъ, что кромѣ расхода на уплату интересовъ ежесрочная единица служитъ еще лишь для уменьшенія долга, то значитъ, изъ первой ежесрочной единицы на это уменьшеніе будетъ имѣться $\frac{1}{(1+T)^n}$, что и составитъ первое погашеніе. Къ тому-же выводу мы можемъ придти и другимъ путемъ. Мы знаемъ (§ 7), что «общій погасительный множитель» составляетъ $\frac{T}{(1+T)^n - 1}$ для погашенія въ срокъ n единицъ времени одной единицы капитала. Для погашенія-же φ_n единицъ капитала нужно въ φ_n разъ больше или $\frac{\varphi_n T}{(1+T)^n - 1} = \frac{1}{T}\left(1 - \frac{1}{1+T^n}\right) \cdot \frac{T}{(1+T)^n - 1} =$ $= \frac{T[(1+T)^n - 1]}{T(1+T)^n[(1+T)^n - 1]} = \frac{1}{(1+T)^n}$. Такимъ образомъ обѣ выкладки даютъ одинаковый размѣръ погашенія $\frac{1}{(1+T)^n}$ для первой единицы времени, на каковую часть будетъ уменьшенъ капиталъ долга въ концѣ первой единицы времени и, слѣдовательно, на означенную часть не нужно будетъ уже расходовать $T^0/_0$ на интересы; эти $T^0/_0$ на погашенную часть долга составятъ $\frac{T}{(1+T)^n}$, и такъ какъ эти $\frac{T}{(1+T)^n}$ уже не нужно будетъ уплачивать должнику за пользованіе занятымъ капиталомъ, то и ихъ можно будетъ употребить на уменьшеніе долга. Поэтому во вторую единицу времени изъ ежесрочной единицы будетъ возможно на погашеніе долга употребить

уже нѣсколько увеличенную часть, а именно $\frac{1}{(1+T)^n}+\frac{T}{(1+T)^n}=\frac{1+T}{(1+T)^n}$. На эту погашенную во вторую единицу времени часть долга уже затѣмъ не придется уплачивать T% интересовъ, какъ не придется уплачивать интересовъ на погашенную въ первую единицу времени часть долга; оттого уменьшеніе расхода на интересы по долгу въ третью единицу времени составитъ не только $\frac{T}{(1+T)^n}$, но сверхъ того еще $\frac{T(1+T)}{(1+T)^n}$ и отъ ежесрочной единицы денежной стоимости останется въ третью единицу времени для уменьшенія долга:

$$\frac{1}{(1+T)^n}+\frac{T}{(1+T)^n}+\frac{T(1+T)}{(1+T)^n}=\frac{(1+T)+T(1+T)}{(1+T)^n}=\frac{(1+T)(1+T)}{(1+T)^n}=\frac{(1+T)^2}{(1+T)^n}.$$

Столько будетъ израсходовано на уменьшеніе долга изъ третьей ежесрочной единицы и на сумму этого уменьшенія уже не придется въ четвертую единицу времени платить T% роста или $\frac{T(1+T)^2}{(1+T)^n}$, какъ не придется уплачивать интересовъ $\frac{T}{(1+T)^n}+\frac{T(1+T)}{(1+T)^n}$ на части долга, погашенныя въ первыя двѣ единицы времени. Поэтому въ четвертую единицу времени изъ четвертой ежесрочной единицы платежа возможно будетъ употребить на уменьшеніе долга:

$$\frac{1}{(1+T)^n}+\frac{T}{(1+T)^n}+\frac{T(1+T)}{(1+T)^n}+\frac{T(1+T)^2}{(1+T)^n}=\frac{(1+T)^2+T(1+T)^2}{(1+T)^n}=\frac{(1+T)(1+T)^2}{(1+T)^n}=\frac{(1+T)^3}{(1+T)^n}.$$

Такимъ образомъ во всякую послѣдующую единицу времени, сравнительно съ предшествовавшею расходъ на уплату интересовъ сокращается ровно настолько, сколько необходимо для увеличенія расхода на погашеніе или на выкупъ долга въ $(1+T)$ разъ, то есть—для того, чтобы первоначальное погашеніе (погашеніе первой единицы времени) могло наростать сложными T%. И это вполнѣ естественно, такъ какъ погашеніе съ самого-же начала было такъ расчитано, чтобъ назначенная для него сумма отъ наростанія сложными T% въ n единицъ времени составила погашаемый капиталъ. Поэтому погашеніе въ пятую единицу времени составитъ въ $(1+T)$ разъ больше, чѣмъ въ четвертую, или $\frac{(1+T)(1+T)^3}{(1+T)^n}=\frac{(1+T)^4}{(1+T)^n}$, въ шестую единицу времени оно составитъ $\frac{(1+T)(1+T)^4}{(1+T)^n}=\frac{(1+T)^5}{(1+T)^n}$, въ двадцатую ово составитъ $\frac{(1+T)^{19}}{(1+T)^n}$, въ 37-ую единицу времени оно будетъ $\frac{(1+T)^{36}}{(1+T)^n}$, въ 64-ую единицу времени $\frac{(1+T)^{63}}{(1+T)^n}$, въ m-ую единицу времени $\frac{(1+T)^{m-1}}{(1+T)^n}$, въ предпослѣднюю $(n-1)$-ую единицу времени погашеніе составитъ $\frac{(1+T)^{n-2}}{(1+T)^n}$, наконецъ въ послѣднюю (n-ую) единицу времени оно будетъ $\frac{(1+T)^{n-1}}{(1+T)^n}$. Упрощая полученныя выраженія погашенія, посредствомъ исключенія изъ числителя и знаменателя ихъ дробей одинаковыхъ множителей, получаемъ, что погашеніе составитъ: въ первую единицу времени $\frac{1}{(1+T)^n}$, во вторую $\frac{1}{(1+T)^{n-1}}$, въ третью $\frac{1}{(1+T)^{n-2}}$, въ четвертую $\frac{1}{(1+T)^{n-3}}$, въ двадцатую $\frac{1}{(1+T)^{n-19}}$, въ 37-ую $\frac{1}{(1+T)^{n-36}}$, въ m-ую единицу времени оно будетъ $\frac{1}{(1+T)^{n-(m-1)}}$, въ предпослѣднюю $\frac{1}{(1+T)^2}$ и наконецъ въ послѣднюю $\frac{1}{(1+T)}$.

13. Расходъ на уплату интересовъ легко опредѣляется посредствомъ вычета изъ ежесрочной единицы той ея части, которая во всякую единицу времени идетъ на погашеніе. Поэтому расходъ на уплату интересовъ составитъ въ первую единицу времени $1-\frac{1}{(1+T)^n}$, во вторую единицу времени $1-\frac{1}{(1+T)^{n-1}}$, въ третью $1-\frac{1}{(1+T)^{n-2}}$ и т. д., въ m-ую единицу времени онъ будетъ $1-\frac{1}{(1+T)^{n-(m-1)}}$, въ предпослѣднюю $(n-1)$-ую единицу времени онъ составитъ $1-\frac{1}{(1+T)^2}$, наконецъ въ послѣднюю n-ую единицу времени онъ составитъ $1-\frac{1}{1+T}$.

14. Зная, какъ во всякую данную единицу времени распредѣляется ежесрочная единица платежа между образующими ея расходами на уплату интересовъ по долгу и на его уменьшеніе, мы легко можемъ опредѣлить общій итогъ произведенныхъ къ данному времени уменьшеній долга (погашеній), состояніе долга во всякую данную единицу времени, т. е. общій итогъ остающихся или предстоящихъ погашеній, или остатокъ непогашеннаго еще капитала долга, общій итогъ произведенныхъ расходовъ на уплату интересовъ по долгу, общій итогъ остающихся еще къ производству (предстоящихъ) расходовъ на уплату интересовъ (процентовъ) по долгу и наличную или капитализованную во всякое данное время стоимость каждаго въ отдѣльности изъ предстоящихъ расходовъ по долгу и обоихъ расходовъ вмѣстѣ.

IV.

Вычисленіе общаго итога произведенныхъ погашеній и общаго итога остающихся погашеній или состоянія непогашеннаго капитала, общаго итога произведенныхъ расходовъ на уплату интересовъ и общаго итога остающихся (предстоящихъ) расходовъ на уплату интересовъ; вычисленіе капитализованной стоимости остающихся или предстоящихъ ежесрочныхъ расходовъ на уплату интересовъ и на уплату погашенія. Вычисленіе ежесрочной суммы, равноцѣнной капитализованной стоимости всѣхъ уплатъ въ счетъ интересовъ по займу (задача о замѣнѣ купоннаго налога равноцѣнною неизмѣняющеюся ежесрочною уплатою).

---

15. Общій итогъ произведенныхъ уменьшеній (погашеній или выкуповъ) долга выводится простымъ сложеніемъ погашеній истекшихъ единицъ времени. Какъ показано (§ 12), погашенія изъ ежесрочной единицы денежной стоимости въ первыя m единицъ времени (отъ первой до m-ой включительно) составляютъ:

$$\frac{1}{(1+T)^n}+\frac{1}{(1+T)^{n-1}}+\frac{1}{(1+T)^{n-2}}+\cdots+\frac{1}{(1+T)^{n-(m-1)}}=x.$$

Итогъ этой геометрической прогрессіи, въ которой каждый слѣдующій членъ больше предшествующаго въ $1+T$ разъ, выразится такъ:

$$x=\left(\frac{1+T}{(1+T)^{n-(m-1)}}-\frac{1}{(1+T)^n}\right):\left((1+T)-1\right)=\left(\frac{1}{(1+T)^{n-m}}-\frac{1}{(1+T)^n}\right)\frac{1}{T}=$$
$$=\frac{1}{T}\left(\frac{(1+T)^m}{(1+T)^n}-\frac{1}{(1+T)^n}\right)=\frac{1}{T}\left(\frac{(1+T)^m-1}{(1+T)^n}\right).$$

Если раздѣлимъ числителя и знаменателя послѣднихъ выраженій на $(1+T)^m$, то получимъ:

$$x = \frac{1}{T}\left(\frac{(1+T)^m}{(1+T)^n} - \frac{1}{(1+T)^n}\right) : \frac{(1+T)^m}{(1+T)^m} = \frac{\frac{1}{T}\left(1-\frac{1}{(1+T)^m}\right)}{(1+T)^{n-m}} = \frac{\varphi_m}{(1+T)^{n-m}}$$

Въ этомъ видѣ выраженіе итога погашеній удобнѣе для вычисленія его при пособіи вспомогательныхъ таблицъ, когда онъ представляетъ неизвѣстное, подлежащее опредѣленію на основаніи данныхъ о срокѣ займа, объ уплачиваемомъ по нему ростѣ и объ ежесрочномъ отчисленіи на его погашеніе $\left(\frac{1}{(1+T)^n}\right)$. Но первое, прямо выведенное, выраженіе итога произведенныхъ погашеній болѣе ясно обнаруживаетъ составъ или образованіе этого итога. Въ самомъ дѣлѣ, всматриваясь въ него, мы найдемъ, что оно составляетъ произведеніе изъ двухъ множителей:

$$\frac{1}{T}\left(\frac{(1+T)^m-1}{(1+T)^n}\right) = \frac{1}{T}\left((1+T)^m-1\right)\cdot\frac{1}{(1+T)^n}.$$

Первый множитель представляетъ лишь общее выраженіе наросшей стоимости (§ 6) ежесрочной единицы, а второе показываетъ, къ какой величинѣ въ этомъ случаѣ примѣняется общее выраженіе наросшей стоимости; вмѣстѣ-же они означаютъ, что итогъ произведенныхъ погашеній составляетъ наросшую стоимость, или увеличенную сложными T процентами стоимость, ежесрочнаго отчисленія въ размѣрѣ $\frac{1}{(1+T)^n}$ на предметъ уменьшенія долга.—Конечно, мы можемъ воспользоваться умѣніемъ во всякое время опредѣлить итогъ произведенныхъ въ истекшія m единицъ времени погашеній и для того, чтобъ на его основаніи опредѣлить размѣръ слѣдующаго погашенія, въ $(m+1)$-ую единицу времени. Оно составитъ во-первыхъ, сумму, ежесрочно отчисляемую на погашеніе, или $\frac{1}{(1+T)^n}$, и во-вторыхъ T% на итогъ погашеній, произведенныхъ въ предшествовавшія m единицъ времени и уменьшившихъ на эти T% съ погашеній расходъ на уплату интересовъ, вслѣдствіе чего означенными T%-ами на произведенныя погашенія и можно усилить погашеніе въ $(m+1)$-ую единицу времени. Итогъ погашеній составляетъ: $\frac{1}{T}\left(\frac{(1+T)^m-1}{(1+T)^n}\right)$, поэтому T% съ него составятъ: $\frac{T}{T}\left(\frac{(1+T)^m-1}{(1+T)^n}\right) = \frac{(1+T)^m}{(1+T)^n} - \frac{1}{(1+T)^n}$; съ присоединеніемъ-же ежесрочнаго отчисленія на погашеніе все погашеніе въ $(m+1)$-ую единицу времени составитъ:

$$\frac{1}{(1+T)^n} + \frac{(1+T)^m}{(1+T)^n} - \frac{1}{(1+T)^n} = \frac{(1+T)^m}{(1+T)^n} = \frac{1}{(1+T)^{n-m}}.$$

16. На основаніи итога произведенныхъ погашеній легко опредѣляется состояніе (непогашеннаго) долга во всякое данное время (а слѣдовательно и итогъ предстоящихъ или оставшихся расходовъ на погашеніе) путемъ простаго вычета означеннаго итога изъ суммы первоначальнаго долга. Въ нашемъ случаѣ, когда ежесрочная сумма составляетъ 1 единицу, ея наличная стоимость или капиталъ долга составляетъ φ_n. Поэтому вычтя изъ φ_n, или $\frac{(1+T)^n-1}{T(1+T)^n}$, итогъ погашеній или

$\frac{(1+T)^m-1}{T(1+T)^n}$, получимъ состояніе долга въ началѣ $(m+1)$-ой единицы времени:

$$\frac{(1+T)^n-1}{T(1+T)^n}-\frac{(1+T)^m-1}{T(1+T)^n}=\frac{(1+T)^n-1-(1+T)^m+1}{T(1+T)^n}=\frac{(1+T)^n-(1+T)^m}{T(1+T)^n}=$$

$$=\frac{(1+T)^m((1+T)^{n-m}-1)}{(1+T)^m(1+T)^{n-m}T}=\frac{1}{T}\left(1-\frac{1}{(1+T)^{n-m}}\right)=\varphi_{n-m}.$$

Это-же будетъ выражать наличную или капитализованную стоимость всѣхъ еще предстоящихъ $n-m$ ежесрочныхъ уплатъ, равныхъ каждая единицѣ денежной стоимости.

17. Общій итогъ произведенныхъ расходовъ на уплату интересовъ по долгу легко выводится изъ общаго итога всѣхъ произведенныхъ ежесрочныхъ уплатъ за вычетомъ изъ нихъ итога расходовъ на произведенныя погашенія. Если въ каждую единицу времени расходуется ежесрочная сумма, равная 1, то въ m единицъ времени будетъ израсходовано m такихъ ежесрочныхъ суммъ, равныхъ каждая единицѣ, или всего m, вычтя затѣмъ показанный выше итогъ погашеній въ m единицъ времени, получимъ, что искомый итогъ расходовъ на уплату интересовъ по долгу, въ m единицъ времени, составитъ:

$$m-\frac{(1+T)^m-1}{T(1+T)^n}=m-\frac{\varphi_m}{(1+T)^{n-m}}.$$

18. Такимъ-же точно образомъ выводится общій итогъ предстоящихъ расходовъ на уплату процентовъ: онъ равняется общему итогу всѣхъ предстоящихъ ежесрочныхъ уплатъ безъ предстоящихъ расходовъ на погашеніе. Въ началѣ займа предстоитъ произвести всего n ежесрочныхъ уплатъ, при коихъ каждая нами принимается равною 1, слѣдовательно всего n единицъ денежной стоимости, и въ томъ числѣ на возвратъ (погашеніе или выкупъ) всего занятаго капитала φ_n; слѣдовательно на уплату процентовъ (интересовъ) по долгу будетъ израсходовано $n-\varphi_n$. По истеченіи m единицъ времени отъ заключенія займа, въ началѣ $(m+1)$-ой единицы времени останется еще до истеченія всѣхъ n единицъ времени произвести $n-m$ ежесрочныхъ уплатъ, равныхъ каждая единицѣ, и въ томъ числѣ на погашеніе капитала должно будетъ израсходовать φ_{n-m}; слѣдовательно, для расхода на уплату интересовъ по долгу до его окончанія еще останется употребить $n-m-\varphi_{n-m}$ или $n-m-\frac{1}{T}\left(1-\frac{1}{(1+T)^{n-m}}\right)$.

19. Капитализованная во всякое данное время, или наличная (нынѣшняя), стоимость предстоящихъ расходовъ на уплату интересовъ по долгу выводится опредѣленіемъ наличной стоимости каждаго отдѣльнаго расхода на этотъ предметъ и сложеніемъ всѣхъ полученныхъ результатовъ. Мы знаемъ, что изъ ежесрочной единицы расходъ на уплату процентовъ по долгу составитъ въ концѣ первой единицы $1-\frac{1}{(1+T)^n}$, слѣдовательно его настоящая стоимость въ началѣ первой единицы времени будетъ $\frac{1}{1+T}\left(1-\frac{1}{(1+T)^n}\right)$. Тотъ-же расходъ во 2-ую единицу времени составитъ, какъ выше показано, $1-\frac{1}{(1+T)^{n-1}}$, поэтому его наличная стоимость въ началѣ первой единицы времени, когда производится капитализація, составитъ $\frac{1}{(1+T)^2}\left(1-\frac{1}{(1+T)^{n-1}}\right)$. На этомъ же основаніи въ моментъ капитализаціи

наличная стоимость процентнаго расхода 3-ей единицы времени будетъ $\frac{1}{(1+T)}\left(1-\frac{1}{(1+T)^{n-2}}\right)$ и т. д.; наличная стоимость m-аго процентнаго платежа будетъ въ моментъ капитализаціи $\frac{1}{(1+T)^m}\left(1-\frac{1}{(1+T)^{n-(m-1)}}\right)$; тогда же наличная стоимость предпослѣдняго процентнаго расхода составитъ $\frac{1}{(1+T)^{n-1}}\left(1-\frac{1}{(1+T)^2}\right)$ и наконецъ послѣдняго $\frac{1}{(1+T)^n}\left(1-\frac{1}{(1+T)}\right)$. Чтобъ сложить вмѣстѣ всѣ эти выраженія, напишемъ ихъ:

$$\frac{1}{1+T}\left(1-\frac{1}{(1+T)^n}\right)+\frac{1}{(1+T)^2}\left(1-\frac{1}{(1+T)^{n-1}}\right)+\frac{1}{(1+T)^3}\left(1-\frac{1}{(1+T)^{n-2}}\right)+\cdots$$
$$+\frac{1}{(1+T)^m}\left(1-\frac{1}{(1+T)^{n-(m-1)}}\right)+\cdots+\frac{1}{(1+T)^{n-1}}\left(1-\frac{1}{(1+T)^2}\right)+$$
$$+\frac{1}{(1+T)^n}\left(1-\frac{1}{(1+T)}\right)=x.$$

Раскрывъ скобки въ этомъ многочленѣ, можно расположить его члены въ слѣдующемъ, болѣе удобномъ для ихъ сложенія, порядкѣ:

$$x=\left[\frac{1}{(1+T)}+\frac{1}{(1+T)^2}+\frac{1}{(1+T)^3}+\cdots+\frac{1}{(1+T)^m}+\cdots+\frac{1}{(1+T)^{n-1}}+\frac{1}{(1+T)^n}\right]$$
$$-\left[\frac{1}{(1+T)^n(1+T)}+\frac{1}{(1+T)^{n-1}(1+T)^2}+\frac{1}{(1+T)^{n-2}(1+T)^3}+\cdots+\frac{1}{(1+T)^{n-(m-1)}(1+T)^m}\right.$$
$$\left.+\cdots+\frac{1}{(1+T)^{n-1}(1+T)^2}+\frac{1}{(1+T)^n(1+T)}\right].$$

Очевидно, что при этомъ x является разностью между двумя многочленами; изъ нихъ первый (уменьшаемое) составляетъ $\varphi_n=\frac{1}{T}\left(1-\frac{1}{(1+T)^n}\right)$, а второй (вычитаемое) образуется изъ n дробей, изъ которыхъ каждая равняется $\frac{1}{(1+T)^{n+1}}$, а всѣ вмѣстѣ составляютъ $\frac{n}{(1+T)^{n+1}}$. Слѣдовательно $x=\varphi_n-\frac{n}{(1+T)^{n+1}}$. Такова наличная стоимость всѣхъ n процентныхъ расходовъ, капитализованныхъ въ началѣ займа или въ началѣ первой единицы времени. Также точно легко вывести, что наличная стоимость всѣхъ $n-1$ процентныхъ расходовъ, капитализованныхъ въ началѣ второй единицы будетъ $\varphi_{n-1}-\frac{n-1}{(1+T)^n}$; наличная стоимость $n-m$ процентныхъ расходовъ, капитализованныхъ по истеченіи m единицы времени отъ начала займа составитъ въ началѣ $(m+1)$-ой единицы времени: $\varphi_{n-m}-\frac{n-m}{(1+T)^{n-(m-1)}}$; наличная стоимость двухъ послѣднихъ расходовъ на уплату процентовъ по долгу, капитализованныхъ въ началѣ предпослѣдней единицы времени, будетъ $\varphi_2-\frac{2}{(1+T)^2}$; наконецъ наличная стоимость послѣдняго процентнаго расхода, капитализованнаго въ началѣ послѣдней единицы времени, составитъ $\varphi_1-\frac{1}{(1+T)^2}$.

20. Подобнымъ же образомъ выводится нынѣшняя или наличная (капитализованная) стоимость всѣхъ предстоящихъ погасительныхъ расходовъ, капитализованныхъ въ началѣ той единицы времени, съ которой еще остаются непроизведен-

ные (предстоящіе) погасительные расходы. Выше (въ § 15) показано, какъ образуется въ началѣ первой единицы времени итогъ всѣхъ предстоящихъ n погасительныхъ расходовъ. Итогъ ихъ наличной стоимости, капитализованной въ началѣ первой единицы времени, составитъ:

$$\frac{1}{(1+T)^n(1+T)}+\frac{1}{(1+T)^{n-1}(1+T)^2}+\frac{1}{(1+T)^{n-2}(1+T)^3}+\cdots+\frac{1}{(1+T)^{n-(m-1)}(1+T)^m}$$
$$+\cdots+\frac{1}{(1+T)^2(1+T)^{n-1}}+\frac{1}{(1+T)(1+T)^n}=x.$$

Въ этомъ случаѣ мы имѣемъ предъ собою многочленъ, въ которомъ каждый членъ составляетъ дробь равную $\frac{1}{(1+T)^{n+1}}$, всѣхъ же такихъ дробей n, поэтому всѣ онѣ вмѣстѣ или $x=\frac{n}{(1+T)^{n+1}}$. Такимъ же точно образомъ легко вывести, что наличная стоимость всѣхъ предстоящихъ $n-1$ погасительныхъ расходовъ, капитализованныхъ въ началѣ второй единицы времени, составитъ $\frac{n-1}{(1+T)^n}$; наличная стоимость предстоящихъ $n-2$ погасительныхъ расходовъ, капитализозанныхъ въ началѣ третьей единицы времени, будетъ $\frac{n-2}{(1+T)^{n-1}}$ и т. д.; капитализованная стоимость предстоящихъ $n-m$ погасительныхъ расходовъ, исчисленная по истеченіи m единицъ времени отъ заключенія займа или въ началѣ $(m+1)$-ой единицѣ времени, составитъ $\frac{n-m}{(1+T)^{n-(m-1)}}$; капитализованная стоимость двухъ послѣднихъ погасительныхъ расходовъ, приведенная въ извѣстность въ началѣ предпослѣдней единицы времени, составитъ $\frac{2}{(1+T)^2}$; наконецъ наличная стоимость послѣдняго погасительнаго расхода, капитализованнаго въ началѣ послѣдней единицы времени, будетъ $\frac{1}{(1+T)^1}$.

21. Нѣтъ надобности распространяться о томъ, сколько составляетъ общая (соединенная) наличная стоимость процентныхъ и погасительныхъ расходовъ: мы уже знаемъ, что въ началѣ первой единицы времени она составляетъ наличную стоимость ежесрочной единицы и потому равняется φ_n, въ началѣ второй единицы времени она составляетъ φ_{n-1}, въ началѣ третьей φ_{n-2} и т. д. въ началѣ $(m+1)$-ой единицы по истеченіи m единицъ времени отъ заключенія долга она будетъ φ_{n-m}, въ началѣ предпослѣдней единицы времени она составитъ φ_2, а въ началѣ послѣдней единицы времени φ_1.

22. Чтобъ объяснить, для чего можетъ быть нужно вычисленіе капитализованной или наличной стоимости уплатъ отдѣльно въ счетъ интересовъ по займу отъ уплатъ въ счетъ его погашенія, приведемъ одинъ изъ примѣровъ практическаго примѣненія этого вычисленія. Какъ извѣстно, существуетъ особый налогъ на купоны, или на уплаты интересовъ по публичнымъ займамъ, въ видѣ сбора извѣстной части, 5 % или даже 15 % и больше, съ этихъ уплатъ. Бываютъ случаи, когда прямое взиманіе этого сбора въ видѣ вычета изъ каждаго платежа, производимаго по каждому купону, почему либо неудобно (напримѣръ, когда облигаціи обращаются заграницею и тамъ-же по нимъ производятся платежи банкирами, не желающими на себя взять роль сборщиковъ налога). Въ такихъ случаяхъ бываетъ необходимо замѣнить взиманіе купоннаго налога посредствомъ уплатъ какимъ-либо инымъ

способомъ. Такой весьма удобный для подобныхъ случаевъ способъ представляетъ «абонементъ» (abonnement). Учрежденіе, заключающее заемъ и выпускающее по нему облигаціи, которыхъ купоны желаютъ привлечь къ налогу, но не посредствомъ вычетовъ изъ уплатъ по нимъ, входитъ въ соглашеніе съ казною, въ пользу которой долженъ быть взимаемъ налогъ, чтобъ вмѣсто этого налога уплачивать казнѣ во все время, пока заемъ будетъ продолжаться (и по нему будутъ уплачиваться проценты, подлежащіе обложенію), такую ежесрочную сумму, которая съ процентами за все время составляла-бы ровно столько-же, сколько составлялъ-бы ежесрочно взимаемый налогъ съ процентами на него за все время займа. Ежесрочная-же сумма эта вычисляется на основаніи наличной или капитализованной стоимости процентныхъ уплатъ, производимыхъ по займу, пока онъ продолжается. Въ самомъ дѣлѣ, мы знаемъ, что наличная стоимость всякой ежесрочной единицы составляетъ $\varphi_n = \frac{1}{T}\left(1 - \frac{1}{(1+T)^n}\right)$. Наличная стоимость всякой иной ежесрочной суммы (означимъ эту стоимость чрезъ P, а ежесрочную сумму чрезъ A) опредѣлится изъ равенства $A\varphi_n = P$. Поэтому, если A — искомое, а сумма P — дана, то искомое легко опредѣлить при содѣйствіи наличной стоимости ежесрочной единицы или φ_n. Если P представляетъ наличную или капитализованную стоимость всѣхъ процентныхъ уплатъ по займу, то легко вычислить ту ежесрочную сумму A, которая обладаетъ именно такою наличною стоимостью, которая выражается капитализованною стоимостью всѣхъ процентныхъ уплатъ по займу. Такъ какъ налогъ составляетъ извѣстную (скажемъ: $\frac{1}{m}$-ую) часть всякой ежесрочной процентной уплаты, то очевидно, капитализованная стоимость всѣхъ налоговыхъ уплатъ составитъ $\frac{1}{m}$-ую часть капитализованной стоимости всѣхъ процентныхъ уплатъ. Поэтому $\frac{1}{m}$-ая часть вычисленной ежесрочной суммы A составитъ ту искомую ежесрочную уплату, которою можно замѣнить взиманіе купоннаго налога. Мы видѣли (§ 19), что когда мы исходимъ изъ ежесрочно уплачиваемой 1 (единицы), то капитализованная стоимость всѣхъ процентныхъ уплатъ составляетъ $\varphi_n - \frac{n}{(1+T)^{n+1}}$. Поэтому ежесрочную сумму x, имѣющую такую же капитализованную стоимость, легко опредѣлить на основаніи равенства $x\varphi_n = \varphi_n - \frac{n}{(1+T)^{n+1}}$, изъ коего слѣдуетъ, что

$$x = 1 - \frac{n}{\varphi_n(1+T)^{n+1}}$$

поэтому, если купонный налогъ взимается въ размѣрѣ $\frac{1}{m}$-ой части всякой процентной уплаты, то его можно замѣнить обязательствомъ ежесрочной уплаты съ каждой единицы ежесрочной по займу суммы по $\frac{1}{m}\ x = \frac{1}{m}\left(1 - \frac{n}{\varphi_n(1+T)^{n+1}}\right)$; если-же вся ежесрочная сумма по займу составляетъ A, то купонный налогъ можно замѣнить обязательствомъ ежесрочной уплаты по $\frac{A}{m}\left(1 - \frac{n}{\varphi_n(1+T)^{n+1}}\right)$. Напримѣръ, при $T = 4\%$ и $n = 60$ наличная стоимость всѣхъ процентныхъ уплатъ изъ ежесрочной единицы или $\varphi_n - \frac{n}{(1+T)^{n+1}} = 17{,}13923554$ рублей, а такую наличную стои-

мость имѣетъ ежесрочная уплата 0,7575858 рубля $= 1 - \frac{n}{\varphi_n(1+T)^{n+1}}$. Поэтому такъ какъ ежесрочная сумма по 4% займу, заключенному на 60 лѣтъ, напримѣръ, на 12.400.000 рублей, составляетъ ежегодно по 548.102 р. 94 коп., а купонный налогъ взимается въ размѣрѣ 5% съ процентныхъ уплатъ, то достаточно взять 5% съ 548.102 р. 94 к. или 27.405 р. 14,7 коп. и ихъ помножить на 0,7575858 (или достаточно взять 5% съ 0,7575958 и ихъ помножить на 548.102,94) и мы получимъ, что вмѣсто налога ежегодно нужно взимать по 20.761 р. 75,4 коп. и наличная стоимость такого ежесрочнаго платежа въ 20.761 р. 75,4 коп. будетъ копѣйка въ копѣйку таже самая, какая была-бы наличная стоимость уплатъ купоннаго налога.

V.

Уплаты по капиталу долга, равному единицѣ.

23. Въ предыдущемъ мы принимали ежесрочный платежъ равнымъ 1 (единицѣ), а капиталомъ долга считали его наличную стоимость или $\varphi_n = \frac{1}{T}\left(1 - \frac{1}{(1+T)^n}\right)$. Если мы будемъ исходить изъ капитала долга, равнаго 1 (единицѣ), тогда ежесрочный платежъ по нему будетъ составлять $\frac{1}{\varphi_n} = \frac{T(1+T)^n}{(1+T)^n-1}$; часть этого платежа, служащая для уплаты интересовъ будетъ T; а часть, служащая для погашенія, будетъ $\frac{T}{(1+T)^n-1}$, вмѣстѣ же обѣ эти части составятъ, какъ мы уже знаемъ:

$$T + \frac{T}{(1+T)^n-1} = \frac{T[(1+T)^n-1]+T}{(1+T)^n-1} = \frac{T(1+T)^n+T-T}{(1+T)^n-1} = \frac{1}{\varphi_n}.$$

24. Ходъ паростанія погашенія въ такомъ случаѣ будетъ слѣдующій: въ первую единицу времени погашеніе будетъ $\frac{T}{(1+T)^n-1}$, во вторую $\frac{T(1+T)}{(1+T)^n-1}$, въ третью $\frac{T(1+T)^2}{(1+T)^n-1}$, въ четвертую $\frac{T(1+T)^3}{(1+T)^n-1}$ и т. д., вообще въ m-ую единицу времени погашеніе составитъ $\frac{T(1+T)^{m-1}}{(1+T)^n-1}$, въ предпослѣднюю единицу времени оно будетъ $\frac{T(1+T)^{n-2}}{(1+T)^n-1}$ и наконецъ въ послѣднюю единицу времени $\frac{T(1+T)^{n-1}}{(1+T)^n-1}$. Или иначе выражая тоже самое: въ первую единицу времени погашеніе составитъ $\frac{1}{\varphi_n(1+T)^n}$, во вторую оно составитъ $\frac{1}{\varphi_n(1+T)^{n-1}}$, въ третью $\frac{1}{\varphi_n(1+T)^{n-2}}$, въ четвертую $\frac{1}{\varphi_n(1+T)^{n-3}}$, въ m-ую единицу времени оно будетъ $\frac{1}{\varphi_n(1+T)^{n-(m-1)}}$, въ предпослѣднюю единицу времени оно будетъ $\frac{1}{\varphi_n(1+T)^2}$ и наконецъ въ послѣднюю единицу времени оно будетъ $\frac{1}{\varphi_n(1+T)}$.

25. Общій итогъ произведенныхъ погашеній составится изъ сложенія суммы погашеній, произведенныхъ въ истекшія единицы времени. Итогъ этотъ можно получить:—или изъ сложенія въ слѣдующемъ видѣ:

$$\frac{1}{\varphi_n(1+T)^n}+\frac{1}{\varphi_n(1+T)^{n-1}}\cdots\cdots+\frac{1}{\varphi_n(1+T)^{n-(m-1)}}\cdots\cdots+\frac{1}{\varphi_n(1+T)^2}+\frac{1}{\varphi_n(1+T)},$$

а если $\frac{1}{\varphi_n}$ выводится за скобки:

$$\frac{1}{\varphi_n}\left(\frac{1}{(1+T)^n}+\frac{1}{(1+T)^{n-1}}+\frac{1}{(1+T)^{n-2}}+\cdots\cdots\frac{1}{(1+T)^{n-(m-1)}}+\cdots\cdots+\frac{1}{(1+T)}\right).$$

Очевидно, что при этомъ итогъ погашеній въ m сроковъ составитъ сумму членовъ геометрической прогрессіи отъ $\frac{1}{\varphi_n(1+T)^n}$ до $\frac{1}{\varphi_n(1+T)^{n-(m-1)}}$, а именно:

$$\frac{1}{\varphi_n}\left(\frac{1+T}{(1+T)^{n-(m-1)}}-\frac{1}{(1+T)^n}\right)\frac{1}{T}=\frac{1}{\varphi_n}\left(\frac{1}{(1+T)^{n-m}}-\frac{1}{(1+T)^n}\right)\frac{1}{T}=\frac{1}{\varphi_n}\left(\frac{(1+T)^m}{(1+T)^n}-\frac{1}{(1+T)^n}\right)\frac{1}{T}=\frac{1}{\varphi_n}\left(\frac{(1+T)^m-1}{(1+T)^n}\right)\frac{1}{T}=\frac{\varphi_m}{\varphi_n}\cdot\frac{1}{(1+T)^{n-m}};$$

а итогъ всѣхъ погашеній за всѣ n единицъ времени составитъ: $\frac{1}{\varphi_n}\cdot\varphi_n=1$, то-есть капиталъ долга, равный 1. Или-же итогъ погашеній можно получить изъ сложенія въ слѣдующемъ видѣ:

$$\frac{T}{(1+T)^n-1}(1+(1+T)+(1+T)^2+\cdots\cdots+(1+T)^{m-1}+\cdots\cdots+(1+T)^{n-2}+(1+T)^{n-1};$$

очевидно, при этомъ итогъ погашеній за m единицъ времени составитъ:

$$\frac{T}{(1+T)^n-1}\omega_m=\frac{T}{(1+T)^n-1}\cdot\frac{(1+T)^m-1}{T}=\frac{(1+T)^m-1}{(1+T)^n-1};$$

а за всѣ n единицъ времени общій итогъ всѣхъ погашеній будетъ:

$$\frac{T}{(1+T)^n-1}\omega_n=\frac{T}{(1+T)^n-1}\cdot\frac{(1+T)^n-1}{T}=1.$$

26. Поэтому остатокъ непогашеннаго капитала въ концѣ первой единицы времени, послѣ перваго погашенія, будетъ $1-\frac{T}{(1+T)^n-1}=1-\frac{1}{\varphi_n(1+T)^n}=1-\frac{\varphi_1}{\varphi_n(1+T)^{n-1}}$; послѣ втораго погашенія остатокъ непогашенный составитъ: $\frac{\varphi_{n-2}}{\varphi_n}=1-\frac{\varphi_2}{\varphi_n(1+T)^{n-2}}$; послѣ третьяго погашенія тотъ-же остатокъ составитъ: $\frac{\varphi_{n-3}}{\varphi_n}=1-\frac{\varphi_3}{\varphi_n(1+T)^{n-3}}$; вообще послѣ m-аго погашенія остатокъ непогашеннаго капитала составитъ:

$$1-\frac{(1+T)^{m-1}}{(1+T)^n-1}=\frac{\varphi_{n-m}}{\varphi_n}=1-\frac{\varphi_m}{\varphi_n(1+T)^{n-m}}.$$

27. Зная, сколько составляетъ расходъ на погашеніе въ каждую отдѣльную единицу времени и во всѣ n единицъ времени, мы на этомъ основаніи можемъ слѣдующимъ образомъ вывести выраженія каждаго отдѣльнаго расхода на уплату процентовъ въ каждую отдѣльную единицу времени и общій итогъ всѣхъ расходовъ на уплату процентовъ за единицу капитала во всѣ n единицъ времени. Такъ какъ сжесрочная сумма составляетъ $\frac{1}{\varphi_n}$, то достаточно изъ нея вычесть расходы на погашеніе и мы получимъ выраженія расхода на уплату процентовъ. Поэтому расходъ этотъ составитъ: въ первую единицу $\frac{1}{\varphi_n}-\frac{1}{\varphi_n(1+T)^n}=\frac{1}{\varphi_n}\left(1-\frac{1}{(1+T)^n}\right)$; во вторую еди-

ницу расходъ будетъ $\frac{1}{\varphi_n}\left(1-\frac{1}{(1+T)^{n-1}}\right)$; въ третью единицу времени онъ будетъ $\frac{1}{\varphi_n}\left(1-\frac{1}{(1+T)^{n-2}}\right)$; въ m-ую единицу онъ составитъ $\frac{1}{\varphi_n}\left(1-\frac{1}{(1+T)^{n-(m-1)}}\right)$; въ предпослѣднюю онъ будетъ $\frac{1}{\varphi_n}\left(1-\frac{1}{(1+T)^2}\right)$ и наконецъ въ послѣднюю $\frac{1}{\varphi_n}\left(1-\frac{1}{1+T}\right)$. Поэтому за первыя m единицъ времени всѣ, вмѣстѣ взятые, расходы на уплату интересовъ составятъ m ежесрочныхъ суммъ, равныхъ каждая $\frac{1}{\varphi_n}$, или $\frac{m}{\varphi_n}$, за вычетомъ всѣхъ расходовъ на погашеніе, въ эти m единицъ времени составляющихъ, какъ мы видѣли, $\frac{\varphi_m}{\varphi_n}\cdot\frac{1}{(1+T)^{n-m}}$, слѣдовательно расходъ на уплату интересовъ будетъ $\frac{1}{\varphi_n}\left(m-\frac{\varphi_m}{(1+T)^{n-m}}\right)$. За всѣ-же n единицъ времени расходъ на уплату интересовъ составитъ итогъ всѣхъ n ежесрочныхъ уплатъ по $\frac{1}{\varphi_n}$ или $\frac{n}{\varphi_n}$ безъ подлежащей погашенію въ эти n единицъ времени 1 капитала, или $\frac{n}{\varphi_n}-1=\frac{n-\varphi_n}{\varphi_n}=\frac{1}{\varphi_n}(n-\varphi_n)$.

28. Наличная стоимость всѣхъ уплатъ въ счетъ интересовъ за всѣ n единицъ времени получится отъ сложенія слѣдующихъ величинъ:

$$\frac{1}{\varphi_n(1+T)}\left(1-\frac{1}{(1+T)^n}\right)+\frac{1}{\varphi_n(1+T)^2}\left(1-\frac{1}{(1+T)^{n-1}}\right)+\frac{1}{\varphi_n(1+T)^3}\left(1-\frac{1}{(1+T)^{n-2}}\right)+\cdots$$
$$\frac{1}{\varphi_n(1+T)^m}\left(1-\frac{1}{(1+T)^{n-(m-1)}}+\cdots+\frac{1}{\varphi_n(1+T)^n}\left(1-\frac{1}{(1+T)}\right)\right).$$

Для удобства сложенія этотъ многочленъ можно представить въ слѣдующемъ видѣ:

$$\frac{1}{n}\left[\left(\frac{1}{1+T}+\frac{1}{(1+T)^2}+\frac{1}{(1+T)^3}+\cdots\frac{1}{(1+T)^m}+\cdots+\frac{1}{(1+T)^n}\right)-\left(\frac{1}{(1+T)\,(1+T)^n}+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\frac{1}{(1+T)^2(1+T)^{n-1}}+\cdots\frac{1}{(1+T)^m(1+T)^{n-(m-1)}}+\cdots\frac{1}{(1+T)^n(1+T)}\right)\right].$$

Такимъ образомъ $\frac{1}{\varphi_n}$ приходится при этомъ помножить на разность между двумя многочленами, изъ которыхъ первый составляетъ φ_n, а второй составляетъ n дробей, равняющихся каждая $\frac{1}{(1+T)^{n+1}}$ или всѣ вмѣстѣ $\frac{n}{(1+T)^{n+1}}$. Поэтому наличная стоимость всѣхъ ежесрочныхъ уплатъ въ счетъ интересовъ составитъ $\frac{1}{\varphi_n}\left(\varphi_n-\frac{n}{(1+T)^{n+1}}\right)=1-\frac{n}{\varphi_n(1+T)^{n+1}}$.

29. Наличная стоимость всѣхъ ежесрочныхъ уплатъ въ счетъ погашенія получится изъ сложенія:

$$\frac{1}{\varphi_n(1+T)^n(1+T)}+\frac{1}{\varphi_n(1+T)^{n-1}(1+T)^2}+\frac{1}{\varphi_n(1+T)^{n-2}(1+T)^3}+\cdots\frac{1}{\varphi_n(1+T)^{n-(m-1)}(1+T)^m}+$$
$$+\cdots+\frac{1}{\varphi_n(1+T)^2(1+T)^{n-1}}+\frac{1}{\varphi_n(1+T)\,(1+T)^n};$$

выведя за скобки $\frac{1}{\varphi_n}$, мы получаемъ рядъ дробей, изъ коихъ каждая составляетъ $\frac{1}{(1+T)^{n+1}}$, а всѣ вмѣстѣ $\frac{n}{(1+T)^{n+1}}$; поэтому наличная стоимость всѣхъ расходовъ на погашеніе единицы капитала составитъ $\frac{n}{\varphi_n(1+T)^{n+1}}$. Въ существѣ тожс самос, но въ иномъ внѣшнемъ видѣ, мы получимъ выраженіс наличной стоимости всѣхъ уплатъ въ счетъ погашенія

единицы капитала, если мы возьмемъ наличную стоимость слагаемыхъ отдѣльныхъ погашеній такъ:

$$\frac{T}{(1+T)^n-1}\cdot\frac{1}{1+T}+\frac{T}{(1+T)^n-1}\cdot\frac{1+T}{(1+T)^2}+\frac{T}{(1+T)^n-1}\cdot\frac{(1+T)^2}{(1+T)^3}+\cdots+\frac{T}{(1+T)^n-1}\cdot$$
$$\cdot\frac{(1+T)^{n-1}}{(1+T)^n}+\cdots+\frac{T}{(1+T)^n-1}\cdot\frac{(1+T)^{n-2}}{(1+T)^{n-1}}+\frac{T}{(1+T)^n-1}\cdot\frac{(1+T)^{n-1}}{(1+T)^n}.$$

Въ этомъ случаѣ мы имѣемъ предъ собою рядъ выраженій, въ которыхъ основное погашеніе единицы капитала или $\frac{T}{(1+T)^n-1}$ помножается на дроби, которыя за сокращеніемъ составляютъ каждая $\frac{1}{1+T}$ и всѣ вмѣстѣ $\frac{n}{(1+T)}$. Такъ какъ $\frac{T}{(1+T)^n-1}=\frac{1}{\varphi_n}-T$, то мы можемъ сказать, что наличная стоимость всѣхъ расходовъ на погашеніе единицы капитала составляетъ: $\frac{n}{(1+T)}\left(\frac{1}{\varphi_n}-T\right)$.

30. Такъ какъ наличная стоимость всѣхъ расходовъ на погашеніе и всѣхъ расходовъ на уплату процентовъ составлятъ наличную стоимость всей ежесрочной суммы, каковая стоимость и выражается единицею капитала, то мы можемъ наличную стоимость расходовъ въ счетъ интерессовъ на 1 единицу капитала за всѣ n единицъ времени выразить, какъ составляющую: $1-\frac{n}{(1+T)}\left(\frac{1}{\varphi_n}-T\right)$.

31. Для опредѣленія ежесрочной суммы, которой наличная стоимость равняется капитализованной стоимости уплатъ въ счетъ процентовъ по капиталу, равному 1, мы должны исходить изъ равенства $x\varphi_n=\frac{1}{\varphi_n}\left(\varphi_n-\frac{n}{(1+T)^{n+1}}\right)=1-\frac{n}{\varphi_n(1+T)^{n+1}}$, откуда $x=\frac{1}{\varphi_n}\left(1-\frac{n}{\varphi_n(1+T)^{n+1}}\right)$; поэтому, если x вычисляется для опредѣленія ежесрочной суммы, которая можетъ замѣнить купонный налогъ, взимаемый въ размѣрѣ $\frac{1}{m}$-ой части всякой ежесрочной уплаты интересовъ на капиталъ, равный 1, то $\frac{1}{m}x=\frac{1}{m}\cdot\frac{1}{\varphi_n}\left(1-\frac{n}{\varphi_n(1+T)^{n+1}}\right)$, и столько придется изъ ежесрочной суммы x на каждую единицу капитала долга, если-же въ капиталѣ долга P единицъ, то придется взять $\frac{P}{m}x=\frac{P}{m}\cdot\frac{1}{\varphi_n}\left(1-\frac{n}{\varphi_n(1+T)^{n+1}}\right)$. Напримѣръ, при $T=4\%$ и $n=60$ мы имѣемъ, что $\frac{1}{\varphi_n}\left(1-\frac{n}{\varphi_n(1+T)^{n+1}}\right)=0{,}0334867$, поэтому если спрашивается, за какую ежегодную сумму можно освободить 4% заемъ на 60 лѣтъ и, напримѣръ, на 12.400,000 рублей, отъ вычетовъ по 5% купонному налогу, то достаточно помножить 0,0334867 на 0,05 и на 12.400,000 рублей и мы получимъ произведеніе въ 20,761 р. 75,4 коп., которое и будетъ выражать искомую сумму.

V.

Вычисленіе срока займа или долга; вычисленіе срока уплаты $\frac{1}{q}$-ой части долга; вычисленіе срока уплаты $\frac{1}{q}$-ой части остающейся въ данное время непогашенной части долга; вычисленіе срока погашенія половины долга.

32. Выше (§ 9) объяснено, что ежесрочная сумма для уплаты T% интересовъ за одну единицу капитала въ теченіи n единицъ времени и для ея погашенія въ продолженіи этого срока, составляетъ $\frac{1}{\varphi_n} = T + \frac{T}{(1+T)^n - 1}$. Отсюда слѣдуетъ, что $(1+T)^n - 1 = \frac{T}{\frac{1}{\varphi_n} - T}$ или-же что $(1+T)^n = \frac{T}{\frac{1}{\varphi_n} - T} + 1 = \frac{T + \frac{1}{\varphi_n} - T}{\frac{1}{\varphi_n} - T} =$ $= \frac{1}{\varphi_n} : \frac{T}{(1+T)^n - 1}$; поэтому $n \log (1+T) = \log \frac{1}{\varphi_n} - \log \frac{T}{(1+T)^n - 1}$; слѣдовательно

$$n = \frac{\log \frac{1}{\varphi_n} - \log \frac{T}{(1+T)^n - 1}}{\log (1+T)};$$

такимъ образомъ, для опредѣленія срока займа или числа единицъ времени, въ теченіи которыхъ онъ продолжается, постепенно погашаясь, и по истеченіи коихъ онъ окончательно погашается, необходимо изъ логарифма всей ежесрочной суммы вычесть логарифмъ погашенія (первоначальнаго для него отчисленія или той ежесрочной суммы, которая отъ наростанія сложными T% погашаетъ заемъ) и полученную разность раздѣлить на логарифмъ процентнаго множителя одной единицы времени (на логарифмъ единицы денежной стоимости, увеличенной T% за одну единицу времени).

33. Для опредѣленія срока, по теченіи котораго погашается $\frac{1}{q}$-ая часть долга, нужно опредѣлить срокъ, въ который итогъ произведенныхъ погашеній составитъ $\frac{1}{q}$-ую часть долга. Выше (§ 15) объяснено, что при ежесрочной суммѣ, равной 1, по истеченіи x единицъ времени отъ заключенія долга погасится $\frac{\varphi_x}{(1+T)^{n-x}}$, и если требуется, чтобъ этотъ итогъ погашеній составилъ $\frac{1}{q}$-ую часть капитала, то

$$\frac{\varphi_x}{(1+T)^{n-x}} = \frac{\varphi_n}{q} \text{ или } \frac{[(1+T)^x - 1](1+T)^x}{T(1+T)^x (1+T)^n} = \frac{(1+T)^n - 1}{T(1+T)^n q} \text{ поэтому } \frac{(1+T)^x - 1}{T(1+T)^n} = \frac{(1+T)^n - 1}{T(1+T)^n q}$$

$$\text{или } (1+T)^x - 1 = \frac{(1+T)^n - 1}{q}.$$

Отсюда выводится:

$$(1+T)^x = \frac{(1+T)^n - 1}{q} + 1 \text{ и слѣдовательно}$$

$$x \log (1+T) = \log \left[\frac{(1+T)^n - 1}{q} + 1\right] = \log [(1+T)^n + (q-1)] - \log q.$$

$$\text{а потому } x = \frac{\log [(1+T)^n + (q-1)] - \log q}{\log (1+T)}.$$

34. Особенно часто бываетъ необходимо вычислить срокъ, въ который погасится половина первоначальнаго капитала заключеннаго долга. Всего проще это вычисленіе производится въ силу соображенія, что когда капиталъ долга составляетъ одну единицу денежной стоимости, то вся ежесрочная сумма по нему составляетъ $\frac{1}{\varphi_n} = \frac{T(1+T)^n}{(1+T)^n-1}$, проценты по нему составляютъ T, погашеніе же составляетъ $\frac{T}{(1+T)^n-1}$. Очевидно, что вычисленію подлежитъ срокъ, когда отъ уменьшенія капитала до половины его первоначальной суммы, проценты по нему уменьшатся до $\frac{T}{2}$, а оттого погашеніе возрастетъ до $\frac{1}{\varphi_n} - \frac{T}{2}$; какъ выше (въ § 13) объяснено, это случится въ ту единицу времени, когда погашеніе будетъ $\frac{\frac{1}{\varphi_n}}{(1+T)^{n-x}}$, поэтому

$$\frac{\frac{1}{\varphi_n}}{(1+T)^{n-x}} = \frac{1}{\varphi_n} - \frac{T}{2} \text{ или } (1+T)^{n-x} = \frac{\frac{1}{\varphi_n}}{\frac{1}{\varphi_n} - \frac{T}{2}} \text{ и оттого}$$

$$x = n - \frac{\log \frac{1}{\varphi_n} - \log\left(\frac{1}{\varphi_n} - \frac{T}{2}\right)}{\log(1+T)}.$$

35. Иногда бываетъ необходимо обобщить вопросъ о срокѣ въ такомъ видѣ: въ какой срокъ будетъ погашена $\frac{1}{q}$-ая часть капитала долга, остающагося непогашеннымъ въ данное время, по истеченіи m единицъ времени отъ заключенія займа? Мы знаемъ (§ 16), что по истеченіи m единицъ времени отъ заключенія долга, его остается непогашенными φ_{n-m}; поэтому наша задача заключается въ опредѣленіи срока, въ который будетъ погашено еще $\frac{1}{q}\varphi_{n-m}$. Очевидно, это будетъ сдѣлано въ x единицъ времени, начиная отъ $(m+1)$-ой, въ которыя погашенія составятъ въ каждую отдѣльную единицу времени и во всѣ, вмѣстѣ взятыя:

$$\frac{1}{(1+T)^{n-m}} + \frac{1}{(1+T)^{n-(m+1)}} + \frac{1}{(1+T)^{n-(m+2)}} + \frac{1}{(1+T)^{n-(m+3)}} + \cdots + \frac{1}{(1+T)^{n-(m+x-1)}}.$$

Это — таже геометрическая прогрессія погашенія съ знаменателемъ прогрессіи $(1+T)$ и итогъ ея-то членовъ составитъ $\frac{1}{q}\varphi_{n-m}$ или $\frac{1}{q} \cdot \frac{(1+T)^{n-m}-1}{T(1+T)^{n-m}}$. Поэтому

$$\left(\frac{(1+T)}{(1+T)^{n-(m+x-1)}} - \frac{1}{(1+T)^{n-m}}\right) : T \text{ или } \frac{1}{T}\left(\frac{1}{(1+T)^{n-m-x}} - \frac{1}{(1+T)^{n-m}}\right) = \frac{(1+T)^x-1}{T(1+T)^{n-m}} =$$

$$= \frac{1}{q} \cdot \frac{(1+T)^{n-m}-1}{T(1+T)^{n-m}}.$$

Отсюда слѣдуетъ, что

$$(1+T)^x - 1 = \frac{1}{q}[(1+T)^{n-m}-1] \text{ или } (1+T)^x = \frac{(1+T)^{n-m}-1+q}{q}$$

слѣдовательно

$$x = \frac{\log[(1+T)^{n-m}+(q-1)] - \log q}{\log(1+T)}.$$

Очевидно, эта формула включаетъ формулу § 33 при предположеніи, что $m = o$, но она дастъ рѣшеніе задачи и для всякаго иного численнаго значенія m.

VI.

Вычисленіе роста, уплачиваемаго по займу.

36. Изъ того, что наличная стоимость ежесрочной единицы, или

$$\varphi_n = \frac{1}{T}\left(1 - \frac{1}{(1+T)^n}\right),$$

слѣдуетъ, что

$$T = \frac{1}{\varphi_n}\left(1 - \frac{1}{(1+T)^n}\right).$$

Формула эта—самая сложная изъ всѣхъ, касающихся основаній расчетовъ по публичнымъ займамъ, такъ какъ она показываетъ, что даже въ томъ случаѣ, когда численныя значенія n и φ_n извѣстны и даны, все-таки вычисленіе T или роста (размѣръ платимаго интереса по занятому капиталу) связано съ затрудненіемъ: для этого вычисленія имѣется лишь формула, въ которой неизвѣстное T опредѣляется не только чрезъ двѣ извѣстныя и данныя величины n и φ_n, но и чрезъ неизвѣстное-же $\left(\text{въ дроби } \frac{1}{(1+T)^n}\right)$. Совсѣмъ устранить это затрудненіе не въ состояніи никакая высшая математика, потому что оно коренится въ существѣ тѣхъ взаимоотношеній между T и прочими элементами, которыя выражаются формулою $\varphi_n = \frac{1}{T}\left(1 - \frac{1}{(1+T)^n}\right)$ или $\varphi_n T(1+T)^n - (1+T)^n + 1 = 0$. Рѣшать это уравненіе можно только приближеніями, постепенно подходя къ истинѣ, достигая ея въ предѣлахъ, которыя вполнѣ можно соразмѣрить съ требуемою во всякомъ отдѣльномъ случаѣ точностью и которыя поэтому вполнѣ достаточны для вычисленій, но которыя достигаются лишь очень утомительнымъ и медленнымъ путемъ. Для постепеннаго приближенія къ истинѣ сначала исходятъ изъ того, что $\frac{1}{(1+T)^n}$ представляетъ такую небольшую величину, которою можно пренебречь, и что поэтому первая приближенная величина T или $T_1 = \frac{1}{\varphi}$. Затѣмъ приводятъ въ извѣстность T_2, подстановкою вмѣсто T первого приближенія къ нему T_1, то есть исходя изъ формулы

$$T_2 = \frac{1}{\varphi_n}\left(1 - \frac{1}{(1+T_1)^n}\right) = \frac{1}{\varphi_n}\left(1 - \frac{1}{\left(1+\frac{1}{\varphi_n}\right)^n}\right).$$

Такимъ-же образомъ приводятся въ извѣстность слѣдующія затѣмъ по порядку приближенія по формуламъ: $T_3 = \frac{1}{\varphi_n}\left(1 - \frac{1}{(1+T_2)^n}\right)$; $T_4 = \frac{1}{\varphi_n}\left(1 - \frac{1}{(1+T_3)^n}\right)$; $T_5 = \frac{1}{\varphi_n}\left(1 - \frac{1}{(1+T_4)^n}\right)$; $T_6 = \frac{1}{\varphi_n}\left(1 - \frac{1}{(1+T_5)^n}\right)$; $T_7 = \frac{1}{\varphi_n}\left(1 - \frac{1}{(1+T_6)^n}\right)$ и т. д., про-

должая вычисленія до тѣхъ поръ, пока послѣдне полученное T_m не будетъ различаться отъ предшествующаго ему T_{m-1} въ десятичномъ знакѣ, требующемся для достаточной точности расчета въ данномъ случаѣ. Такъ, чтобъ въ точности расчитать размѣръ роста для опредѣленія интересовъ съ суммы въ 100.000,000 рублей, нужно показать ростъ съ 6 десятичными знаками (напримѣръ $5{,}_{789434}\%$), ибо лишь при этомъ условіи сумма интересовъ опредѣлится съ точностью до единицы денежной стоимости (рубля, франка, марки и т. д.); если же потребуется точно показать сумму интересовъ не только въ цѣлыхъ единицахъ денежной стоимости, но и въ ихъ сотыхъ доляхъ (съ точностью до копѣйки, сантима, пфеннига), тогда ростъ долженъ быть вычисленъ съ 8 десятичными знаками такими, которые уже не измѣняются въ T_{m-1} и во всякомъ послѣдующемъ приближеніи (T_m, T_{m+1}, T_{m+2} и т. д.).—Въ виду сложности и утомительности подобнаго рода расчетовъ, многими математиками и вычислителями предложены различныя, очень сложныя, формулы для болѣе скораго рѣшенія задачи, но ни одна изъ нихъ не настолько обща, чтобъ она могла примѣняться ко всѣмъ случаямъ, когда приходится рѣшать задачу по исчисленію роста, и потому онѣ всѣ не имѣютъ большаго практическаго примѣненія. Практически болѣе полезны спеціальныя пособія, составленныя разными вычислителями для болѣе скораго опредѣленія роста, хотя и эти пособія имѣютъ сравнительно узкое поле для примѣненія. Такія таблицы составлены напр. русскимъ вычислителемъ Пинето [1]). Французскій вычислитель Ашаръ далъ еще болѣе упрощенную, очень краткую, но весьма удовлетворительную, вспомогательную таблицу для скораго вычисленія роста [2]); наконецъ этого-же рода вспомогательныя таблицы составлены англійскимъ вычислителемъ Оксомъ [3]). Помимо этихъ спеціальныхъ вспомогательныхъ таблицъ для исчисленія роста прибѣгаютъ къ обыкновеннымъ вспомогательнымъ таблицамъ для исчисленія сложныхъ процентовъ. Раздѣленіемъ данной ежесрочной суммы на ея данную-же наличную стоимость опредѣляютъ соотвѣтствующее данному случаю выраженіе аннюитета или $\frac{1}{\varphi_n}$, затѣмъ въ вспомогательныхъ таблицахъ для исчисленія сложныхъ процентовъ въ строкѣ даннаго n отъискиваютъ число, совпадающее съ вышеисчисленнымъ $\frac{1}{\varphi_n}$: столбецъ, въ которомъ оказывается число, тождественное съ этимъ исчисленнымъ $\frac{1}{\varphi}$ показываетъ, какому росту (какому T) данное численное значеніе $\frac{1}{\varphi}$ соотвѣтствуетъ при данномъ n. Если въ вспомогательныхъ таблицахъ для вычисленія сложныхъ процентовъ не оказывается численнаго выраженія $\frac{1}{\varphi}$, въ строкѣ даннаго n тождественнаго съ частнымъ отъ раздѣленія данной ежесрочной суммы на ея данную наличную стоимость, то показанія таблицъ дополняются пропорціональнымъ ихъ интерполированіемъ, то

---

[1]) *З. Пинето*, Новыя таблицы для быстраго вычисленія размѣра процентовъ (роста). Спб. 1872.

[2]) Таблица Ашара ниже сообщается.

[3]) *Oakes* Loans payable by drawings and debenture interest tables London 1870, и его-же Tables of the present value.

есть, вычисленіемъ искомаго на основаніи отношенія между тѣми двумя численными выраженіями $\frac{1}{\varphi}$, оказывающимися въ вспомогательныхъ таблицахъ, между которыми заключается (въ строкѣ даннаго n) частное отъ раздѣленія данной ежесрочной суммы на ея данную наличную стоимость. Пусть напримѣръ при 80-лѣтнемъ срокѣ (или $n = 80$) это частное составляетъ $4{,}70\,^0/_0$, тогда какъ вспомогательныя таблицы въ строкѣ $n = 80$ показываютъ или $\frac{1}{\varphi} = 4{,}637069\,^0/_0$, что соотвѣтствуетъ росту въ $4\,^1/_2\,^0/_0$, и другое $\frac{1}{\varphi} = 4{,}752673\,^0/_0$, соотвѣтствующее росту въ $4\,^5/_8\,^0/_0$. Разность между двумя табличными $\frac{1}{\varphi}$, между которыми занимаетъ наше данное число $\frac{1}{\varphi} = 4{,}70\,^0/_0$, составляетъ $4{,}752673 - 4{,}637069 = 0{,}115604\,^0/_0$, каковой разности между двумя табличными числами ближайшихъ выраженій $\frac{1}{\varphi}$ соотвѣтствуетъ разность на $^1/_8\,^0/_0$ въ ростѣ ($4\,^5/_8 - 4{,}5 = {}^1/_8$); разность-же между меньшимъ изъ двухъ ближайшихъ табличныхъ выраженій $\frac{1}{\varphi}$ и даннымъ его выраженіемъ составляетъ $4{,}70\,^0/_0 - 4{,}637069 = 0{,}062931\,^0/_0$. Какой разности въ ростѣ эта послѣдняя разность соотвѣтствуетъ, явствуетъ изъ пропорціи:

$$0{,}115604 : 0{,}062931 = {}^1/_8 : x \text{ или } x = 0068$$

слѣдовательно искомый ростъ будетъ $4{,}5 + 0{,}068 = 4{,}568\,^0/_0$ или около $4{,}57\,^0/_0$. При нѣкоторомъ навыкѣ это вычисленіе дѣлается очень скоро и на практикѣ оно часто удовлетворяетъ предъявляемымъ требованіямъ. Ниже мы впрочемъ приведемъ еще способы болѣе тщательнаго скораго вычисленія.

VII.

37. Въ формулѣ наличной стоимости ежесрочной единицы мы принимали число единицъ времени за цѣлое число, и необходимо поэтому указать, насколько формула измѣняется, когда число единицъ времени состоитъ изъ цѣлаго числа съ дробною частью единицы времени. Измѣненіе это разъясняется раскрытіемъ выраженія $\varphi_{n+\frac{1}{m}}$. А именно:

$$\varphi_{n+\frac{1}{m}} = \frac{1}{T}\left(1 - \frac{1}{(1+T)^{n+\frac{1}{m}}}\right) = \frac{1}{T} - \frac{1}{T(1+T)^{n+\frac{1}{m}}}.$$

Если мы къ послѣднему выраженію прибавимъ и отъ него убавимъ $\frac{1}{T(1+T)^n}$, то, не измѣняя его въ существѣ, мы ему можемъ дать такой видъ:

$$\varphi_{n+\frac{1}{m}} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T(1+T)^n} + \frac{1}{T(1+T)^n} - \frac{1}{T(1+T)^{n+\frac{1}{m}}} = \frac{1}{T}\left(1 - \frac{1}{(1+T)^n}\right) + \frac{1}{T}\left(\frac{1}{(1+T)^n} - \frac{1}{(1+T)^{n+\frac{1}{m}}}\right) = \varphi_n + \frac{1}{T}\left(\frac{1}{(1+T)^n} - \frac{1}{(1+T)^{n+\frac{1}{m}}}\right) = \varphi_n + \frac{1}{T(1+T)^n}\left(1 - \frac{1}{(1+T)^{\frac{1}{m}}}\right) =$$

$$= \varphi_n + \frac{1}{T(1+T)^n}\left(\frac{(1+T)^{\frac{1}{m}} - 1}{(1+T)^{\frac{1}{m}}}\right) = \varphi_n + \frac{1}{T(1+T)^n(1+T)^{\frac{1}{m}}} \cdot \left((1+T)^{\frac{1}{m}} - 1\right) =$$

$$= \varphi_n + \frac{\frac{1}{T}(1+T)^{\frac{1}{m}} - 1}{(1+T)^{n+\frac{1}{m}}}.$$

То есть: наличная стоимость ежесрочной единицы денежной стоимости при смѣшанномъ числѣ единицъ времени равняется наличной стоимости ежесрочной единицы при числѣ цѣлыхъ единицъ времени, содержащихся въ срокѣ даннаго случая, съ прибавленіемъ исчисленной въ началѣ займа за все его время (за $n + \frac{1}{m}$ единицъ времени) наличной стоимости наросшей суммы ежесрочной единицы въ теченіи $\frac{1}{m}$-ой части единицы времени.

VIII.

Общій сводъ формулъ, выведенныхъ при простѣйшихъ предположеніяхъ.

38. Въ предъидущемъ исчерпано разсмотрѣніе основаній разсчетовъ по публичнымъ займамъ въ ихъ наипростѣйшемъ видѣ, при ихъ наименѣе сложномъ составѣ. Дальнѣйшему изложенію полезно предпослать сжатое резюме предъидущихъ объясненій или сводъ полученныхъ въ видѣ формулъ выводовъ: при послѣдующемъ изложеніи это нагляднѣе покажетъ, насколько выводы измѣняются отъ подлежащихъ расмотрѣнію новыхъ элементовъ. Прежде однако, чѣмъ мы дадимъ этотъ сводъ выводовъ, мы должны еще принять во вниманіе оставленныя до сихъ поръ для простоты изложенія въ сторонѣ нѣкоторыя обстоятельства, хотя они въ существѣ ничего не измѣняютъ въ полученныхъ уже нами выводахъ. До сихъ поръ мы исходили только изъ ежесрочной суммы, равной единицѣ денежной стоимости (рублю, франку, маркѣ, фунту стерлингу, доллару и т. д.), и только изъ капитализованной (наличной) стоимости такой ежесрочной сумки φ. Въ дѣйствительности, однако, ежесрочныя суммы всегда образуются изъ многихъ (сотенъ,

тысячъ, милліоновъ и т. д.) единицъ денежной стоимости, вообще говоря изъ A единицъ денежной стоимости, или A. Если наличная или капитализованная стоимость ежесрочной одной единицы денежной стоимости составляетъ φ_n, то наличная или капитализованная стоимость A ежесрочныхъ единицъ будетъ въ A разъ больше и составитъ $A\varphi_n$, каковое выраженіе и будетъ показывать основаніе того наличнаго капитала (назовемъ его P), который составитъ капитализованную стоимость ежесрочной суммы A. Такимъ образомъ $P = A\varphi_n$ представляетъ выраженіе вполнѣ соотвѣтствующіе тому, изъ котораго мы до сихъ поръ исходили, говоря, что φ_n составляетъ наличный капиталъ, выражающій капитализованную стоимость ежесрочной суммы, ровной одной единицѣ денежной стоимости. Въ существѣ дѣло не измѣняется и лишь тоже самое, что мы выражали, когда исходили изъ φ_n, какъ наличнаго капитала, составляющаго капитализованную стоимость одной ежесрочной единицы, мы продолжаемъ выражать, говоря, что наличный капиталъ, составляющій капитализованную стоимость ежесрочной суммы A, въ A разъ больше, то есть: $A\varphi_n$ или P, $A\varphi_n = P$. Также точно въ существѣ ничто неизмѣняется отъ введенія во всѣ прочія формулы, выведенныя нами до сихъ поръ, означенія A или *всякой* ежесрочной суммы, и P или капитализованной (наличной) стоимости всякой ежесрочной суммы, или капитала *всякого* долга. Читателю легко будетъ въ этомъ убѣдиться, если мы сдѣлаемъ нашъ сводъ выведенныхъ до сихъ поръ формулъ, включивъ въ нихъ означенія A и P, что кстати намъ и дастъ возможность видѣть, какъ всѣ выведенныя выше формулы въ существѣ оттого нисколько не измѣняются. Полезно ввести еще обозначеніе всякого погашенія (сдѣлаемъ это чрезъ букву B) или той части ежесрочной суммы A, которая употребляется на уменьшеніе долга и, нарастая сложными T% въ n единицъ времени, погашаетъ P или капиталъ долга.

39. Начинаемъ нашъ обзоръ полученныхъ до сихъ результатовъ съ равенства, въ которомъ соединяются основанія самыхъ коренныхъ изъ разсмотрѣнныхъ элементовъ и которое одновременно показываетъ взаимныя ихъ отношенія другъ къ другу, а потому можетъ служить и для вывода каждого элемента изъ всѣхъ остальныхъ. При этомъ за буквами сохраняется значеніе, которое имъ придавалось до сихъ поръ *).

$$\frac{M}{(1+T)^n} = P = A\varphi_n = B\omega_n = \frac{A}{T}\left(1 - \frac{1}{(1+T)^n}\right) = B\frac{[(1+T)^n - 1]}{T}$$

Изъ этого равенства легко выводятся всѣ значенія M, P, A, B и J или PT (интересовъ), а именно:

$$M = P(1+T)^n = A\varphi_n(1+T)^n = A\omega_n = B\omega_n(1+T)^n = \frac{A(1+T)^n}{T}\left(1 - \frac{1}{(1+T)^n}\right) =$$

$$= B(1+T)^n\left(\frac{(1+T)^n - 1}{T}\right)$$

$$P = \frac{M}{(1+T)^n} = A\varphi_n = \frac{A\omega_n}{(1+T)^n} = B\omega_n = B\varphi_n(1+T)^n = \frac{A}{T}\left(1 - \frac{1}{(1+T)^n}\right) =$$

$$= B\left(\frac{(1+T)^n - 1}{T}\right)$$

*) P означаетъ наличный капиталъ, M его наросшую стоимость отъ увеличенія его сложными T% за n единицъ времени; A ежесрочная сумма, B часть ея употребляемая на погашеніе, J часть

$$A = \frac{MT}{(1+T)^n - 1} = \frac{PT(1+T)^n}{(1+T)^n - 1} = PT + \frac{PT}{(1+T)^n - 1} = B(1+T)^n = P\frac{1}{\varphi_n} = \frac{M}{\omega_n} = \frac{B\omega_n}{\varphi_n}$$

$$B = \frac{MT}{(1+T)^n[(1+T)^n - 1]} = \frac{PT}{(1+T)^n - 1} = \frac{A}{(1+T)^n} = \frac{P}{\omega_n} = \frac{P}{(1+T)^n} \cdot \frac{1}{\varphi_n} = \frac{M}{(1+T)^n} \cdot \frac{1}{\omega_n}$$

$$J = PT = A\varphi_n\, T = B\omega_n\, T = A - \frac{A}{(1+T)^n} = B[(1+T)^n - 1] = \frac{MT}{(1+T)^n}.$$

40. Изъ этихъ равенствъ выводятся слѣдующія постоянныя и неизмѣнныя отношенія простѣйшихъ элементовъ публичныхъ займовъ при разсмотрѣнныхъ условіяхъ. Всегда и всякіе $\frac{M}{P} = (1+T)^n$, а равнымъ образомъ всегда и всякіе $\frac{A}{B} = (1+T)^n$: всегда отношеніе между будущею (наросшею) стоимостью или M и наличною (нынѣшнею) стоимостью или P, а также между всею ежесрочною суммою (A) и частью ея, служащею для погашенія (B), составляетъ единицу капитала съ наросшими на нее сложными T% за n единицъ времени. Всегда и всякіе $\frac{P}{A} = \varphi_n$ и всегда $\frac{A}{P} = \frac{1}{\varphi_n}$: всегда отношеніе всякого наличнаго капитала (P) къ равноцѣнной ему ежесрочной суммѣ (A) выражается наличною стоимостью ежесрочной единицы и наоборотъ всегда отношеніе ежесрочной суммы (A) къ ея наличной стоимости (P) выражается ежесрочною суммою, необходимою для интересовъ и погашенія единицы капитала $\left(\frac{1}{\varphi_n}\right.$ или аннюитетъ$\left.\right)$. И наконецъ всегда и всякіе $\frac{P}{B} = \omega_n$, а равно всегда и всякіе $\frac{B}{P} = \frac{1}{\omega_n}$, или всегда отношеніе погасительнаго расхода къ погашаемому капиталу составляетъ общій погасительный множитель.

A, употребляемая на уплату интересовъ, T означаетъ ростъ, n число единицъ времени, φ_n означаетъ наличную стоимость ежесрочной единицы, ω_n означаетъ наросшую стоимость ежесрочной единицы; $\frac{1}{\varphi_n}$ означаетъ ежесрочную сумму для T% и необходимаго погашенія одной единицы капитала въ n единицъ времени; $\frac{1}{\omega_n}$ означаетъ ежесрочную сумму для погашенія одной единицы капитала въ n единицъ времени.

41. Переходимъ къ формуламъ, выражающимъ движенія и состояніе капитала заключеннаго долга въ различные моменты, въ началѣ и въ концѣ различныхъ единицъ времени, а также состояніе наросшей стоимости, какъ ежесрочной суммы A, такъ и капитала долга P (см. Табл. 1).

Если изъ всѣхъ этихъ выраженій исключить означенія A и P, то есть: принять, что они относятся къ суммамъ, въ P и A разъ меньшимъ, то мы получимъ тѣ самыя формулы, которыя выведены въ предшествующихъ частяхъ нашего изложенія и которыя всегда относились къ единицѣ денежной стоимости, какъ ежесрочной суммѣ или капиталу ея наличной стоимости.

42. Въ Табл. 2 (стр. 35) мы сводимъ формулы для опредѣленія расходовъ по уплатѣ процентовъ на капиталъ.

Табл. 1.

Единицы времени.	Состояніе капитала долга или наличной стоимости ежесрочной суммы A		Будущая или наросшая стоимость къ концу показанной единицы времени.			
	въ началѣ	въ концѣ.	капитала		всѣхъ ежесрочныхъ A истекшихъ единицъ времени.	
1)-ой	$A\varphi_n = P$	$A\varphi_{n-1} = P\frac{\varphi_{n-1}}{\varphi_n}$	$A\varphi_n(1+T)$	$= P(1+T)$	A	$= P\frac{1}{\varphi_n}$
2)-ой	$A\varphi_{n-1} = P\frac{\varphi_{n-1}}{\varphi_n}$	$A\varphi_{n-2} = P\frac{\varphi_{n-2}}{\varphi_n}$	$A\varphi_n(1+T)^2$	$= P(1+T)^2$	$A\varphi_2(1+T)^2$	$= P(1+T)^2\frac{\varphi_2}{\varphi_n}$
3)-ей	$A\varphi_{n-2} = P\frac{\varphi_{n-2}}{\varphi_n}$	$A\varphi_{n-3} = P\frac{\varphi_{n-3}}{\varphi_n}$	$A\varphi_n(1+T)^3$	$= P(1+T)^3$	$A\varphi_3(1+T)^3$	$= P(1+T)^3\frac{\varphi_3}{\varphi_n}$
$m-1$)-ой	$A\varphi_{n-(m-2)} = P\frac{\varphi_{n-(m-2)}}{\varphi_n}$	$A\varphi_{n-(m-1)} = P\frac{\varphi_{n-(m-1)}}{\varphi_n}$	$A\varphi_n(1+T)^{m-1}$	$= P(1+T)^{m-1}$	$A\varphi_{m-1}(1+T)^{m-1}$	$= P(1+T)^{m-1}\frac{\varphi_{m-1}}{\varphi_n}$
m)-ой	$A\varphi_{n-(m-1)} = P\frac{\varphi_{n-(m-1)}}{\varphi_n}$	$A\varphi_{n-m} = P\frac{\varphi_{n-m}}{\varphi_n}$	$A\varphi_n(1+T)^m$	$= P(1+T)^m$	$A\varphi_m(1+T)^m$	$= P(1+T)^m\frac{\varphi_m}{\varphi_n}$
$m+1$)-ой	$A\varphi_{n-m} = P\frac{\varphi_{n-m}}{\varphi_n}$	$A\varphi_{n-(m+1)} = P\frac{\varphi_{n-(m+1)}}{\varphi_n}$	$A\varphi_n(1+T)^{m+1}$	$= P(1+T)^{m+1}$	$A\varphi_{m+1}(1+T)^{m+1}$	$= P(1+T)^{m+1}\frac{\varphi_{m+1}}{\varphi_n}$
$n-2$)-ой	$A\varphi_3 = P\frac{\varphi_3}{\varphi_n}$	$A\varphi_2 = P\frac{\varphi_2}{\varphi_n}$	$A\varphi_n(1+T)^{n-2}$	$= P(1+T)^{n-2}$	$A\varphi_{n-2}(1+T)^{n-2}$	$= P(1+T)^{n-2}\frac{\varphi_{n-2}}{\varphi_n}$
$n-1$)-ой	$A\varphi_2 = P\frac{\varphi_2}{\varphi_n}$	$A\varphi_1 = P\frac{\varphi_1}{\varphi_n}$	$A\varphi_n(1+T)^{n-1}$	$= P(1+T)^{n-1}$	$A\varphi_{n-1}(1+T)^{n-1}$	$= P(1+T)^{n-1}\frac{\varphi_{n-1}}{\varphi_n}$
n)-ой	$A\varphi_1 = P\frac{\varphi_1}{\varphi_n}$	0	$A\varphi_n(1+T)^n$	$= P(1+T)^n$	$A\varphi_n(1+T)^n$	$= P(1+T)^n$

Табл. 2.

Единицы времени	проценты, причитающіеся за одинъ истекшій срокъ показанной единицы времени.	проценты за всѣ истекшіе сроки отъ первой единицы времени до (включительно) показанной	проценты за всѣ предстоящіе сроки отъ показанной (включительно) до послѣдней включительно.
1)-ой	$PT = A\varphi_n T = A\left(1-\frac{1}{(1+T)^n}\right)$	$A\left(1-\frac{\varphi_1}{(1+T)^{n-1}}\right)=\frac{P}{\varphi_n}\left(1-\frac{\varphi_1}{(1+T)^{n-1}}\right)$	$A(n-\varphi_n)=\frac{P}{\varphi_n}(n-\varphi_n)$
2)-ой	$PT\frac{\varphi_{n-1}}{\varphi_n}=A\varphi_{n-1}T=A\left(1-\frac{1}{(1+T)^{n-1}}\right)$	$A\left(2-\frac{\varphi_2}{(1+T)^{n-2}}\right)=\frac{P}{\varphi_n}\left(2-\frac{\varphi_2}{(1+T)^{n-2}}\right)$	$A(n-1-\varphi_{n-1})=\frac{P}{\varphi_n}(n-1-\varphi_{n-1})$
3)-ей	$PT\frac{\varphi_{n-2}}{\varphi_n}=A\varphi_{n-2}T=A\left(1-\frac{1}{(1+T)^{n-2}}\right)$	$A\left(3-\frac{\varphi_3}{(1+T)^{n-3}}\right)=\frac{P}{\varphi_n}\left(3-\frac{\varphi_3}{(1+T)^{n-3}}\right)$	$A(n-2-\varphi_{n-2})=\frac{P}{\varphi_n}(n-2-\varphi_{n-2})$
$m-1$)-ой	$PT\frac{\varphi_{n-(m-2)}}{\varphi_n}=A\varphi_{n-(m-2)}T=$ $=A\left(1-\frac{1}{(1+T)^{n-(m-2)}}\right)$	$A\left((m-1)-\frac{\varphi_{m-1}}{(1+T)^{n-(m-1)}}\right)=$ $=\frac{P}{\varphi_n}\left(m-1-\frac{\varphi_{m-1}}{(1+T)^{n-(m-1)}}\right)$	$A[n-(m-2)-\varphi_{n-(m-2)}]=$ $=\frac{P}{\varphi_n}[n-(m-2)-\varphi_{n-(m-2)}]$
m)-ой	$PT\frac{\varphi_{n-(m-1)}}{\varphi_n}=A\varphi_{n-(m-1)}T=$ $=A\left(1-\frac{1}{(1+T)^{n-(m-1)}}\right)$	$A\left(m-\frac{\varphi_m}{(1+T)^{n-m}}\right)=$ $=\frac{P}{\varphi_n}\left(m-\frac{\varphi_m}{(1+T)^{n-m}}\right)$	$A[n-(m-1)-\varphi_{n-(m-1)}]=$ $=\frac{P}{\varphi_n}[n-(m-1)-\varphi_{n-(m-1)}]$
$m+1$)-ой	$PT\frac{\varphi_{n-m}}{\varphi_n}=A\varphi_{n-m}T=A\left(1-\frac{1}{(1+T)^{n-m}}\right)$	$A\left((m+1)-\frac{\varphi_{m+1}}{(1+T)^{n-(m+1)}}\right)=$ $=\frac{P}{\varphi_n}\left(m+1-\frac{1}{(1+T)^{n-(m+1)}}\right)$	$A(n-m-\varphi_{n-m})=\frac{P}{\varphi_n}(n-m-\varphi_{n-m})$
$n-2$)-ой	$PT\frac{\varphi_3}{\varphi_n}=A\varphi_3 T=A\left(1-\frac{1}{(1+T)^3}\right)$	$A\left(n-2-\frac{\varphi_{n-2}}{(1+T)^2}\right)=\frac{P}{\varphi_n}\left(n-2-\frac{\varphi_{n-2}}{(1+T)^2}\right)$	$A(3-\varphi_3)=\frac{P}{\varphi_n}(3-\varphi_3)$
$n-1$)-ой	$PT\frac{\varphi_2}{\varphi_n}=A\varphi_2 T=A\left(1-\frac{1}{(1+T)^2}\right)$	$A\left(n-1-\frac{\varphi_{n-1}}{1+T}\right)=\frac{P}{\varphi_n}\left(n-1-\frac{\varphi_{n-1}}{(1+T)}\right)$	$A(2-\varphi_2)=\frac{P}{\varphi_n}(2-\varphi_2)$
n)-ой	$PT\frac{\varphi_1}{\varphi_n}=A\varphi_1 T=A\left(1-\frac{1}{(1+T)}\right)$	$A(n-\varphi_n)=\frac{P}{\varphi_n}(n-\varphi_n)=P\left(\frac{n}{\varphi_n}-1\right)$	$A(1-\varphi_1)=\frac{P}{\varphi_n}(1-\varphi_1)$

43. Такимъ-же точно образомъ мы въ таблицѣ 3 (стр. 36) сводимъ формулы для расходовъ на умеьшеніе (погашеніе или выкупъ) капитала (долга или затраты).

Табл. 3.

Единицы времени	погашеніе за одинъ истекшій срокъ показанной единицы времени	погашеніе за всѣ истекшіе сроки отъ первой единицы времени до показанной (включительно)	погашеніе за всѣ остающіеся сроки, начиная отъ показанной единицы времени (со включеніемъ ея) до послѣдней.
1)-ой	$\frac{A}{(1+T)^n} = \frac{P}{\varphi_n(1+T)^n} = B$	$\frac{A}{(1+T)^n} = \frac{P}{(1+T)^n} \cdot \frac{1}{\varphi_n} = B$	$A\varphi_n = B\omega_n = P$
2)-ой	$\frac{A}{(1+T)^{n-1}} = \frac{P}{\varphi_n(1+T)^{n-1}} = B(1+T)$	$\frac{A\varphi_2}{(1+T)^{n-2}} = \frac{P}{(1+T)^{n-2}} \cdot \frac{\varphi_2}{\varphi_n} = B\omega_1$	$A\left(\varphi_n - \frac{\varphi_1}{(1+T)^{n-1}}\right) = A\varphi_{n-1} = B\omega_{n-1} = P\frac{\varphi_{n-1}}{\varphi_n}$
3)-ей	$\frac{A}{(1+T)^{n-2}} = \frac{P}{\varphi_n(1+T)^{n-2}} = B(1+T)^2$	$\frac{A\varphi_3}{(1+T)^{n-3}} = \frac{P}{(1+T)^{n-3}} \cdot \frac{\varphi_3}{\varphi_n} = B\omega_2$	$A\left(\varphi_n - \frac{\varphi_2}{(1+T)^{n-2}}\right) = A\varphi_{n-2} = B\omega_{n-2} = P\frac{\varphi_{n-2}}{\varphi_n}$
$m-1$)-ой	$\frac{A}{(1+T)^{n-(m-2)}} = \frac{P}{\varphi_n(1+T)^{n-(m-2)}} = B(1+T)^{n-(m-2)}$	$\frac{A\varphi_{m-1}}{(1+T)^{n-(m-1)}} = \frac{P}{(1+T)^{n-(m-1)}} \cdot \frac{\varphi_{m-1}}{\varphi_n} = B\omega_{m-1}$	$A\left(\varphi_n - \frac{\varphi_{m-2}}{(1+T)^{n-(m-2)}}\right) = A\varphi_{n-(m-2)} = B\omega_{n-(m-2)} = P\frac{\varphi_{n-(m-2)}}{\varphi_n}$
m)-ой	$\frac{A}{(1+T)^{n-(m-1)}} = \frac{P}{\varphi_n(1+T)^{n-(m-1)}} = B(1+T)^{n-(m-1)}$	$\frac{A\varphi_{n-m}}{(1+T)^{n-m}} = \frac{P}{(1+T)^{n-m}} \cdot \frac{\varphi_m}{\varphi_n} = B\omega_m$	$A\left(\varphi_n - \frac{\varphi_{m-1}}{(1+T)^{n-(m-1)}}\right) = A\varphi_{n-(m-1)} = B\omega_{n-(m-1)} = P\frac{\varphi_{n-(m-1)}}{\varphi_n}$
$m+1$)-ой	$\frac{A}{(1+T)^{n-m}} = \frac{P}{\varphi_n(1+T)^{n-m}} = B(1+T)^{n-m}$	$\frac{A\varphi_{n-(m+1)}}{(1+T)^{n-(m+1)}} = \frac{P}{(1+T)^{n-(m+1)}} \cdot \frac{\varphi_{m+1}}{\varphi_n} = B\omega_{m+1}$	$A\left(\varphi_n - \frac{\varphi_m}{(1+T)^{n-m}}\right) = A\varphi_{n-m} = B\omega_{n-m} = P\frac{\varphi_{n-m}}{\varphi_n}$
$n-2$)-ой	$\frac{A}{(1+T)^3} = \frac{P}{\varphi_n(1+T)^3} = B(1+T)^{n-3}$	$\frac{A\varphi_{n-2}}{(1+T)^2} = \frac{P}{(1+T)^2} \cdot \frac{\varphi_{n-2}}{\varphi_n} = B\omega_{n-2}$	$A\left(\varphi_n - \frac{\varphi_{n-3}}{(1+T)^3}\right) = A\varphi_3 = B\omega_3 = P\frac{\varphi_3}{\varphi_n}$
$n-1$)-ой	$\frac{A}{(1+T)^2} = \frac{P}{\varphi_n(1+T)^2} = B(1+T)^{n-2}$	$\frac{A\varphi_{n-1}}{(1+T)} = \frac{P}{1+T} \cdot \frac{\varphi_{n-1}}{\varphi_n} = B\omega_{n-1}$	$A\left(\varphi_n - \frac{1}{(1+T)^2}\right) = A\varphi_2 = B\omega_2 = P\frac{\varphi_2}{\varphi_n}$
n)-ой	$\frac{A}{1+T} = \frac{P}{\varphi_n(1+T)} = B(1+T)^{n-1}$	$A\varphi_n = P = B\omega_n$	$A\left(\varphi_n - \frac{1}{1+T}\right) = A\varphi_1 = B\omega_1 = P\frac{\varphi_1}{\varphi_n}$

Табл. 4.

Въ началѣ единицы времени.	Капитализованная изъ T% стоимость всѣхъ предстоящихъ срочныхъ уплатъ		
	и н т е р е с о в ъ	п о г а ш е н і я	— в с е г о
1)-ой	$A\left(\varphi_n - \frac{n}{(1+T)^{n+1}}\right) = \frac{P}{\varphi_n}\left(\varphi_n - \frac{n}{(1+T)^{n+1}}\right)$	$\frac{nA}{(1+T)^{n+1}} = \frac{nP}{\varphi_n(1+T)^{n+1}}$	$A\varphi_n = P$
2)-ой	$A\left(\varphi_{n-1} - \frac{n-1}{(1+T)^n}\right) = \frac{P}{\varphi_n}\left(\varphi_{n-1} - \frac{n-1}{(1+T)^n}\right)$	$\frac{(n-1)A}{(1+T)^n} = \frac{(n-1)P}{\varphi_n(1+T)^n}$	$A\varphi_{n-1} = P\frac{\varphi_{n-1}}{\varphi_n}$
3)-ей	$A\left(\varphi_{n-2} - \frac{n-2}{(1+T)^{n-1}}\right) = \frac{P}{\varphi_n}\left(\varphi_{n-2} - \frac{n-2}{(1+T)^{n-1}}\right)$	$\frac{(n-2)A}{(1+T)^{n-1}} = \frac{(n-2)P}{\varphi_n(1+T)^{n-1}}$	$A\varphi_{n-2} = P\frac{\varphi_{n-2}}{\varphi_n}$
$m-1$)-ой	$A\left(\varphi_{n-(m-2)} - \frac{n-(m-2)}{(1+T)^{n-(m-3)}}\right) = \frac{P}{\varphi_n}\left(\varphi_{n-(m-2)} - \frac{n-(m-2)}{(1+T)^{n-(m+3)}}\right)$	$\frac{[n-(m-2)]A}{(1+T)^{n-(m-3)}} = \frac{[n-(m-2)]P}{\varphi_n(1+T)^{n-(m-3)}}$	$A\varphi_{n-(m-2)} = P\frac{\varphi_{n-(m-2)}}{\varphi_n}$
m)-ой	$A\left(\varphi_{n-(m-1)} - \frac{n-(m-1)}{(1+T)^{n-(m-2)}}\right) = \frac{P}{\varphi_n}\left(\varphi_{n-(m-1)} - \frac{n-(m-1)}{(1+T)^{n-(m-1)}}\right)$	$\frac{[n-(m-1)]A}{(1+T)^{n-(m-2)}} = \frac{[n-(m-1)]P}{\varphi_n(1+T)^{n-(m-2)}}$	$A\varphi_{n-(m-1)} = P\frac{\varphi_{n-(m-1)}}{\varphi_n}$
$m+1$)-ой	$A\left(\varphi_{n-m} - \frac{n-m}{(1+T)^{n-(m-1)}}\right) = \frac{P}{\varphi_n}\left(\varphi_{n-m} - \frac{n-m}{(1+T)^{n-m}}\right)$	$\frac{(n-m)A}{(1+T)^{n-(m-1)}} = \frac{(n-m)P}{\varphi_n(1+T)^{n-(m-1)}}$	$A\varphi_{n-m} = P\frac{\varphi_{n-m}}{\varphi_n}$
$n-2$)-ой	$A\left(\varphi_3 - \frac{3}{(1+T)^4}\right) = \frac{P}{\varphi_n}\left(\varphi_3 - \frac{3}{(1+T)^4}\right)$	$\frac{3A}{(1+T)^4} = \frac{3P}{\varphi_n(1+T)^4}$	$A\varphi_3 = P\frac{\varphi_3}{\varphi_n}$
$n-1$)-ой	$A\left(\varphi_2 - \frac{2}{(1+T)^3}\right) = \frac{P}{\varphi_n}\left(\varphi_2 - \frac{2}{(1+T)^3}\right)$	$\frac{2A}{(1+T)^3} = \frac{2P}{\varphi_n(1+T)^3}$	$A\varphi_2 = P\frac{\varphi_2}{\varphi_n}$
n)-ой	$A\left(\varphi_1 - \frac{1}{(1+T)^2}\right) = \frac{P}{\varphi_n}\left(\varphi_1 - \frac{1}{(1+T)^2}\right)$	$\frac{A}{(1+T)^2} = \frac{P}{\varphi_n(1+T)^2}$	$A\varphi_1 = P\frac{\varphi_1}{\varphi_n}$

44. Въ таблицѣ 4 (стр. 37) такимъ-же образомъ расположены формулы для опредѣленія капитализованной или наличной стоимости ежесрочныхъ суммъ, служащихъ для интересовъ и для погашенія, или для процентныхъ и погасительныхъ расходовъ, которые еще предстоитъ производить, начиная съ различныхъ моментовъ времени (съ единицы времени первой, второй, третьей, $(m-1)$-ой, m-ой, $(m+1)$-ой, предпредпослѣдней, предпослѣдней и послѣдней), предполагая, что капитализація производится *въ началѣ* каждой изъ этихъ единицъ времени, слѣдовательно распространяется на всѣ послѣдующіе платежи отъ начала показанной единицы времени до истеченія послѣдней.

45. Формулы для опредѣленія срока погашенія долга, когда въ нее вводятся общія выраженія для означенія полной ежесрочной суммы и частей, слѣдующихъ для интересовъ и погашенія,

а равно и погашаемаго капитала долга, не измѣняясь въ существѣ, принимаютъ слѣдующій видъ:

$$n = \frac{\log A - \log B}{\log(1+T)} = \frac{\log A - \log \frac{A}{(1+T)^n}}{\log(1+T)} = \frac{\log B(1+T)^n - \log B}{\log(1+T)^n} =$$
$$= \frac{\log\left(PT + \frac{A}{(1+T)^n}\right) - \log \frac{A}{(1+T)^n}}{\log(1+T)} = \frac{\log(PT+B) - \log B}{\log(1+T)} =$$
$$= \frac{\log\left(PT + \frac{PT}{(1+T)^n - 1}\right) - \log \frac{PT}{(1+T)^n - 1}}{\log(1+T)} = \frac{\log \frac{P}{\varphi_n} - \log \frac{P}{\varphi_n(1+T)^n}}{\log(1+T)}.$$

Что-же касается формулъ для опредѣленія срока, въ который погашается какая либо $\frac{1}{q}$-ая часть займа (все равно, изъ первоначальной-ли его суммы, или изъ его суммы, остающейся еще непогашенной въ данное время), то такъ какъ эти сроки зависятъ отъ срока, на который заемъ былъ первоначально заключенъ, и отъ роста на капиталъ, по которому заемъ былъ заключенъ, то безполезно усложнять дѣло и лучше остаться при общей формулѣ, данной въ §§ 33 и 35, а именно

$$n' = \frac{\log[(1+T)^{n-m} + (q-1)] - \log q}{\log(1+T)}$$

предполагая $m = 0$, можно по этой формулѣ опредѣлить въ какой срокъ погашается $\frac{1}{q}$-ая часть первоначально занятаго капитала; а предполагая $m = 10, 20, 35, 47$ и т. д., можно по той-же формулѣ вычислить, въ какой срокъ будетъ погашена $\frac{1}{q}$-ая часть долга, остающагося непогашенною чрезъ 10, 20, 35, 47 и т. д. лѣтъ послѣ заключенія займа? Напримѣръ при $m = 0$ и $q = 2$ получается, что срокъ, въ который погасится половина первоначально-заключеннаго долга, будетъ:

$$n'' = \frac{\log[(1+T)^n + 1] - \log 2}{\log(1+T)}.$$

46. Наконецъ формула опредѣленія процентнаго размѣра платы за пользованіе капиталомъ (роста), не измѣняясь въ существѣ, отъ введенія означеній капитала займа и ежесрочной по нему уплаты, получаетъ слѣдующій видъ:

$$T = \frac{A}{P}\left(1 - \frac{1}{(1+T)^n}\right),$$

такъ какъ всякое $\frac{A}{P} = \frac{1}{\varphi_n}$, то формула T всегда остается въ томъ видѣ, какъ она дана въ § 36.

Англійскій вычислитель Томанъ далъ слѣдующій способъ скорѣйшаго опредѣленія T, когда приходится прямо вычислять ростъ постепенными приближеніями. Припявъ первое приближеніе или $T_1 = \frac{A}{P} = \frac{1}{\varphi_n}$, опредѣляютъ второе приближеніе или T_2 по формулѣ

$$T_2 = \frac{A}{P}\left(1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{A}{P}\right)^n}\right)$$

затѣмъ слѣдующимъ образомъ приводится въ извѣстность та поправка къ T_2 или второму приближенію (означимъ ее чрезъ x), которая чрезъ $T_2 + x = T_3$ даетъ

сразу третье приближеніе, весьма близко подходящее къ искомому точному выраженію T. Изъ общаго выраженія наличной стоимости ежесрочной суммы A $P=\frac{A}{T}\left(1-\frac{1}{(1+T)^n}\right)$ слѣдуетъ, что $\frac{P}{A}T=1-\frac{1}{(1+T)^n}$. Исходя изъ того, что искомое

$$T_3=T=T_2+x,$$ легко опредѣлить $1+T_2=r$ и тогда

$$1+T_3=1+T_2+x=r+x.$$

Въ такомъ случаѣ вмѣсто $\frac{P}{A}T_3=\frac{P}{A}T$ мы можемъ написать $\frac{P}{A}(T_2+x)$, а вмѣсто $\frac{1}{(1+T_3)^n}=\frac{1}{(1+T)^n}$ мы можемъ написать $\frac{1}{(x+r)^n}$. Раскрывая это выраженіе по Ньютонову биному и довольствуясь лишь двумя первыми членами, можемъ написать:

$$\frac{P}{A}T=1-\frac{1}{(1+T)^n}=\frac{P}{A}(T_2+x)=1-\frac{1}{(r+x)^n}=1-\frac{1}{r^n}+\frac{nx}{r^{n+1}}=$$

$$1-\frac{1}{(1+T_2)^n}+\frac{nx}{(1+T_2)^{n+1}}.$$

Поэтому $\frac{P}{A}T_2+\frac{P}{A}x=1-\frac{1}{(1+T_2)^n}+\frac{nx}{(1+T_2)^{n+1}}$ и оттого

$$\frac{P}{A}x-\frac{nx}{(1+T_2)^{n+1}}=1-\frac{P}{A}T_2-\frac{1}{(1+T_2)^n},$$

слѣдовательно, $x\left(\frac{P}{A}-\frac{n}{(1+T_2)^{n+1}}\right)=1-\left(\frac{P}{A}T_2+\frac{1}{(1+T_2)^n}\right)$, а отсюда

$$x=\frac{1-\left(\frac{P}{A}T_2+\frac{1}{(1+T_2)^n}\right)}{\frac{P}{A}-\frac{n}{(1+T_2)^{n+1}}}.$$

Взявъ затѣмъ T_2+x, мы получимъ T_3, которое дастъ числовое значеніе для искомаго съ точностью до 5-го и даже 7-го десятичнаго знака. Впрочемъ уже и T_2 даетъ приближеніе, точное до третьяго десятичнаго знака и для практическихъ справокъ достаточное.—Выше упомянуто уже было, что другіе вычислители дали особыя вспомогательныя таблицы для быстраго вычисленія роста: на русскомъ языкѣ такія таблицы изданы вычислителемъ Пинето. Однородныя таблицы въ Лондонѣ изданы англійскимъ вычислителемъ Оксомъ. Изъ этого рода пособій особенно удобна небольшая таблица, составленная французскимъ вычислителемъ Ашаромъ, которую по небольшому мѣсту, ею занимаемому, мы перепечатываемъ, какъ приложеніе на стр. 42—3. Пользуются этою таблицею слѣдующимъ образомъ. Для примѣра возьмемъ ежесрочную сумму въ 585.740 ф. ст., которая въ 1823 году на 45 лѣтъ была продана Англійскому Банку за наличный капиталъ 11.883.174 ф. с. и по которой мы хотимъ опредѣлить съ помощью таблицы Ашара, какому это соотвѣтствуетъ росту съ капитала? или какое въ этомъ случаѣ численное выраженіе T? Для опредѣленія искомаго сначала нужно выяснить наличную стоимость ежесрочной единицы или φ_n въ данномъ случаѣ и ее раздѣлить на число единицъ времени или n, то есть вычислить, сколько въ данномъ случаѣ составляетъ $\frac{1}{n}\varphi$? Въ нашемъ примѣрѣ за одинъ фунтъ стерлингъ заплочено $\frac{11.883.174}{585.740}=20._{287455}$ ф. ст. и это составляетъ φ, а $\frac{1}{n}\varphi$ въ нашемъ примѣрѣ составляетъ $\frac{1}{45}\ 20._{287455}=0._{450832}$. Величины, соотвѣтствующія выраженію $\frac{1}{n}\varphi$ въ

таблицѣ Ашара показаны въ столбцѣ второмъ подъ буквою b и если полученное въ данномъ примѣрѣ число не встрѣчается въ этомъ столбцѣ, то въ этомъ столбцѣ нужно взять ближайшее меньшее и ближайшее большее два числа. Такъ въ нашемъ примѣрѣ мы имѣемъ $\frac{1}{n}\varphi = b$ (данное) $= 0._{450832}$, которое заключается между двумя ближайшими къ нему числами таблицы:

$$b = 0._{45555} \text{ при } a = 1._{85},\ c = 0._{488}$$
$$b = 0._{44759} \text{ при } a = 1._{90},\ c = 0._{477};$$

числа a и c взяты изъ перваго и пятаго столбцовъ таблицы, которыя очень важны для вычисленія; затѣмъ изъ ближайшаго бо́льшаго числа b таблицы вычитается b даннаго примѣра, слѣдовательно изъ $0._{45555}$ вычитается $0._{450832}$ и полученная разность $0._{004718}$ помножается на 1000, а произведеніе, или въ нашемъ примѣрѣ $4._{718}$, помножается на показанное въ той же строкѣ въ четвертомъ столбцѣ число (подъ выраженіемъ $10^2_\Delta a$) или на $0._{628}$, что намъ дастъ $4._{728} \times 0._{628} = 2._{9629}$. Сохраняя это произведеніе только съ двумя десятичными знаками, въ видѣ $2._{96}$, его присоединяютъ къ сотымъ долямъ числа a изъ столбца перваго, стоящаго въ таблицѣ рядомъ съ ближайшимъ бо́льшимъ b, или въ нашемъ примѣрѣ къ $1._{85}$; считая и $2._{96}$ за сотыя доли или за $0._{0296}$, мы получимъ $1._{85} + 0._{0296} = 1._{8796}$ и это есть одна изъ основныхъ данныхъ для вычисляемаго нами T, означаемая буквою a. Другая потребная для этого данная c приводится въ извѣстность на основаніи пропорціи, что если разности между табличными ближайшимъ бо́льшимъ и ближайшимъ меньшимъ b или $0._{45555} - 0._{44759} = 0._{00796}$ соотвѣтствуетъ разность между табличными ближайшимъ большимъ и ближайшимъ меньшимъ c или $0._{488} - 0._{477} = 0._{011}$, то разности между табличнымъ ближайшимъ b и b нашего примѣра или $0._{45555} - 0._{45083} = 0._{00472}$ будетъ соотвѣтствовать c, получаемое изъ дроби

$$c = \frac{0._{011} \times 0._{00472}}{0._{00796}} = 0._{0065}.$$

Опредѣливъ такимъ образомъ численныя значенія вспомогательныхъ величинъ a и c для нашего примѣра, мы можемъ уже для него вычислить и T по формулѣ

$$T = \frac{a}{n+c} = \frac{1._{8796}}{45._{0065}} = 0._{041762}$$

или $T = 4._{1762}\,\%$. Повторимъ, для ясности, весь ходъ вычисленія по таблицѣ Ашара. Берется φ даннаго случая и дѣлится на его n, частное составляетъ b и отыскивается въ таблицѣ Ашара и если оно въ ней оказывается, тогда выписываются рядомъ стоящія a и c, b помножается на 1000, при немъ оставляются десятичные знаки, все число прибавляется къ сотымъ долямъ a, что составляетъ a даннаго случая, затѣмъ n даннаго случая складывается съ выписаннымъ c и тогда вычисляется

$$T = \frac{a}{n+c}.$$

Если же въ данномъ случаѣ $\frac{1}{n}\varphi$ дастъ такое b, котораго нѣтъ въ таблицѣ, то се нужно дополнить интерполяціею, при помощи двухъ ближайшихъ къ данному случаю b, взятыхъ изъ таблицъ и относящихся къ нимъ c. При этомъ для интерполяціи b пользуются вспомогательными числами четвертаго столбца (дающими обратныя числа $\frac{1}{5}$ разностей различныхъ b, соотвѣтствующихъ числамъ a, разли-

чествующимъ на $\frac{1}{100}$); пользуются числами столбца чсвертаго для интерполяціи описаннымъ образомъ. Затѣмъ соотвѣтственное c интерполируется на основаніи простой пропорціи. Опредѣливъ интерполяцією b и c для даннаго случая, прибавляютъ b къ сотымъ долямъ табличнаго a и вычисляютъ T по формулѣ:

$$T = \frac{a}{n+c}.$$

Вспомогательныя числа третьяго столбца таблицы служатъ для тѣхъ случаевъ, когда a извѣстно, а b неизвѣстно.

Таблица Ашара для вычис

a (1)	b (2)	$10^5\Delta b$ $\left(\Delta a = \frac{1}{100}\right)$ (3)	$10^2\Delta a$ $\left(\Delta b = \frac{100}{10^5}\right)$ (4)	c (5)	a (1)	b (2)	$10^5\Delta b$ $\left(\Delta a = \frac{1}{100}\right)$ (3)	$10^2\Delta a$ $\left(\Delta b = \frac{100}{10^5}\right)$ (4)	c (5)
0,00	1,00000	492	0,203	1,000	1,55	0,50623	188	0,531	0,556
0,05	0,97541	476	0,210	0,983	1,60	0,49861	183	0,547	0,544
0,10	0,95192	460	0,217	0,967	1,65	0,46967	178	0,562	0,532
0,15	0,92961	445	0,223	0,951	1,70	0,46077	173	0,578	0,521
0,20	0,90635	431	0,232	0,934	1,75	0,47213	168	0,595	0,510
0,25	0,88460	417	0,240	0,918	1,80	0,46372	163	0,612	0,498
0,30	0,86304	404	0,248	0,902	1,85	0,45553	159	0,626	0,466
0,35	0,84375	391	0,256	0,887	1,90	0,44759	155	0,647	0,477
0,40	0,82420	379	0,264	0,871	1,95	0,43986	151	0,664	0,466
0,45	0,80587	367	0,273	0,856	2,00	0,43239	146	0,683	0,456
0,50	0,78694	355	0,282	0,840	2,05	0,42501	143	0,701	0,445
0,55	0,76918	344	0,291	0,825	2,10	0,41788	139	0,720	0,435
0,60	0,75198	333	0,300	0,810	2,15	0,41046	135	0,740	0,425
0,65	0,73531	323	0,310	0,796	2,20	0,40416	132	0,760	0,415
0,70	0,71916	313	0,319	0,781	2,25	0,39760	128	0,780	0,406
0,75	0,70351	303	0,330	0,766	2,30	0,39119	125	0,801	0,396
0,80	0,68834	294	0,340	0,752	2,35	0,38493	122	0,822	0,387
0,85	0,67363	285	0,351	0,738	2,40	0,37887	119	0,843	0,376
0,90	0,65937	277	0,361	0,724	2,45	0,37294	115	0,867	0,369
0,95	0,64553	268	0,373	0,710	2,50	0,36717	113	0,886	0,360
1,00	0,63712	260	0,384	0,696	2,55	0,36156	110	0,911	0,351
1,05	0,61911	253	0,396	0,682	2,60	0,35605	107	0,935	0,343
1,10	0,60646	245	0,408	0,669	2,65	0,35070	104	0,958	0,334
1,15	0,59423	238	0,420	0,656	2,70	0,34546	102	0,982	0,326
1,20	0,58234	231	0,433	0,643	2,75	0,34039	99	1,01	0,318
1,25	0,57080	224	0,446	0,630	2,80	0,33542	97	1,03	0,310
1,30	0,55959	218	0,460	0,617	2,85	0,33058	95	1,06	0,302
1,35	0,54871	211	0,473	0,604	2,90	0,32583	92	1,09	0,295
1,40	0,53814	205	0,487	0,592	2,95	0,32124	90	1,11	0,287
1,45	0,52786	199	0,501	0,580	3,00	0,31674	88	1,14	0,280
1,50	0,51791	194	0,516	0,568	3,05	0,31234	86	1,17	0,273

ленія роста съ капитала.

a (1)	b (2)	$10^6\Delta b$ $\left(\Delta a = \frac{1}{100}\right)$ (3)	$10^3\Delta a$ $\left(\Delta b = \frac{100}{10^3}\right)$ (4)	c (5)	a (1)	b (2)	$10^3\Delta b$ $\left(\Delta a = \frac{1}{100}\right)$ (3)	$10^5\Delta a$ $\left(\Delta b = \frac{100}{10^5}\right)$ (4)	c (5)
3,10	0,30605	84	1,19	0,366	4,60	0,21531	44	2,36	0,115
3,15	0,30366	82	1,22	0,259	4,65	0,21300	43	2,30	0,109
3,20	0,30076	80	1,25	0,252	4,70	0,21083	43	2,35	0,106
3,25	0,29376	78	1,28	0,245	4,75	0,20870	42	2,40	0,102
3,30	0,29165	76	1,31	0,239	4,80	0,20662	41	2,44	0,100
3,35	0,28803	75	1,34	0,232	4,85	0,20457	40	2,49	0,096
3,40	0,28480	73	1,37	0,226	4,90	0,20256	39	2,54	0,093
3,45	0,28065	71	1,40	0,220	4,95	0,20059	39	2,56	0,091
3,50	0,27709	70	1,43	0,214	5,00	0,19865	38	2,63	0,088
3,55	0,27360	68	1,47	0,208	5,05	0,19675	37	2,67	0,085
3,60	0,27019	67	1,50	0,202	5,10	0,19486	37	2,73	0,083
3,65	0,26685	65	1,58	0,197	5,15	0,19305	36	2,78	0,080
3,70	0,26359	64	1,56	0,191	5,20	0,19125	35	2,83	0,077
3,75	0,26039	62	2,60	0,186	5,25	0,18948	35	2,87	0,075
3,80	0,25727	61	1,63	0,181	5,30	0,18774	34	2,93	0,072
3,85	0,25421	60	1,67	0,176	5,35	0,18603	34	2,98	0,070
3,90	0,25123	60	1,71	0,171	5,40	0,18435	33	3,03	0,068
3,95	0,24820	57	1,74	0,166	5,45	0,18270	33	3,07	0,066
4,00	0,24542	56	1,78	0,161	5,50	0,18107	32	3,14	0,063
4,05	0,24261	55	1,82	0,157	5,55	0,17948	31	3,10	0,061
4,10	0,23986	54	1,85	0,152	5,60	0,17791	31	3,33	0,059
4,15	0,23716	53	1,89	0,148	5,65	0,17636	30	3,31	0,057
4,20	0,23453	52	1,91	0,143	5,70	0,17486	30	3,36	0,056
4,25	0,23194	51	1,97	0,139	5,75	0,17336	29	3,40	0,054
4,30	0,22940	50	2,03	0,135	5,80	0,17189	29	3,47	0,052
4,35	0,22693	49	2,05	0,131	5,85	0,17045	28	3,52	0,050
4,40	0,22446	48	2,09	0,127	5,90	0,15903	28	3,57	0,049
4,45	0,22209	47	2,14	0,123	5,95	0,16763	28	3,62	0,047
4,50	0,21976	46	2,18	0,120	6,00	0,16626			0,045
4,55	0,21746	45	2,22	0,116					

X.

Видоизмѣненія простѣйшихъ общихъ формулъ отъ измѣненія ихъ исходныхъ основаній. Основанія вычисленій при производствѣ ежесрочныхъ уплатъ въ началѣ (а не въ концѣ) всякой единицы времени.

47. Существенное значеніе, которое для хода начисленія сложныхъ процентовъ имѣетъ коренное условіе момента, когда единица капитала увеличивается отъ прибавляющагося къ ней роста, въ концѣ-ли единицы времени (какъ мы до сихъ поръ предполагали), или въ началѣ ея, явствуетъ изъ тѣхъ измѣненій, которыя происходятъ въ выведенныхъ выше формулахъ, когда мы измѣняемъ означенное условіе. Если мы его измѣняемъ въ томъ смыслѣ, что уплата интересовъ (роста) происходитъ въ началѣ (а не въ концѣ) единицы времени, то это слѣдующимъ образомъ измѣняетъ ходъ начисленія сложныхъ процентовъ. Пусть ростъ составляетъ T% съ единицы денежной стоимости (рубля, франка, марки, доллара, фунта стерлингъ и т. д.) и пусть онъ уплачивается въ началѣ всякой единицы времени (года, полугодія и т. д.). Очевидно, что въ такомъ случаѣ вмѣсто всякой цѣлой единицы денежной стоимости (вмѣсто всякаго цѣлаго рубля) должникъ на руки получитъ меньше, настолько менѣе, сколько изъ нея вычтено для уплаты роста, слѣдовательно $1 - T$; и получивъ лишь $1 - T$ должникъ къ концу первой единицы времени все-таки будетъ обремененъ тѣмъ самымъ долгомъ въ цѣлый рубль, который онъ заключилъ въ началѣ, который онъ долженъ обратно уплатить и по которому онъ лишь успѣлъ уплатить проценты за первую единицу времени. Такимъ образомъ для должника, какъ и еще яснѣе для кредитора, въ теченіи первой единицы времени сумма, составлявшая въ началѣ ея $1 - T$, въ концѣ ея, наростаетъ до 1. Если напр. заемъ заключенъ изъ 5%, то за каждый рубль должникъ уплачиваетъ въ началѣ перваго года 5 коп., получая на руки 95 коп., а въ концѣ того-же перваго года долженъ возвратить или погасить цѣлый рубль долга; слѣдовательно $0{,}95$ рубля или $1 - 0{,}05$ превращается въ 1. Если $1 - T$ превращается въ 1, то цѣлая 1 при тѣхъ-же условіяхъ превращается въ $\frac{1}{1-T}$ (или въ нашемъ примѣрѣ, если $1 - 0{,}05 = 0{,}95$ рубля превращается въ 1 рубль, то цѣлый рубль превратится въ $\frac{1}{0{,}95} = \frac{1}{1-0{,}05} = 1.05\frac{5}{19}$ рубля). Разсуждая также точно и во вторую единицу времени, мы будемъ считать: 1 превращается въ $\frac{1}{1-T}$, а такъ какъ капитала съ нарослими процентами въ первую единицу времени образовалось $\frac{1}{1-T}$, то значитъ въ концѣ второй единицы времени капитала съ нарослими процентами составится $\frac{1}{1-T} \cdot \frac{1}{1-T} = \frac{1}{(1-T)^2}$. Также точно въ третью единицу времени изъ каждой единицы капитала образуется $\frac{1}{1-T}$, а такъ какъ капитала съ нарослими процентами уже имѣется $\frac{1}{(1-T)^2}$, то всего составится $\frac{1}{(1-T)} \cdot \frac{1}{(1-T)^2} =$

$= \frac{1}{(1-T)^1}$ и т. д. Въ n единицъ времени изъ единицы капитала съ наросшими T%, уплачиваемыми въ началѣ каждой единицы времени, составится $\frac{1}{(1-T)^n}$. А если капитала не одна единица денежной стоимости, а P такихъ единицъ (рублей, франковъ и т. д.), то при наростаніи сложными T%, уплачиваемыми въ началѣ каждой изъ n единицъ времени, составится всего капитала съ наросшими процентами $\frac{P}{(1-T)^n}$, что и составитъ уже новый болѣе значительный, наросшій капиталъ M'. Такимъ образомъ $M' = \frac{P}{(1-T)^n}$ и поэтому $P = M'(1-T)^n$. Изъ этого мы видимъ, что когда по капиталу P интересы въ размѣрѣ T% роста съ одной единицы денежной стоимости взимаются впередъ за каждую единицу времени, то за одну единицу времени они съ капиталомъ P составляютъ $\frac{P}{1-T}$ (а не $P(1+T)$, какъ было, когда они уплачивались въ концѣ каждой единицы времени), а за n единицъ времени они составляютъ $\frac{P}{(1-T)^n}$ (а не $P(1+T)^n$, какъ было при уплатѣ процентовъ въ концѣ всякой единицы времени); вслѣдствіе того наросшая (будущая) стоимость P будетъ выражаться въ различныхъ суммахъ, смотря по тому, какъ уплачивались проценты: если они уплачивались въ началѣ единицы времени, тогда наросшая стоимость будетъ $M' = P\frac{1}{(1-T)^n}$; если-же тѣ-же проценты уплачивались въ концѣ каждой единицы времени, тогда наросшая стоимость будетъ $M = P(1+T)^n$. Соотвѣтственно этому, если наличная стоимость двухъ капиталовъ M' и M выражается въ одной и той-же суммѣ P, то это происходитъ лишь потому, что когда наличная сумма P выражаетъ наличную стоимость будущаго капитала M, то она вычисляется раздѣленіемъ M на $(1+T)^n$; когда-же наличная сумма P выражаетъ наличную стоимость будущаго капитала M', тогда вычисленіе производится посредствомъ раздѣленія M на $\frac{1}{(1-T)^n}$; или тоже самое выражая иначе: когда P составляетъ наличную стоимость M или капитала, составлявшагося уплатою процентовъ въ концѣ каждой единицы времени, то значеніе P выражается какъ $\frac{1}{(1+T)^n}$-ая часть M, или помноженіемъ M на $\frac{1}{(1+T)^n}$; напротивъ, когда P выражаетъ наличную стоимость капитала M', составившагося при уплатѣ процентовъ въ началѣ каждой единицы времени, то значеніе P выражается

$\frac{1}{(1-T)^n}$-ою частью M'

или помноженіемъ M' на 1: $\frac{1}{(1-T)^n} = (1-T)^n$.

48. Такимъ образомъ, если при уплатѣ процентовъ въ концѣ каждой единицы процентный множитель, показывающій, во сколько разъ увеличивается капиталъ отъ наростанія сложными процентами, во всякую отдѣльную единицу времени составляетъ $(1+T)$, а во всѣ n единицъ времени $(1+T)^n$, то при уплатѣ процентовъ въ началѣ каждой единицы времени онъ составляетъ во всякую отдѣль-

ную единицу времени $\frac{1}{1-T}$, а во всѣ n единицъ времени онъ составляетъ

$$\frac{1}{(1-T)^n}.$$

49. Изъ сказаннаго (§§ 47, 48) видно, что изъ одного и того-же роста T составляются два различные процентные множителя, смотря по тому, уплачиваются-ли интересы по этому росту въ началѣ или въ концѣ каждой единицы времени. Поэтому, чтобъ имѣть одинаковые процентные множители, дающіе одинаковые результаты, независимо отъ того, уплачиваются-ли интересы въ началѣ или концѣ всякой единицы времени, необходимо положить въ ихъ основаніи два различные, но эквивалентные (равноцѣнные) роста, соотвѣтственно подобранные; если мы означимъ чрезъ T ростъ, уплачиваемый въ концѣ единицы времени, а чрезъ θ ростъ, уплачиваемый въ началѣ всякой единицы времени, то необходимо, чтобъ $1+T=\frac{1}{1-\theta}$ и $(1+T)^n=\frac{1}{(1-\theta)^n}$; слѣдовательно при этомъ

$$T=\frac{1}{1-\theta}-1=\frac{1-1+\theta}{1-\theta}=\frac{\theta}{1-\theta} \text{ и } \theta=1-\frac{1}{(1+T)^n}=\frac{1+T-1}{(1+T)^n}=\frac{T}{1+T}$$

Напримѣръ, когда ростъ, уплачиваемый въ концѣ всякой единицы времени, или $T=5\,^0/_0$, то ростъ, уплачиваемый въ началѣ единицы времени, дастъ одинаковый процентный множитель, если $\theta=4\,^{16}/_{21}\,^0/_0$, ибо

$$\theta=\frac{0{,}05}{1{,}05}=0{,}04\,^{16}/_{21}.$$

Наоборотъ, когда ростъ, уплачиваемый въ началѣ единицы времени или $\theta=5\,^0/_0$, то ростъ, уплачиваемый въ концѣ единицы времени, дастъ одинаковый процентный множитель, если $T=5\,^5/_{19}\,^0/_0$, ибо

$$T=\frac{0{,}05}{0{,}95}=0{,}05\,^5/_{19}.$$

При указанныхъ условіяхъ получаются равные процентные множители:

$$1{,}05=\frac{1}{1-0{,}04\,^{16}/_{21}}=\frac{1}{0{,}95\,^5/_{21}}=\frac{21}{20} \text{ и } 1{,}05\,^5/_{19}=\frac{1}{1-0{,}05}=\frac{1}{0{,}95}=\frac{100}{95}.$$

50. Выяснимъ, какъ выражаются главнѣйшія изъ выведенныхъ до сихъ поръ формулъ, когда одновременно съ ростомъ, уплачиваемымъ въ концѣ единицы времени, принимается въ соображеніе эквивалентный ростъ, уплачиваемый въ началѣ всякой единицы времени. Пусть T составляетъ ростъ, уплачиваемый въ концѣ всякой единицы времени, а θ — эквивалентный ростъ, уплачиваемый въ началѣ всякой единицы времени, такъ что $T=\frac{\theta}{1-\theta}$ и $\theta=\frac{T}{1+T}$; $1+T=\frac{1}{1-\theta}$ и $(1+T)^n=\frac{1}{(1-\theta)^n}$ или $1-\theta=\frac{1}{1+T}$ и $(1-\theta)^n=\frac{1}{(1+T)^n}$; при этомъ $(1+T)^n-1=\frac{1}{(1-\theta)^n}-1=\frac{1-(1-\theta)^n}{(1-\theta)^n}$ и $1-(1-\theta)^n=1-\frac{1}{(1+T)^n}=\frac{(1+T)^n-1}{(1+T)^n}$. Пусть далѣе A составляетъ ежесрочную сумму, расходуемую въ концѣ каждой единицы времени, а α означаетъ эквивалентную (равноцѣнную) ежесрочную сумму, расходуемую въ началѣ каждой единицы времени, причемъ

$$A=\alpha+\alpha T=\alpha(1+T)=\frac{\alpha}{1-\theta}$$

$$\alpha=A-A\theta=A(1-\theta)=\frac{A}{1+T}$$

Наконецъ чрезъ P по прежнему означаемъ наличную (капитализованную) стоимость n означенныхъ ежесрочныхъ суммъ, а M ихъ будущую (наросшую) стоимость, такъ что

$$P = \frac{M}{(1+T)^n} = M(1-\theta)^n \text{ или}$$

$$M = P(1+T)^n = \frac{P}{(1-\theta)^n}$$

При указанныхъ условіяхъ мы имѣемъ основанія для слѣдующихъ пропорцій:

$A : \alpha = T : \theta = (1+T) : (1-\theta)$; $M : P = (1+T)^n : (1-\theta)^n = (1+T)^n - 1 : 1-(1-\theta)^n$

$A : M = T : (1+T)^n - 1 = \frac{\theta}{1-\theta} : \frac{1-(1-\theta)^n}{(1-\theta)^n}$

$A : P = T : \frac{(1+T)^n - 1}{(1+T)^n} = \frac{\theta}{1-\theta} : 1-(1-\theta)^n = T : 1-(1-\theta)^n$

$\alpha : M = T : [(1+T)^n - 1](1+T) = \theta(1-\theta)^n : 1-(1-\theta)^n = \theta : [(1+T)^n - 1]$

$\alpha : P = T : (1+T)^n[(1+T)^n - 1] = \theta(1-\theta)^n : [1-(1-\theta)^n] = \theta : [(1+T)^n - 1]$.

Изъ этихъ пропорцій легко выводятся слѣдующія эквивалентныя выраженія M, P, A и α.

$$M = \frac{(1+T)^n - 1}{T} A = \frac{(1-(1-\theta)^n)(1-\theta)}{\theta(1-\theta)^n} A = \frac{1+T}{T}[(1+T)^n - 1]\alpha = \frac{1-(1-\theta)^n}{\theta(1-\theta)^n}\alpha =$$

$$= P(1+T)^n = \frac{P}{(1-\theta)^n}.$$

$$P = \frac{(1+T)^n - 1}{T(1+T)^n} A = \frac{(1-\theta)^n}{\theta}(1-(1-\theta)^n) A = \frac{(1+T)[(1+T)^n - 1]}{T} \frac{\alpha}{(1+T)^n} =$$

$$\frac{\alpha}{\theta}(1-(1-\theta)^n) = \frac{M}{(1+T)^n} = M(1-\theta)^n$$

$$A = \alpha(1+T) = \frac{\alpha}{1-\theta} = \frac{T}{(1+T)^n - 1} M = \frac{\theta(1-\theta)^n}{(1-\theta)(1-(1-\theta)^n)} M = \frac{T(1+T)^n}{(1+T)^n - 1} P =$$

$$= \frac{\theta}{(1-\theta)(1-(1-\theta)^n)} P$$

$$\alpha = \frac{A}{1+T} = A(1-\theta) = \frac{T(1+T)^n}{(1+T)[(1+T)^n - 1]} P = \frac{\theta}{1-(1-\theta)^n} P = \frac{MT}{(1+T)[(1+T)^n - 1]}$$

$$= \frac{\theta(1-\theta)^n}{1-(1-\theta)^n} M.$$

51. Разсмотримъ теперь, какъ выражаются формулы наросшей или будущей и наличной или капитализованной стоимости ежесрочной единицы денежной стоимости, и всякой вообще ежесрочной суммы, а также ея распредѣленіе между образующими ее частями, интересами и погашеніемъ, когда взимаемые впередъ за каждую единицу времени $\theta\%$ и вся уплачивая въ началѣ каждой единицы времени ежесрочная единица денежной стоимости разсматриваются независимо отъ условія ихъ эквивалентности съ ростомъ и ежесрочною суммою, уплачиваемыми въ концѣ каждой единицы времени.

52. Наросшая (будущая) стоимость единицы денежной стоимости, уплачиваемой въ началѣ каждой единицы времени, непосредственно выводится также точно, какъ выше (въ § 6) выведена формула наросшей или будущей стоимости ежесрочной единицы денежной стоимости, уплачиваемой въ концѣ каждой единицы времени: какъ итогъ n уплатъ по 1 единицѣ денежной стоимости въ каждую единицу времени съ % на каждую уплату съ момента ея производства до истеченія

послѣдняго срока. Поэтому и въ нашемъ теперешнемъ случаѣ искомое получится, какъ итогъ членовъ нижеслѣдующей геометрической прогрессіи съ знаменателемъ $(1-\theta)$:

$$\omega_n(\theta)=\frac{1}{1-\theta}+\frac{1}{(1-\theta)^2}+\frac{1}{(1-\theta)^3}+\cdots+\frac{1}{(1-\theta)^n}=\left(\frac{1-\theta}{1-\theta}-\frac{1}{(1-\theta)^n}\right):-\theta=$$
$$=\frac{1}{\theta}\left(\frac{1}{(1-\theta)^n}-1\right)=\frac{1-(1-\theta)^n}{\theta(1-\theta)^n}$$

53. Капитализованная-же (наличная) стоимость ежесрочной единицы непосредственно опредѣляется итогомъ членовъ слѣдующей геометрической прогрессіи: $\varphi_n(\theta)=1+(1-\theta)+(1-\theta)^2+(1-\theta)^3+\cdots+(1-\theta)^{n-1}=[(1+\theta)^n-1]:-\theta=$
$$=\frac{1}{\theta}(1-(1-\theta)^n).$$

54. Поэтому коренная формула равноцѣнности ежесрочной суммы A', наличнаго капитала P' и капитала M', образующагося чрезъ n единицъ времени изъ P' отъ наростанія сложными $\theta\%$ при уплатѣ процентовъ и всей ежесрочной суммы въ началѣ единицы времени, имѣетъ слѣдующій видъ:

$$M'=\frac{P'}{(1-\theta)^n}=\frac{A'[1-(1-\theta)]}{\theta(1-\theta)^n}=A'\omega_n(\theta)$$

или $$P'=\frac{A'}{\theta}(1-(1-\theta)^n)=A'\varphi_n(\theta).$$

Изъ послѣдней формулы очевидно, что если ежесрочная сумма или $A'=1$, то $P'=\varphi_n(\theta)$ или

$$P'=\frac{1}{\theta}(1-(1-\theta)^n)=\varphi_n(\theta)$$

какъ выше прямо было выведено; если-же наличный капиталъ или $P'=1$, то равноцѣнная ему ежесрочная сумма (аннюитетъ для интересовъ и погашенія капитала 1) или

$$\frac{1}{\varphi_n(\theta)}=\frac{\theta}{1-(1-\theta)^n}=\theta\cdot\frac{1}{1-(1-\theta)^n}.$$

55. Переходимъ къ распредѣленію ежесрочной суммы между образующими ее составными частями, интересомъ (J') и погашеніемъ (B') когда ежесрочная сумма уплачивается не въ концѣ, а въ началѣ всякой единицы времени. Чтобъ это выяснить, разсуждаемъ такъ. Первоначальный капиталъ долга составляетъ P' и немедленно по его заключеніи, въ началѣ первой единицы времени, должна быть уплачена ежесрочная сумма A'; какая-же ея часть идетъ на уменьшеніе долга и сколько останется капитала долга, когда первая ежесрочная сумма A будетъ уплочена? Послѣдній вопросъ разрѣшается пропорціею:

$$1-\theta:1=P'-A':x \text{ или } x=\frac{P'-A'}{1-\theta}.$$

Но если отъ первоначальнаго капитала долга P' останется неуплоченнаго долга $\frac{P'-A'}{1-\theta}$, то посредствомъ вычета этой послѣдней суммы изъ суммы первоначальнаго долга P' мы узнаемъ, сколько изъ него уплочено, или какъ велико было погашеніе: сколько ушло изъ A' для образованія B'; такимъ образомъ

$$B'=P'-\frac{P'-A'}{1-\theta}=\frac{P'-P'\theta-P'+A}{1-\theta}=\frac{A'-P'\theta}{1-\theta}.$$

Правильность этого заключенія подтверждается еще и другимъ разсужденіемъ. Пусть первое погашеніе составляетъ x, тогда за его уплатою въ началѣ

первой единицы времени отъ капитала долга останется $P'-x$, на каковую сумму $\theta^0/_0$ составятъ $P'\theta - x\theta$, выражающіе сколько изъ ежесрочной суммы, уплоченной въ первый разъ, причиталось на уплату интересовъ или составляло J'; въ этомъ размѣрѣ интересы вмѣстѣ съ погашеніемъ составятъ всю ежесрочную сумму; слѣдовательно

$$P'\theta - x\theta + x = A' \text{ или } x(1-\theta) = A' - P'\theta \text{ поэтому}$$

$$x = \frac{A'-P'\theta}{1-\theta} = B'$$

Изъ формулы равноцѣнности наличнаго капитала P' и ежесрочной суммы A'

$$P' = \frac{A'}{\theta}(1-(1-\theta)^n)$$

слѣдуетъ, что

$$P'\theta = A'(1-(1-\theta)^n) = A' - A'(1-\theta)^n;$$

подстановкою этого выраженія $P'\theta$ въ формулу погашенія мы ей можемъ дать слѣдующій видъ:

$$B' = \frac{A'-A'+A'(1-\theta)^n}{1-\theta} = A'(1-\theta)^{n-1}.$$

Такъ какъ это погашеніе наростаетъ сложными $\theta^0/_0$, уплачиваемыми въ началѣ каждой единицы времени, то во вторую единицу времени оно составитъ столько-же, сколько въ первую единицу времени, съ прибавкою $\theta^0/_0$, начисленныхъ въ началѣ второй единицы времени или $\frac{A'-P'\theta}{(1-\theta)^2} = \frac{A(1-\theta)^{n-1}}{1-\theta} = A'(1-\theta)^{n-2}$; въ третью единицу времени погашеніе составитъ столько-же, сколько во вторую съ прибавкою $\theta^0/_0$, начисленныхъ въ началѣ третьей единицы времени или $\frac{A'-P\theta}{(1-\theta)^2} = \frac{A'(1-\theta)^{n-2}}{1-\theta} = A'(1-\theta)^{n-3}$ и т. д. Въ m-ую единицу времени погашеніе будетъ $\frac{A'-P'\theta}{(1-\theta)^m} = A'(1-\theta)^{n-(m-1)}$; въ $(m+1)$-ую единицу времени оно будетъ $\frac{A'-P'\theta}{(1-\theta)^{m+1}} = A'(1-\theta)^{n-m}$; въ предпослѣднюю единицу времени оно будетъ $\frac{A'-P\theta}{(1-\theta)^{n-1}} = A'(1-\theta)$, наконецъ въ послѣднюю единицу времени погашеніе составитъ $\frac{A'-P\theta}{(1-\theta)^n} = A'$ или всю ежесрочную сумму, то-есть: въ ея составѣ совсѣмъ не будетъ части для уплаты интересовъ, которыхъ совсѣмъ не будетъ причитаться за послѣднюю единицу времени, что и составляетъ отличительную особенность займа, по которому интересы и погашеніе уплачиваются въ началѣ всякой единицы времени. Повѣркою изложеннаго разсужденія служитъ сложеніе всѣхъ показанныхъ погашеній, которыя за всѣ единицы времени, вмѣстѣ взятыя, должны составить первоначальный капиталъ P'. Слѣдовательно:

$$A'-P'\theta\left(\frac{1}{1-\theta} + \frac{1}{(1-\theta)^2} + \frac{1}{(1-\theta)^3} + \cdots \frac{1}{(1-\theta)^n}\right) = A'[(1-\theta)^{n-1} + (1-\theta)^{n-2} + (1-\theta)^{n-3} + \cdots + 1] = x.$$

Члены этихъ геометрическихъ прогрессій уже были нами сложены выше въ §§ 53 и 54. Поэтому

$$x = \frac{A'-P'\theta}{\theta}\left(\frac{1}{(1-\theta)^n} - 1\right) = \frac{A'-[A'-A'(1-\theta)^n]}{\theta}\left(\frac{1}{(1-\theta)^n} - 1\right) = \frac{A'(1-\theta)^n}{\theta}\left(\frac{1-(1-\theta)^n}{(1-\theta)^n}\right) = \frac{A'}{\theta}[1-(1-\theta)^n] = P'.$$

56. Подобнымъ-же образомъ опредѣляется итогъ погашеній, произведенныхъ въ теченіи какого угодно числа или m единицъ времени со времени заключенія долга посредствомъ сложенія членовъ геометрической прогрессіи:

$$A'[(1-\theta)^{n-1}+(1-\theta)^{n-2}+(1-\theta)^{n-3}+\cdots+(1-\theta)^{n-m}]=A'\left[\frac{(1-\theta)^n-(1-\theta)^{n-m}}{-\theta}\right]=$$

$$=\frac{A'(1-\theta)^n}{-\theta}\left(1-\frac{1}{(1-\theta)^m}\right)=\frac{A'(1-\theta)^n}{\theta}\left(\frac{1-(1-\theta)^m}{(1-\theta)^m}\right)=A'(1-\theta)^n\,\omega_m(\theta)=$$

$$\frac{A'(1-\theta)^n}{(1-\theta)^m}\left(\frac{1-(1-\theta)^m}{\theta}\right)=A'(1-\theta)^{n-m}\varphi_m(\theta).$$

57. Если столько погашается изъ долга по истеченіи m единицъ времени отъ его заключенія, то въ началѣ $(m+1)$-ой единицы останется непогашеннаго капитала долга:

$$P'-A'(1-\theta)^{n-m}\varphi_m(\theta)=\frac{A'}{\theta}(1-(1-\theta)^n)-\frac{A'}{\theta}(1-(1-\theta)^m)\left(\frac{(1-\theta)^n}{(1-\theta)^m}\right)=$$

$$\frac{A'}{\theta}-\frac{A'}{\theta}(1-\theta)^n-\frac{A'}{\theta}(1-\theta)^{n-m}+\frac{A'}{\theta}(1-\theta)^n=\frac{A'}{\theta}(1-(1-\theta)^{n-m})=A'\varphi_{n-m}(\theta).$$

58. Зная, какъ велико погашеніе во всякую единицу времени, мы можемъ посредствомъ вычитанія его изъ ежесрочной суммы привести въ извѣстность выраженіе интересовъ по займу ($\mathcal{J}$), когда они уплачиваются въ началѣ всякой единицы времени. Такъ въ первую единицу времени, когда погашеніе составляетъ $A'(1-\theta)^{n-1}$, интересы или $J_1=A'-A'(1-\theta)^{n-1}=A'(1-(1-\theta)^{n-1})$; во вторую единицу времени при погашеніи $A'(1-\theta)^{n-2}$ интересы или $J_2=A'-A'(1-\theta)^{n-2}=A'(1-(1-\theta)^{n-2})$; въ третью единицу времени $J_3=A'(1-(1-\theta)^{n-3})$ и т. д.; въ m-ую единицу времени $J_m=A(1-(1-\theta)^{n-(m-1)})$; въ предпослѣднюю единицу времени интересы $J_{n-1}=A'(1-(1-\theta))$; наконецъ въ послѣднюю единицу времени интересы или $J_n=0$.

59. Формула для вычисленія срока займа слѣдующимъ образомъ измѣняется, когда ежесрочная сумма и ея части, интересы и погашеніе уплачиваются въ началѣ всякой единицы времени. Изъ формулы равноцѣнности наличнаго капитала P' и ежесрочной суммы A'

$$P'=\frac{A'}{\theta}(1-(1-\theta)^n)$$

слѣдуетъ, что

$$P'\theta=A'-A'(1-\theta)^n \text{ или } A'(1-\theta)^n=A'-P'\theta,$$

поэтому

$$(1-\theta)^n=\frac{A'-P'\theta}{A'}=1-\frac{P'\theta}{A'}$$

слѣдовательно

$$n\log(1-\theta)=\log(A'-P'\theta)-\log A'=\log\left(1-\frac{P'\theta}{A'}\right)$$

и оттого

$$n=\frac{\log(A'-P'\theta)-\log A'}{\log(1-\theta)}=\frac{\log\left(1-\frac{P'\theta}{A'}\right)}{\log(1-\theta)}.$$

60. Изъ того-же основнаго выраженія равноцѣнности наличнаго капитала P' и ежесрочной суммы A' выводится и формула для вычисленія роста

$$\theta=\frac{A'}{P'}(1-(1-\theta)^n),$$

представляющая и въ этомъ случаѣ тѣ-же затрудненія, которыя выше объяснены.

XI.

Видоизмѣненія простѣйшихъ общихъ формулъ отъ измѣненія ихъ исходныхъ основаній. Вычисленія съ отсроченными и досрочными ежесрочными суммами.

61. Ежесрочная сумма и производимый ею платежъ представляютъ весьма несложное явленіе и могутъ быть названы простыми, когда время, съ котораго ежесрочная сумма начинается, совпадаетъ съ временемъ, когда за нее отдается наличный капиталъ, ей равноцѣнный, или ея капитализованная стоимость. Въ этомъ случаѣ начало займа составляетъ и начало ежесрочной суммы, или, правильнѣе, началомъ операцій безразлично считаютъ начало займа, когда переданъ и взятъ капиталъ, или начало производства ежесрочныхъ уплатъ, такъ какъ они отдѣляются промежуткомъ лишь одной единицы времени, если они не совпадаютъ вполнѣ. Бываютъ однако случаи сильнаго несовпаденія времени, когда начинается производство ежесрочнаго платежа и когда за него поступаетъ его наличная стоимость, то-есть, когда начинается заемъ. Возможенъ такой случай, что ежесрочная сумма начинаетъ уплачиваться нѣсколькими или многими единицами времени позднѣе, чѣмъ получена ея наличная стоимость и начался заемъ: тогда она называется «отсроченною». И бываетъ обратный случай, когда ежесрочная сумма начинаетъ уплачиваться нѣсколькими или многими единицами времени ранѣе (прежде), чѣмъ поступаетъ (получается) ея наличная стоимость, или чѣмъ начинается заемъ: тогда она называется «досрочною».

62. Означимъ чрезъ q промежутокъ или число единицъ времени между началомъ займа (поступленіемъ или полученіемъ капитала, добытаго займомъ) и началомъ ежесрочной суммы; пусть первая ежесрочная единица денежной стоимости (первый ежесрочный рубль или франкъ и т. д.) уплачивается чрезъ $q+1$ единицу времени послѣ начала займа, вторая чрезъ $q+2$ единицы времени, третья чрезъ $q+3$ единицы времени, четвертая чрезъ $q+4$ единицы времени и т. д., наконецъ послѣдняя чрезъ $q+n$ единицъ времени; въ подобномъ случаѣ мы будемъ имѣть предъ собою отсроченную (на q единицъ времени) ежесрочную сумму. Очевидно, ея наличная стоимость опредѣляется сложеніемъ наличныхъ стоимостей каждой изъ уплачиваемыхъ во всякую единицу времени единицъ денежной стоимости (рублей, франковъ и т. д.). Единица денежной стоимости первой единицы времени въ моментъ начала займа, когда уплачивается вся наличная стоимость ежесрочной суммы, будетъ имѣть наличную стоимость $\frac{1}{(1+T)^{q+1}}$. Уплачиваемая во вторую единицу времени единица денежной стоимости при началѣ займа будетъ имѣть наличную стоимость $\frac{1}{(1+T)^{q+2}}$. Уплачиваемая въ третью единицу времени ежесрочная единица въ началѣ займа стоитъ $\frac{1}{(1+T)^{q+3}}$ и т. д. Наконецъ, уплачиваемая въ послѣднюю, n-ую, единицу времени ежесрочная единица будетъ въ началѣ займа имѣть наличную стоимость $\frac{1}{(1+T)^{n+q}}$. Всѣ-же вмѣстѣ еже-

срочныя единицы денежной стоимости всѣхъ n единицъ времени будутъ имѣть наличную стоимость, которая опредѣлится слѣдующимъ сложеніемъ членовъ геометрической прогрессіи, въ которой знаменатель отношенія $(1+T)$:

$$\frac{1}{(1+T)^{q+1}}+\frac{1}{(1+T)^{q+2}}+\frac{1}{(1+T)^{q+3}}+\cdots+\frac{1}{(1+T)^{q+n}}=\frac{1}{T}\left(\frac{1+T}{(1+T)^{q+1}}-\frac{1}{(1+T)^{q+n}}\right)=$$

$$=\frac{1}{T}\left(\frac{1}{(1+T)^{q}}-\frac{1}{(1+T)^{q+n}}\right)=\frac{1}{(1+T)^{q}}\cdot\frac{1}{T}\left(1-\frac{1}{(1+T)^{n}}\right)=\frac{1}{(1+T)^{q}}\varphi_{n(T)}.$$

Очевидно въ такомъ случаѣ, что если ежесрочная сумма будетъ состоять не изъ одной, а изъ A единицъ денежной стоимости (рублей, франковъ и т. д.), то ея наличная стоимость (означимъ ее чрезъ D) будетъ въ A разъ больше и составитъ:

$$D=\frac{1}{(1+T)^{q}}\cdot A\varphi_{n(T)}.$$

Сверхъ того, нетрудно усмотрѣть, что наличную стоимость ежесрочной суммы A, отсроченной на q единицъ, можно опредѣлить еще иначе. Если мы вычислимъ наличную стоимость ежесрочной суммы A за $n+q$ единицъ времени и изъ нея вычтемъ наличную стоимость той-же ежесрочной суммы A за q единицъ времени, то очевидно, мы получимъ ея наличную стоимость за n единицъ времени. Въ этомъ наглядно убѣждаетъ и слѣдующая выкладка, которою опредѣляется разность между $A\varphi_{n+q}=\frac{A}{T}\frac{(1+T)^{n+q}-1}{(1+T)^{n+q}}$, то-есть, наличною стоимостью A за $n+q$ единицъ времени и $A\varphi_{q}=\frac{A}{T}\frac{(1+T)^{q}-1}{(1+T)^{q}}$ или наличною стоимостью A за q единицъ времени. Разность эта составляетъ:

$$A\varphi_{n+q}-A\varphi_{q}=\frac{A}{T}\left(\frac{(1+T)^{n+q}-1}{(1+T)^{n+q}}\right)-\frac{A}{T}\left(\frac{(1+T)^{q}-1}{(1+T)^{q}}\right)=$$

$$=\frac{A}{T}\left(\frac{(1+T)^{n+q}-1-(1+T)^{n}\cdot q+(1+T)^{n}}{(1+T)^{n+q}}\right)=\frac{A}{T}\left(\frac{(1+T)^{n}-1}{(1+T)^{n+q}}\right)=\frac{1}{(1+T)^{q}}\cdot\frac{A}{T}\left(\frac{(1+T)^{n}-1}{(1+T)^{n}}\right)=$$

$$=\frac{1}{(1+T)^{q}}\left(1-\frac{1}{(1+T)^{n}}\right)=\frac{1}{(1+T)^{q}}A\varphi_{n},$$

то-есть: получается то-же самое выраженіе наличной стоимости отсроченной на q единицъ времени (послѣ начала займа) ежесрочной суммы A, которое нами выше получено непосредственнымъ его вычисленіемъ. Слѣдовательно, наличную стоимость отсроченной на q единицъ времени (послѣ начала займа) ежесрочной суммы A можно опредѣлить двояко: во-первыхъ, какъ *учтенную* за промежутокъ времени, на который допущена отсрочка, наличную стоимость *такой-же простой* ежесрочной суммы, и во-вторыхъ, какъ разность между наличною стоимостью двухъ простыхъ ежесрочныхъ суммъ, одной на весь срокъ займа ($n+q$ единицъ времени) и другой на время отсрочки (q единицъ времени).

63. Когда вѣчная или безсрочная ежесрочная сумма отсрочена на q единицъ времени, то наличная стоимость всякой ея единицы денежной стоимости составляетъ:

$$\frac{1}{T}-\frac{(1+T)^{q}-1}{T(1+T)^{q}}=\frac{(1+T)^{q}-(1+T)^{q}+1}{T(1+T)^{q}}=\frac{1}{T(1+T)^{q}}.$$

слѣдовательно, и наличная стоимость безсрочной ежесрочной суммы, отсроченной на q единицъ времени, равняется наличной стоимости такой-же простой ежесрочной безсрочной суммы, учтенной за промежутокъ времени, на который допущена отсрочка.

64. Если ежесрочная сумма A начинаетъ уплачиваться q' единицами времени прежде, чѣмъ за нее отдается равноцѣнный ей наличный капиталъ, или на q' единицъ времени ранѣе начала займа, тогда она—«досрочная»; предполагая, что срокъ займа, какъ въ предыдущемъ случаѣ, продолжается $n+q$ единицъ времени, очевидно, во-первыхъ, что въ эти $n+q$ единицъ ежесрочная сумма будетъ простая и ея наличная стоимость составитъ $A\varphi_{n+q}(T)$, и во-вторыхъ, что въ предыдущія q' единицъ, когда ежесрочная сумма уплачивается досрочно, благодаря ей, на тотъ же капиталъ $A\varphi_{n+q}$ наростаютъ сложные T% за q' единицъ времени или этотъ капиталъ превращается въ $A\varphi_{n+q}(1+T)^{q'}$, или

$$A\varphi_{n+q}(T)\,(1+T)^{q'} = \frac{A}{T}\left(\frac{(1+T)^{n+q}-1}{(1+T)^{n+q}}\right)(1+T)^{q'} = \frac{A}{T}\left(1-\frac{1}{(1+T)^{n+q}}\right)(1+T)^{q'}$$

что и будетъ выражать наличную стоимость досрочной ежесрочной суммы.

65. Если мы означимъ чрезъ q безразлично промежутокъ времени между поступленіемъ наличнаго капитала P и началомъ отсроченной или досрочной ежесрочной суммы A, и чрезъ n означимъ продолжительность (срокъ) займа, то ежесрочная сумма отсроченная будетъ продолжаться $n-q$ единицъ времени, а досрочная $n+q$ единицъ времени. Наличная стоимость первой будетъ:

$$\frac{P}{(1+T)^q} = \frac{A\varphi_n}{(1+T)^q}$$

а второй:

$$P(1+T)^q = A\varphi_n(1+T)^q$$

но какъ извѣстно

$$\frac{1}{(1+T)^q} = (1+T)^{-q};$$

слѣдовательно, если мы означимъ выраженіе $P(1+T)^q$ чрезъ L или $L=P(1+T)^q$, то очевидно, въ зависимости отъ того, будетъ-ли q положительная или отрицательная величина, выраженіе $L=P(1+T)^q$ будетъ обозначать наличную стоимость досрочной или отсроченной ежесрочной суммы. Когда

$$L=P(1+T)^{-q}=A\varphi_n(1+T)^{-q}$$

то это будетъ выраженіе наличной стоимости отсроченной ежесрочной суммы. Напротивъ, когда q положительная величина и

$$L=P(1+T)^q=A\varphi_n(1+T)^q$$

тогда обозначается наличная стоимость ежесрочной суммы досрочной. Но этого мало. Очевидно, что если $q=o$, тогда

$$L=P(1+T)^q=P=A\varphi_n$$

то-есть: означается наличная стоимость простой ежесрочной суммы. Наконецъ, когда $q=n$, тогда

$$L=P(1+T)^n=M=A\varphi_n(1+T)^n=A\omega_n$$

то-есть, означается наросшая стоимость той-же ежесрочной суммы A. Такимъ образомъ выраженіе $L=P(1+T)^q$ можно принять за общее выраженіе всякой стоимости ежесрочной суммы; наросшей, когда $q=n$; наличной простой, когда $q=o$ или наконецъ наличной отсроченной или досрочной, когда q больше единицы, но менѣе n, составляя положительную или нарицательную прибавку къ n.

XII.

Вычисленія съ ежесрочными суммами, измѣняющимися въ геометрической и ариѳметической прогрессіяхъ.

66. Остановимся на двухъ важнѣйшихъ случаяхъ измѣненія другаго условія, на которомъ построены всѣ выводившіяся до сихъ поръ формулы, а именно условія что ежесрочная сумма остается одинаковою и всегда (во всякую единицу времени) равною или одной единицѣ денежной стоимости или A единицамъ денежной стоимости. Посмотримъ, какъ выражается наличная стоимость ежесрочной суммы, измѣняющейся отъ одной единицы времени къ другой въ прогрессіи геометрической или ариѳметической.

67. Пусть ежесрочная сумма составляетъ въ первую единицу времени A, а во всякую послѣдующую единицу времени пусть она будетъ въ m разъ больше, чѣмъ въ предшествовавшую; ея наличная стоимость (означимъ ее чрезъ V), при ростѣ въ $T^0/_0$ и при срокѣ въ n единицъ времени, составитъ итогъ членовъ нижеслѣдующей геометрической прогрессіи съ знаменателемъ $\frac{m}{1+T}$.

$$V=\frac{A}{1+T}+\frac{Am}{(1+T)^2}+\frac{Am^2}{(1+T)^3}+\frac{Am^3}{(1+T)^4}+\cdots+\frac{Am^{n-1}}{(1+T)^n}=\left(\frac{Am^{n-1}}{(1+T)^n}\cdot\frac{m}{1+T}-\frac{A}{1+T}\right):$$

$$\left(\frac{m}{1+T}-1\right)=\left(\frac{A}{1+T}-\frac{Am^n}{(1+T)^{n+1}}\right):\frac{(1+T)-m}{1+T}=\frac{A}{(1+T)-m}-\frac{Am^n}{(1+T)^n[(1+T)-m]}=$$

$$=\frac{A}{(1+T)-m}\left(1-\frac{m^n}{(1+T)^n}\right).$$

Геометрическая прогрессія, изъ итога членовъ которой полученъ этотъ выводъ, допускаетъ нѣкоторое измѣненіе ея вида, а именно:

$$V=\frac{A}{1+T}+\frac{Am}{(1+T)^2}+\frac{Am^2}{(1+T)^3}+\cdots+\frac{Am^{n-1}}{(1+T)^n}=\frac{A}{m}\left(\frac{m}{1+T}+\frac{m^2}{(1+T)^2}+\frac{m^3}{(1+T)^3}+\cdots\right.$$
$$\left.\frac{m^n}{(1+T)^n}\right).$$

Если мы вычислимъ $\frac{1}{1+T'}=\frac{m}{1+T}$ то-есть, возьмемъ другой процентный множитель $1+T'$, который въ m разъ меньше даннаго $1+T$, или $1+T'=\frac{1+T}{m}$, то нашу геометрическую прогрессію съ его помощью можно превратить въ слѣдующую:

$$V=\frac{A}{m}\left(\frac{1}{1+T'}+\frac{1}{(1+T')^2}+\frac{1}{(1+T')^3}+\cdots\frac{1}{(1+T')^n}\right)=\frac{A}{m}A\mathfrak{a}_{n(T')}$$

Слѣдовательно, ежесрочная сумма, возрастающая (или убывающая) въ геометрической прогрессіи, имѣетъ такую-же наличную стоимость, какую при томъ-же срокѣ имѣетъ постоянная и неизмѣнная ежесрочная сумма во столько разъ меньшая во сколько разъ члены прогрессіи ежесрочной суммы измѣняются одинъ противъ другаго, но при ростѣ, дающемъ и процентный множитель, во столько-же разъ меньшій. Напримѣръ, если ежесрочная сумма или $A=1$ и $m=\frac{1}{1,01}$ (то-есть, еже-

срочная сумма въ каждую единицу времени убываетъ въ $1{,}04$ раза или въ размѣрѣ 4%) при ростѣ или $T=6\%$, то ея наличная стоимость равняется наличной стоимости другой ежесрочной суммы, равной $1{,}04$ (потому что послѣдняя составляетъ $\frac{1}{1{,}04}$-ую часть единицы) при процентномъ множителѣ $\frac{1{,}06}{1{,}04}=1{,}1024$ или при ростѣ въ $0{,}1024\%$. Нетрудно, конечно, усмотрѣть полное равенство обѣихъ выведенныхъ формулъ наличной стоимости ежесрочной суммы, возрастающей или убывающей въ геометрической прогрессіи. Если $\frac{1}{1+T}=\frac{m}{1+T'}$ или $1+T'=\frac{1+T}{m}$, то $1+T=m(1+T')$, а $\frac{1}{(1+T')^n}=\frac{m^n}{(1+T)^n}$. Поэтому

$$V=\frac{A}{(1+T)-m}\left(1-\frac{m^n}{(1+T)^n}\right)=\frac{A}{m(1+T')-m}\left(1-\frac{1}{(1+T')^n}\right)=$$
$$=\frac{A}{m(1+T'-1)}\left(1-\frac{1}{(1+T')^n}\right)=\frac{A}{m}\cdot\frac{1}{T'}\left(1-\frac{1}{(1+T')^n}\right)=\frac{A}{m}\varphi_n(T').$$

Если $m=A$, то $\frac{A}{m}=1$ и $V=\varphi_n(T')$, то-есть, если ежесрочная сумма возрастаетъ въ геометрической прогрессіи, знаменатель которой одинаковъ съ ежесрочной суммою, то ея наличная стоимость равняется наличной стоимости ежесрочной единицы при томъ-же срокѣ и при ростѣ, дающемъ процентный множитель, во столько разъ меньшій того, по которому должна капитализоваться данная ежесрочная сумма, сколько въ послѣдней содержится единицъ (или при процентномъ множителѣ $1+T'=\frac{1+T}{A}$).

68. Чтобъ вычислить наличную стоимость ежесрочной суммы, возрастающей въ порядкѣ ариѳметической прогрессіи, полезно сначала разобраться въ вопросѣ: сколько составляетъ наличная стоимость ежесрочной суммы, возрастающей въ порядкѣ натуральныхъ чиселъ: составляющей въ первую единицу времени 1, во вторую 2, въ третью 3, въ четвертую 4 и т. д. Искомое выразится, какъ итогъ слѣдующей прогрессіи:

$$x=\frac{1}{1+T}+\frac{2}{(1+T)^2}+\frac{3}{(1+T)^3}+\frac{4}{(1+T)^4}+\cdots+\frac{n-1}{(1+T)^{n-1}}+\frac{n}{(1+T)^n}\ ^{*}).$$
$$\varphi_n=\frac{1}{1+T}+\frac{1}{(1+T)^2}+\frac{1}{(1+T)^3}+\frac{1}{(1+T)^4}+\cdots+\frac{1}{(1+T)^{n-1}}+\frac{1}{(1+T)^n}.$$

*) 69. Отмѣтимъ здѣсь кстати, что этотъ рядъ тождественъ съ слѣдующимъ:

$$\varphi_n+\frac{\varphi_{n-1}}{1+T}+\frac{\varphi_{n-2}}{(1+T)^2}+\frac{\varphi_{n-3}}{(1+T)^3}+\frac{\varphi_{n-4}}{(1+T)^4}+\cdots+\frac{\varphi_{n-m}}{(1+T)^{n-m}}+\cdots+\frac{\varphi_3}{(1+T)^{n-3}}+$$
$$+\frac{\varphi_2}{(1+T)^{n-2}}+\frac{\varphi_1}{(1+T)^{n-1}}.$$

Это явствуетъ изъ того, что изложенный въ текстѣ рядъ можно написать такъ:

$$\frac{1}{1+T}+\overbrace{\frac{1}{(1+T)^2}+\frac{1}{(1+T)^2}}^{2}+\overbrace{\frac{1}{(1+T)^3}+\frac{1}{(1+T)^3}+\frac{1}{(1+T)^3}}^{2}+$$
$$+\overbrace{\frac{1}{(1+T)^4}+\frac{1}{(1+T)^4}+\frac{1}{(1+T)^4}+\frac{1}{(1+T)^4}}^{4}\cdots\cdots+\overbrace{\frac{1}{(1+T)^n}+\frac{1}{(1+T)^n}+\cdots\cdots\frac{1}{(1+T)^n}}^{n}$$

что даетъ возможность произвести слѣдующій рядъ сложеній:

1) $$\frac{1}{1+T}+\frac{1}{(1+T)^2}+\frac{1}{(1+T)^3}+\cdots+\frac{1}{(1+T)^n}=\frac{1}{T}\left(1-\frac{1}{(1+T)^n}\right)=\varphi_n$$

Поэтому

$$X-\varphi_n=\frac{1}{(1+T)^2}+\frac{2}{(1+T)^3}+\frac{3}{(1+T)^4}+\cdots+\frac{n-2}{(1+T)^{n-1}}+\frac{n-1}{(1+T)^n}$$

Если мы перемножимъ обѣ половины этого равенства на $(1+T)$ то оно, не измѣняясь въ существѣ, получитъ слѣдующій видъ:

$$(x-\varphi)(1+T)=\frac{1}{1+T}+\frac{2}{(1+T)^2}+\frac{3}{(1+T)^3}+\cdots+\frac{n-2}{(1+T)^{n-2}}+\frac{n-1}{(1+T)^{n-1}}.$$

2) $\frac{1}{(1+T)^2}+\frac{1}{(1+T)^3}+\cdots+\frac{1}{(1+T)^n}=\frac{1}{T}\left(\frac{1+T}{(1+T)^2}-\frac{1}{(1+T)^n}\right)=\frac{1}{(1+T)T}\left(1-\frac{1}{(1+T)^{n-1}}\right)=$
$=\frac{\varphi_{n-1}}{1+T}$

3) $\frac{1}{(1+T)^3}+\frac{1}{(1+T)^4}+\cdots+\frac{1}{(1+T)^n}=\frac{1}{T}\left(\frac{(1+T)}{(1+T)^3}+\frac{1}{(1+T)^n}\right)=\frac{1}{(1+T)^2T}\left(1-\frac{1}{(1+T)^{n-2}}\right)=$
$=\frac{\varphi_{n-2}}{(1+T)^2}$

4) $\frac{1}{(1+T)^4}+\frac{1}{(1+T)^5}+\cdots+\frac{1}{(1+T)^n}=\frac{1}{T}\left(\frac{1+T}{(1+T)^5}-\frac{1}{(1+T)^n}\right)=\frac{1}{(1+T)^3T}\left(1-\frac{1}{(1+T)^{n-3}}\right)=$
$\frac{\varphi_{n-3}}{(1+T)^3}$

$\cdots\cdots\cdots\cdots$

$n-2)\ \frac{1}{(1+T)^{n-2}}+\frac{1}{(1+T)^{n-1}}+\frac{1}{(1+T)^n}=\frac{1}{T}\left(\frac{1+T}{(1+T)^{n-2}}-\frac{1}{(1+T)^n}\right)=\frac{1}{(1+T)^{n-3}T}\left(1-\frac{1}{(1+T)^2}\right)=$
$\frac{\varphi_2}{(1+T)^{n-3}}$

$n-1)\ \frac{1}{(1+T)^{n-1}}+\frac{1}{(1+T)^n}=\frac{1}{T}\left(\frac{1+T}{(1+T)^{n-1}}+\frac{1}{(1+T)^n}\right)=\frac{1}{(1+T)^{n-2}T}\left(1-\frac{1}{(1+T)^2}\right)=\frac{\varphi_2}{(1+T)^{n-2}}$

$n)\ \frac{1}{(1+T)^n}=\frac{\varphi_1}{(1+T)^{n-1}}=\frac{1}{(1+T)^{n-1}T}\left(1-\frac{1}{1+T}\right)=\frac{1}{(1+T)^{n-1}T}-\frac{1}{(1+T)^nT}=\frac{1+T}{(1+T)^nT}-$
$-\frac{1}{(1+T)^nT}=\frac{1+T-1}{(1+T)^nT}=\frac{T}{(1+T)^nT}=\frac{1}{(1+T)^n}.$

Такъ какъ всякое выраженіе φ состоитъ изъ двучлена, то отдѣльно соединяя вмѣстѣ всѣ первые члены и всѣ вторые члены всѣхъ φ и вводя поставленные за скобки множители, получаемъ рядъ изъ слѣдующихъ двухъ многочленовъ:

$$\frac{1}{T}\left(1-\frac{1}{1+T}+\frac{1}{(1+T)^2}+\frac{1}{(1+T)^3}+\frac{1}{(1+T)^4}+\cdots\frac{1}{(1+T)^{n-1}}\right)-\frac{1}{T}\left[\frac{1}{(1+T)^n}+\frac{1}{(1+T)(1+T)^{n-1}}+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{(1+T)^2(1+T)^{n-2}}+\frac{1}{(1+T)^3(1+T)^{n-3}}+\cdots\frac{1}{(1+T)^{n-2}(1+T)^2}+\frac{1}{(1+T)^{n-1}(1+T)}\right].$$

Изъ этихъ двухъ многочленовъ первый составляетъ $\frac{1}{T}(1+\varphi_{n-1})$, а второй состоитъ изъ $\frac{1}{T}$ помноженнаго на n дробей, изъ коихъ каждая $=\frac{1}{(1+T)^n}$, а всѣ вмѣстѣ $\frac{n}{(1+T)^n}$; поэтому все выраженіе равняется $\frac{1}{T}\left(1+\varphi_{n-1}-\frac{n}{(1+T)^n}\right)=\frac{1}{T}+\frac{(1+T)^{n-1}-1}{T(1+T)^{n-1}T}-\frac{n}{T(1+T)^n}=$
$=\frac{T(1+T)^n+(1+T)^n-(1+T)-Tn}{T(1+T)^nT}=\frac{(1+T)^n(T+1)-(1+T)-Tn}{T(1+T)^nT}=\frac{1+T}{T}\left[\frac{(1+T)^n-1}{(1+T)^nT}\right]-$
$\frac{Tn}{T(1+T)^nT}=\frac{1+T}{T}\varphi_n-\frac{n}{T(1+T)^n}$. Если къ послѣднему выраженію прибавить и отъ него убавить $\frac{n}{T}$, то не измѣняя его въ существѣ, можно ему дать такой видъ:

$$\frac{1+T}{T}\varphi_n-\frac{n}{T(1+T)^n}+\frac{n}{T}-\frac{n}{T}=\frac{1+T}{T}\varphi_n+\frac{n}{T}\left[1-\frac{1}{(1+T)^n}\right]-\frac{n}{T}=\frac{1+T}{T}\varphi_n+n\varphi_n-\frac{n}{T}=$$
$$=\left[\frac{1+T}{T}+n\right]\varphi_n-\frac{n}{T}$$

то-есть, результатъ получается тотъ-же, который разъясняется въ текстѣ § 69.

Всматриваясь въ этотъ рядъ, мы видимъ, что онъ одинаковый съ тѣмъ рядомъ, который мы означили чрезъ x, но въ немъ недостаетъ послѣдняго члена ряда x, а именно $\frac{n}{(1+T)^n}$. Мы поэтому можемъ написать:

$$(x-\varphi_n)(1+T)=x-\frac{n}{(1+T)^n}.$$

Съ другой стороны изъ уравненія φ_n или наличной стоимости ежесрочной единицы, извѣстно

$$\varphi_n=\frac{1}{T}\left(1-\frac{1}{(1+T)^n}\right)=\frac{1}{T}-\frac{1}{T(1+T)^n}$$

или $\frac{1}{T(1+T)^n}=\frac{1}{T}-\varphi_n$; поэтому $\frac{1}{(1+T)^n}=1-\varphi_n T$

слѣдовательно

$$(x-\varphi_n)(1+T)=x-n(1-\varphi_n T)=x-n+n\varphi_n T$$

или

$$x(1+T)-\varphi_n(1+T)=x-n+n\varphi_n T$$
$$x(1+T-1)=Tx=\varphi_n(1+T)-n+n\varphi T$$
$$x=\frac{1+T}{T}\varphi_n+n\varphi_n-\frac{n}{T}=\left(\frac{1+T}{T}+n\right)\varphi_n-\frac{n}{T}.$$

70. Если сжесрочная сумма, возрастая въ ариѳметической прогрессіи, составляетъ въ первую единицу времени A, во вторую $A+d$, въ третью $A+2d$, въ четвертую $A+3d$ и т. д., наконецъ въ послѣднюю $A+(n-1)d$, то ея наличная стоимость должна опредѣлиться изъ итога членовъ слѣдующаго ряда:

$$\frac{A}{1+T}+\frac{A+d}{(1+T)^2}+\frac{A+2d}{(1+T)^3}+\frac{A+3d}{(1+T)^4}+\cdots+\frac{A+(n-1)d}{(1+T)^n}=y.$$

Для удобства сложенія этотъ рядъ можно представить состоящимъ изъ итога двухъ многочленовъ:

$$A\left(\frac{1}{1+T}+\frac{1}{(1+T)^2}+\frac{1}{(1+T)^3}+\cdots\frac{1}{(1+T)^n}\right)+d\left(\frac{1}{(1+T)^2}+\frac{2}{(1+T)^3}+\right.$$
$$\left.+\frac{3}{(1+T)^4}+\cdots+\frac{n-1}{(1+T)^n}\right).$$

Изъ этихъ двухъ многочленовъ первый составляетъ $A\varphi_n$ или наличную стоимость всякой простой (постоянной) сжесрочной суммы A; отъ втораго-же многочлена собственно и зависитъ измѣненіе общаго выраженія наличной стоимости, происходящее отъ положительной или отрицательной прибавки къ A нѣкоей величины d, превращающей сжесрочную сумму въ такую, которая представляетъ ариѳметическую прогрессію, возрастающую или убывающую. Такимъ образомъ, измѣненіе общей формулы наличной стоимости въ этомъ случаѣ происходитъ отъ того что къ $A\varphi_n$ прибавляется или изъ $A\varphi_n$ вычитается итогъ многочлена $d\left(\frac{1}{(1+T)^2}+\right.$ $\left.+\frac{2}{(1+T)^3}+\frac{3}{(1+T)^4}+\cdots+\frac{n-1}{(1+T)^n}\right)$. Этотъ многочленъ (безъ множителя d) встрѣчается уже и въ предъидущемъ параграфѣ, гдѣ ему равняется $x-\varphi_n$. Поэтому мы его можемъ привести въ ясность, воспользовавшись выведеннымъ въ предъидущемъ параграфѣ выраженіемъ x (см. примѣчаніе къ предъидущему §), а именно:

$$x-\varphi_n=\frac{1+T}{T}\varphi_n-\varphi_n-\frac{n}{T(1+T)^n}=\varphi_n\left(\frac{1+T}{T}-1\right)-\frac{n}{T(1+T)^n}=$$
$$\varphi_n\left(\frac{1+T-T}{T}\right)-\frac{n}{T(1+T)^n}=\frac{1}{T}\varphi_n-\frac{n}{T(1+T)^n}$$

Слѣдовательно, $(x-\varphi_n)d=\frac{d}{T}\varphi_n-\frac{nd}{T(1+T)^n}$, а поэтому, когда d положительная величина, то-есть ежесрочная сумма представляетъ ариѳметическую прогрессію возрастающую, то ея наличная стоимость опредѣляется чрезъ прибавку къ общему выраженію наличной стоимости простой ежесрочной суммы выведенной нами величины, или

$$y=A\varphi_n+\left(\frac{d}{T}\varphi_n-\frac{nd}{T(1+T)^n}\right).$$

Если-же ежесрочная сумма представляетъ ариѳметическую прогрессію убывающую, то отъ общаго выраженія наличной стоимости нужно убавить выведенное нами выраженіе, или

$$y'=A\varphi_n-\left(\frac{d}{T}\varphi_n-\frac{nd}{T(1+T)^n}\right).$$

71. Если мы только-что выведенныя выраженія наличной стоимости ежесрочной суммы, измѣняющейся въ ариѳметической прогрессіи, напишемъ въ такомъ видѣ:

$$y=\left(A+\frac{d}{T}\right)\varphi_n(T)-n\cdot\frac{d}{T}\cdot\frac{1}{(1+T)^n};\ y'=\left(A-\frac{d}{T}\right)\varphi_n(T)+n\cdot\frac{d}{T}\cdot\frac{1}{(1+T)^n},$$

то это обнаружитъ ея весьма своеобразныя особенности. Наличная стоимость ежесрочной суммы A, увеличивающейся въ каждую единицу времени на d, равняется наличной стоимости итога двухъ неизмѣняющихся (постоянныхъ) ежесрочныхъ суммъ A и $\frac{d}{T}$ за вычетомъ наличной стоимости n разъ взятыхъ $\frac{d}{T}$. Наличная-же стоимость ежесрочной суммы A, уменьшающейся въ каждую единицу времени на d, равняется наличной стоимости разности тѣхъ-же двухъ неизмѣняющихся ежесрочныхъ суммъ A и $\frac{d}{T}$, но съ прибавленіемъ къ ней наличной стоимости n разъ взятыхъ $\frac{d}{T}$. Но A есть постоянная часть нашей измѣняющейся въ ариѳметической прогрессіи ежесрочной суммы, а $\frac{d}{T}$ представляетъ ея измѣняющуюся часть уменьшенную въ T разъ. Наличная-же стоимость n разъ взятыхъ $\frac{d}{T}$ очевидно выражаетъ переплату или недоплату, которая оказывается, когда наличная стоимость неизмѣняющейся ежесрочной суммы A сравнивается съ наличною стоимостью другой ежесрочной суммы, увеличивающейся или уменьшающейся на d въ каждую единицу времени; по сему эта переплата, или недоплата, должна быть возвращена заимодавцу, или додана должнику. Когда кто-нибудь отдастъ наличный капиталъ за ежесрочную сумму A, увеличивающуюся на d въ каждую единицу времени, то онъ можетъ за нее заплатить столько-же, сколько стоятъ двѣ постоянныя ежесрочныя суммы A и $\frac{d}{T}$, съ тѣмъ однако, чтобъ (во избѣжаніе переплаты), изъ наличной стоимости этихъ двухъ ежесрочныхъ суммъ, или сейчасъ-же была вычтена наличная стоимость n разъ взятыхъ $\frac{d}{T}$, то-есть $\frac{nd}{T(1+T)^n}$, или-же, чтобъ n разъ взятые $\frac{d}{T}$ были возвращены заимодавцу (пріобрѣтателю ежесрочной суммы, отдающему за нее наличный капиталъ) по истеченіи n единицъ времени. Если ежесрочная сумма A уменьшается въ каждую единицу времени на d, то за нее

можетъ быть отданъ такой-же наличный капиталъ, какой стоитъ разность двухъ постоянныхъ ежесрочныхъ суммъ A и $\frac{d}{T}$, но съ тѣмъ, однако, чтобъ во избѣжаніе недоплаты со стороны капиталиста, и недополученія со стороны должника, должнику, обязывающемуся уплачивать ежесрочную сумму, убывающую въ ариѳметической прогрессіи, было прибавлено къ означенному капиталу: или сейчасъ-же наличная стоимость n разъ взятыхъ $\frac{d}{T}$, то-есть $\frac{nd}{T(1+T)^n}$, или-же по истеченіи n единицъ времени n разъ взятые $\frac{d}{T}$, то-есть $\frac{nd}{T}$.

72. При помощи выведеннаго въ § 68 выраженія $x=\frac{1}{1+T}+\frac{2}{(1+T)^2}+\frac{3}{(1+T)^3}+\frac{1}{(1+T)^4}+\cdots+\frac{n}{(1+T)^n}$ можно еще въ формулу наличной стоимости ежесрочной суммы, измѣняющейся въ ариѳметической профессіи, ввести слѣдующее упрощеніе.

$$y=A\varphi_n+d(x-\varphi_n)=A\varphi_n+d\left[\left(\left(\frac{1+T}{T}+n\right)\varphi_n-\frac{n}{T}\right)-\varphi_n\right]=A\varphi_n+\frac{1+T}{T}d\varphi_n$$
$$+nd\varphi_n-\frac{nd}{T}-d\varphi_n=\left(A+nd+\frac{1+T}{T}d-d\right)\varphi_n-\frac{nd}{T}.$$

Выраженіе $\frac{1+T}{T}d-d$ приведеніемъ къ одному знаменателю измѣняется такъ:

$$\frac{1+T}{T}d-d=\frac{(1+T)d-dT}{T}=\frac{d+dT-dT}{T}=\frac{d}{T},$$

поэтому наличная стоимость ежесрочной суммы, возростающей въ арифметической прогрессіи

$$\text{или } y=\left(A+\frac{d}{T}+nd\right)\varphi_n-\frac{nd}{T},$$

а наличная стоимость ежесрочной суммы, убывающей въ арифметической прогрессіи,

$$\text{или } y'=\left(A-\frac{d}{T}-nd\right)\varphi_n+\frac{nd}{T}.$$

73. Чтобы имѣть возможность прослѣдить ходъ примѣненія къ какому либо займу ежесрочной суммы, измѣняющейся въ арифметической прогрессіи, необходимо имѣть выраженіе и наросшей стоимости такой ежесрочной суммы. Его легко получить имѣя въ виду, что

$$A(1+T)^{n-1}+(A+d)(1+T)^{n-2}+(A+2d)(1+T)^{n-3}+(A+3d)(1+T)^{n-4}$$
$$+\cdots+(A+(n-1)d=(1+T)^n\left(\frac{A}{1+T}+\frac{A+d}{(1+T)^2}+\frac{A+2d}{(1+T)^3}+\frac{A+3d}{(1+T)^4}+\cdots+\right.$$
$$\left.\frac{A+(n-1)d}{(1+T)^n}\right)=(1+T)^n\left[\left(A+\frac{d}{T}\right)\varphi_n-\frac{nd}{T(1+T)^n}\right].$$

Отсюда мы видимъ, что (какъ и слѣдовало ожидать) наросшая стоимость ежесрочной суммы и въ этомъ случаѣ въ $(1+T)^n$ разъ больше ея наличной стоимости и слѣдовательно составитъ:

$$y(1+T)^n=\left(A+\frac{d}{T}\right)\varphi_n(1-T)^n-\frac{nd}{T}$$
$$\text{или } y'(1+T)^n=\left(A-\frac{d}{T}\right)\varphi_n(1+T)^n+\frac{nd}{T}\text{ *)}.$$

*) Такъ какъ $\varphi_n(1+T)^n=\omega_n$ или наросшей суммѣ ежесрочной единицы, то при вычисленіяхъ съ вспомогательными таблицами сложныхъ процентовъ, можно конечно прямо пользоваться

74. При примѣненіи выведенныхъ выраженій наличной и наросшей стоимости къ займамъ съ ежесрочною суммою, измѣняющейся въ арифметической прогрессіи, необходимо конечно прежде всего имѣть въ виду, что, смотря по тому, за какую единицу времени дѣлаются вычисленія по займу, придется имѣть дѣло съ различнымъ видомъ ежесрочной суммы: если въ первую единицу времени она составляетъ A, и въ такомъ видѣ мы ее означимъ чрезъ A_1, то во вторую единицу времени она будетъ $A_2 = A_1 + d$, въ третью единицу времени она будетъ $A_3 = A_1 + 2d$, въ четвертую единицу времени она будетъ $A_4 = A_1 + 3d$ и т. д., вообще въ m-ую единицу времени она будетъ $A_m = A_1 + (m-1)d$.

75. Выведенная формула наличной стоимости ежесрочной суммы, измѣняющейся въ арифметической прогрессіи, будетъ вмѣстѣ съ тѣмъ и выраженіемъ капитала долга, заключеннаго съ платежемъ по нему такой ежесрочной суммы. Если мы означимъ этотъ капиталъ чрезъ P, то при заключеніи долга капиталъ его

$$P_1 = \left(A_1 + \frac{d}{T}\right)\varphi_n - \frac{nd}{T(1+T)^n} = \left(A_1 + \frac{d}{T} + nd\right) - \frac{nd}{T}$$

а въ началѣ m-ой единицы времени, когда до окончанія долга останется еще произвести $n-(m-1)$ ежесрочныхъ уплатъ, наличная стоимость этихъ $n-(m-1)$ ежесрочныхъ уплатъ, а слѣдовательно и остатокъ неуплаченнаго долга, будетъ:

$$P_m - \left(A_m + \frac{d}{T}\right)\varphi_{n-(m-1)} - \frac{(n-(m-1))d}{T(1+T)^{n-(m-1)}} = \left(A_m + \frac{d}{T} + (n-(m-1)d\right)\varphi_{n-(m-1)} - \frac{(n-(m-1))d}{T}\Big).$$

Если же въ эти выраженія вмѣсто A_m мы подставимъ $A_1 + (m-1)d$, то они получатъ слѣдующій видъ:

$$P_m = \left(A_1 + (m-1)d + \frac{d}{T}\right)\varphi_{n-(m-1)} - \frac{(n-(m-1))d}{T(1+T)^{n-(m-1)}} = \left(A_1 + \frac{d}{T} + nd\right)\varphi_{n-(m-1)} - \frac{(n-(m-1))d}{T}.$$

по каковой формулѣ можно вычислять состояніе капитала по первоначальному состоянію ежесрочной суммы (A_1); особенно при этомъ удобна вторая формула (Томановская выведенная въ § 72).

76. Изъ формулъ наличной стоимости ежесрочной суммы, измѣняющейся въ арифметической прогрессіи, легко вывести выраженіе ежесрочной суммы, когда ее приходится вычислять по первоначальному капиталу и прочимъ элементамъ долга.

А именно, если мы исходимъ изъ того, что

$$P_1 = \left(A_1 + \frac{d}{T}\right)\varphi_n - \frac{nd}{T(1+T)} \text{ и оттого } P_1(1+T)^n = \left(A_1 + \frac{d}{T}\right)\varphi_n(1+T)^n - \frac{nd}{T},$$

а также $P_1(1+T)^n + \frac{nd}{T} = \left(A_1 + \frac{d}{T}\right)\varphi_n(1+T)^n$, то очевидно

$$A_1 + \frac{d}{T} = \frac{P_1(1+T)^n - \frac{nd}{T}}{\varphi_n(1+T)^n} \text{ и слѣдовательно,}$$

$$A_1 = \frac{P_1(1+T)^n - \frac{nd}{T}}{\varphi_n(1+T)^n} - \frac{d}{T}.$$

даваемыми ими численными значеніями наросшей стоимости ежесрочной единицы или разныхъ ω_n при различныхъ T.

Исходя изъ второй формулы наличной стоимости (Томановской, § 72), что $P_1 = \left(A_1 + \frac{d}{T} + nd\right)\varphi_n - \frac{nd}{T}$, можно получить (для контроля вычисленій) и другое выраженіе A_1, а именно:

$$\left(A_1 + \frac{d}{T} + nd\right)\varphi_n = P_1 + \frac{nd}{T}, \text{ поэтому}$$

$$A_1 = \frac{1}{\varphi_n}\left(P_1 + \frac{nd}{T}\right) - \left(\frac{d}{T} + nd\right) \text{ или еще}$$

$$A_1 = \frac{1}{\varphi_n}\left[P_1 - \left(\frac{d}{T} + nd\right)\varphi_n + \frac{nd}{T}\right].$$

77. Такъ какъ ежесрочная сумма въ разсматриваемаго рода долгахъ измѣняется отъ одной единицы времени къ другой въ зависимости отъ разности ариѳметической прогрессіи, въ которой она измѣняется, то для полнаго ея опредѣленія во всякую единицу времени необходимо выяснить выраженіе этой разности. Изъ того, что

$$P_1 = A_1\varphi_n + \frac{d}{T}\varphi_n - \frac{nd}{T(1+T)^n} \text{ или, что тоже самое,}$$

$P_1(1+T)^n - A(1+T)^n\varphi_n = \frac{d}{T}(1+T)^n\varphi_n - \frac{nd}{T} = \frac{d}{T}[(1+T)^n\varphi_n - n]$ слѣдуетъ, что $\frac{d}{T} = \frac{P_1(1+T)^n - A_1\varphi_n(1+T)^n}{\varphi_n(1+T)^n - n} = \frac{(P_1 - A_1\varphi_n)(1+T)^n}{\varphi_n(1+T)^n - n}$, а потому

$$d = \frac{T(P_1 - A_1\varphi_n)(1+T)^n}{\varphi_n(1+T)^n - n}.$$

Изъ другой формулы наличной стоимости (§ 72) слѣдуетъ, что

$$P_1 - A_1\varphi_n = nd\varphi_n + \frac{d}{T}\varphi_n - \frac{nd}{T} = d\left(n\varphi_n + \frac{1}{T}\varphi_n - \frac{n}{T}\right)$$

поэтому

$$d = \frac{P_1 - A_1\varphi_n}{n\varphi_n + \frac{1}{T}\varphi_n - \frac{n}{T}} = \frac{P_1 - A_1\varphi_n}{\left(n - \frac{1}{T}\right)\varphi_n - \frac{n}{T}}.$$

Имѣя выраженія A_1 и d легко вычислить и $A_m = A_1 + (m-1)d$.

78. Съ помощью выраженія наросшей стоимости ежесрочной суммы, измѣняющейся въ ариѳметической прогрессіи, мы получимъ всѣ выраженія, касающіяся погашенія. Если ту часть ежесрочной суммы, которая расходуется на погашеніе, мы означимъ послѣдовательно чрезъ B_1, $B_1 + d$, $B_1 + 2d$, $B_1 + 3d$ и т. д., то очевидно, что затрата каждой изъ этихъ суммъ съ процентами на погашенныя этими затратами части долга, всего дастъ возможность израсходовать на погашеніе: $B_1(1+T)^{n-1} + (B_1+d)(1+T)^{n-2} + (B_1+2d)(1+T)^{n-3} + (B_1+3d)(1+T)^{n-4} + \cdots + [B_1 + (n-2)d](1+T) + [B_1 + (n-1)d]$; общій итогъ этихъ погашеній, или наросшая стоимость B_1 составитъ какъ выше показано (§ 73), всего $\left(B_1 + \frac{d}{T}\right)\varphi_n(1+T)^n + \frac{nd}{T}$ и такъ какъ этимъ итогомъ погашеній уплатится весь долгъ, то итогъ составитъ капиталъ P. Такимъ образомъ

$\left(B_1 + \frac{d}{T}\right)\varphi_n(1+T)^n - \frac{nd}{T} = P_1$. Отсюда

$$B_1 + \frac{d}{T} = \frac{P_1 + \frac{nd}{T}}{\varphi_n(1+T)^n}, \text{ а потому}$$

$$B_1 = \frac{P_1 + \frac{nd}{T}}{\varphi_n(1+T)^n} - \frac{d}{T}.$$

Соотвѣтственно этому въ m-ую единицу времени, когда (со включеніемъ m-аго срочнаго платежа) останется еще произвести $n-(m-1)$ ежесрочныхъ уплатъ, погашеніе m-ой единицы времени составитъ

$$B_m = \frac{P_m + \frac{[n-(m-1]d}{T}}{(1+T)^n \varphi_{n-(m-1)}} - \frac{d}{T}.$$

Но по этой формулѣ погашеніе m-ой единицы удобно вычислять, когда извѣстно P_m или состояніе долга въ началѣ m-ой единицы времени. Если-же оно неизвѣстно, то удобнѣе взять выраженіе B_m, выведенное изъ выраженія наличной стоимости ежесрочной суммы. Имѣя въ виду, что капиталъ P составляетъ наличную стоимость ежесрочной суммы A и наросшую стоимость части послѣдней, назначенной на погашеніе, или что

$$P_1 = \left(A_1 + \frac{d}{T}\right)\varphi_n - \frac{nd}{T(1+T)^n} = \left(B_1 + \frac{d}{T}\right)\varphi_n (1+T)^n - \frac{nd}{T},$$

мы отсюда можемъ далѣе заключить, что

$$\left(A_1 + \frac{d}{T}\right)\varphi_n - \frac{nd}{T(1+T)^n} + \frac{nd}{T} - \frac{d}{T}\varphi_n (1+T)^n = B_1 \varphi_n (1+T)^n$$

или иначе

$$\left(A_1 + \frac{d}{T}\right)\varphi_n + \frac{nd}{T}\left(1 - \frac{1}{(1+T)^n}\right) - \frac{d}{T}\varphi_n (1+T)^n = B_1 (1+T)^n \varphi_n, \text{ то есть}$$

$$\left(A_1 + \frac{d}{T}\right)\varphi_n + nd\varphi_n - \frac{d}{T}\varphi_n (1+T)^n = B_1 (1+T)\varphi_n; \text{ поэтому}$$

$$B_1 = \frac{A_1 + \frac{d}{T} + nd - \frac{d}{T}(1+T)^n}{(1+T)^n}, \text{ соотвѣтственно чему}$$

$$B_m = \frac{A_m + \frac{d}{T} + [n-(m-1)]d + \frac{d}{T}(1+T)^{n-(m-1)}}{(1+)^{n-(m-1)}}.$$

Но такъ какъ въ этомъ выраженіи, берется, между прочимъ, $A_m + d[n-(m-1)] = A_m + nd - (m-1)d$, а какъ извѣстно $A_m = A_1 + (m-1)d$, то слѣдовательно $A_m + [n-(m-1)]d = A_1 + (m-1)d + nd - (m-1)d = A_1 + nd$, поэтому мы можемъ наше общее выраженіе погасительнаго платежа во всякую единицу времени написать проще такъ:

$$B_m = \frac{A_1 + \frac{d}{T} + nd - \frac{d}{T}(1+T)^{n-(m-1)}}{(1+T)^{n-(m-1)}}.$$

Нѣсколько измѣнивъ ходъ заключенія, мы можемъ изъ тѣхъ-же основаній сдѣлать выводъ и въ такомъ видѣ:

$$B_1 = \frac{A_1\varphi_n + \frac{d}{T}\varphi_n - \frac{nd}{T(1+T)^n} - \frac{d}{T}(1+T)^n\varphi_n + \frac{nd}{T}}{(1+T)^n\varphi_n} = \frac{A_1}{(1+T)^n} + \frac{d}{T(1+T)^n} - \frac{d}{T}$$

$$+ \frac{nd}{T(1+T)^n\varphi_n} - \frac{nd}{T(1+T)^n(1+T)^n\varphi_n} = \frac{A_1}{(1+T)^n} - \frac{d}{T}\left(1 - \frac{1}{(1+T)^n}\right) + \frac{nd}{\varphi_n(1+T)^n T}$$

$$\left(1 - \frac{1}{(1+T)^n}\right) = \frac{A_1}{(1+T)^n} - d\varphi_n + \frac{nd}{(1+T)^n} = \frac{A_1 + nd}{(1+T)^n} - d\varphi_n.$$

Отсюда и принимая во вниманіе, что $A_1 + nd = A_m + [n-(m-1)d]$,

$$B_m = \frac{A_m + [n-(m-1)d]}{(1+T)^{n-(m-1)}} - d\varphi_{n-(m-1)} = \frac{A_1 + nd}{(1+T)^{n-(m-1)}} - d\varphi_{n-(m-1)}.$$

79. Общее выраженіе итога произведенныхъ ко всякому данному времени погашеній, если оно строится на основаніи извѣстности перваго погасительнаго платежа, легко получается, повтореніемъ формулы наросшей стоимости разсматриваемой категоріи ежесрочныхъ суммъ, въ такомъ видѣ (если означимъ итогъ погашеній чрезъ Z)

$$Z_m = \left(B_1 + \frac{d}{T}\right)\varphi_m (1+T)^m - \frac{md}{T}.$$

Если въ это выраженіе вмѣсто $B_1\varphi_m(1+T)^m$ мы поставимъ:

$$B_1\varphi_m(1+T)^m = \frac{A_1+nd}{(1+T)^n}\varphi_m(1+T)^m - d\varphi_n \cdot \varphi_m(1+T)^m = \frac{A_1+nd}{(1+T)^{n-m}}\varphi_m$$
$$- d\varphi_n \frac{(1+T)^m-1}{T(1+T)^m}(1+T)^m = \frac{A_1+nd}{(1+T)^n}\varphi_m(1+T)^m - \frac{d}{T}\varphi_n[(1+T)^m-1],$$

то это дастъ намъ возможность выразить итогъ m погашеній чрезъ первоначальную ежесрочную сумму A_1 въ такомъ видѣ:

$$Z_m = \left(\frac{A_1+nd}{(1+T)^n} + \frac{d}{T}\right)\varphi_m(1+T)^m - \left(\frac{d}{T}[(1+T)^m-1]\varphi_n + \frac{md}{T}\right).$$

80. Вычисленіе роста и срока по займамъ съ ежесрочными суммами, измѣняющимися въ ариѳметической прогрессіи, связано съ значительными затрудненіями и можетъ дѣлаться только посредствомъ постепенныхъ приближеній. Выраженія роста въ этомъ случаѣ можно слѣдующимъ образомъ вывести изъ видоизмѣненія основной формулы этого рода займовъ:

$$\left(A_1 + \frac{d}{T}\right)\left(\frac{(1+T)^n-1}{T(1+T)^n}\right) - \frac{nd}{T(1+T)^n} = P_1, \text{ поэтому}$$
$$\left(A_1 + \frac{d}{T}\right)[(1+T)^n - 1] - nd = P_1T(1+T)^n \text{ и отсюда}$$
$$T = \frac{\left(A_1 + \frac{d}{T}\right)[(1+T)^n-1] - nd}{P(1+T)^n},$$

81. Выраженіе срока выводится изъ того, что

$$(A_1T+d)(1+T)^n - (A_1T+d) - ndT = TP_1T(1+T)^n, \text{ или}$$
$$(A_1T+d-T\cdot P_1T)(1+T)^n = A_1T+d+ndT, \text{ поэтому}$$
$$(1+T)^n = \frac{T(A_1+nd)+d}{T(A_1-P_1T)+d} \text{ и, слѣдовательно,}$$
$$n = \frac{\log[T(A_1+nd)+d] - \log[T(A_1-P_1T)+d]}{\log(1+T)}.$$

82. Общій итогъ всѣхъ произведенныхъ за n единицъ времени уплатъ въ счетъ процентовъ, (интересовъ) по займу, основанному на ежесрочной суммѣ, измѣняющейся въ ариѳметической прогрессіи, исчисляется также, какъ и по займу съ неизмѣнною ежесрочною суммою: по итогу, который составляютъ всѣ уплаты ежесрочной суммы во всѣ единицы времени, въ которыя онѣ производятся, за вычетомъ изъ означеннаго итога погашеннаго капитала займа. Такъ какъ въ настоящемъ случаѣ уплаты составляютъ ариѳметическую прогрессію, а итогъ ея членовъ, какъ извѣстно, равняется половинѣ произведенія суммы крайнихъ членовъ на число всѣхъ членовъ, то всѣ ежесрочныя уплаты, вмѣстѣ взятыя, составляютъ $[A_1 + A_1 + (n-1)d]\frac{n}{2}$ за вычетомъ погашеннаго капитала P_1, а такъ какъ

$P_1 = \left(A + \frac{d}{T}\right)\varphi_n - \frac{nd}{T(1+T)^n}$, то итогъ всѣхъ уплатъ въ счетъ интересовъ за все время займа можно выразить такъ:

$$\frac{n}{2}[A_1 + A_1 + (n-1)d] - \left(A_1 + \frac{d}{T}\right)\varphi_n + \frac{nd}{T(1+T)^n}$$

а за m единицъ времени этотъ итогъ будетъ:

$$\frac{m}{2}[A_1 + A_1(m-1)d] - Z_m$$

взявъ выраженіе Z_m такъ, какъ оно выведено выше (§ 79).

83. Въ вышеизложенномъ обзорѣ частностей примѣненія къ публичнымъ займамъ ежесрочной суммы, измѣняющейся въ арифметической прогрессіи, мы принимали d за положительную величину, то есть—исходили изъ арифметической прогрессіи возростающей. Если же арифметическая прогрессія — убывающая, то, очевидно, предъ всѣми членами выведенныхъ выраженій, имѣющими въ своемъ составѣ d, стоящій предъ нами знакъ долженъ быть замѣненъ противуположнымъ: вмѣсто + нужно поставить — , а вмѣсто — нужно поставить + , и тогда тѣже выраженія всецѣло примѣнимы и къ займамъ съ убывающей арифметической прогрессіею. Такъ какъ нѣтъ надобности входить по этому предмету въ дальнѣйшія объясненія, то мы только остановимся на примѣненіи выведенныхъ выраженій къ займамъ съ ежесрочными суммами, убывающими въ арифметической прогрессіи, въ томъ видѣ, въ какомъ таковые займы заключались въ Россіи.

84. Въ Россіи было семь государственныхъ займовъ съ ежесрочными суммами, убывавшими въ арифметической прогрессіи: пять четырехпроцентныхъ и два $4^1/_2{}^0/_0$-ые. Четырехпроцентные займы заключались въ 1840, 1842, 1843, 1844 и 1847 годахъ (всѣ вмѣстѣ на 67.000,000 рублей, съ реализаціею по нимъ 59.892,700 рублей или въ общей сложности за 100 по 89,3921) на однообразныхъ условіяхъ ежегодной уплаты по нимъ $4^0/_0$ интересовъ и $2^1/_2{}^0/_0$ или $^1/_{40}$ капитала долга, такъ что долгъ погашался въ 40 лѣтъ (означенные долги уже всѣ погашены). Два $4^1/_2{}^0/_0$-ные займа заключены въ 1849 и 1860 годахъ (оба вмѣстѣ на 75 660,000 рублей съ реализаціею по нимъ 67.867,580 рублей или по 89,7 за сто): первый съ равномѣрною уплатою ежегоднаго погашенія въ размѣрѣ $2^0/_0$ или $^1/_{50}$ капитала долга и слѣдовательно съ погашеніемъ долга въ 50 лѣтъ, а второй съ ежегодною равномѣрною уплатою въ счетъ погашенія $1^1/_2{}^0/_0$ или $0.^{666}...$ капитала долга, то есть, со срокомъ въ $66^2/_3$ лѣтъ. Такимъ образомъ особенность указываемыхъ $4^0/_0$ и $4^1/_2{}^0/_0$-ныхъ займовъ состояла въ томъ, что изъ капитала долга по нимъ ежегодно погашалось одинаковая, неизмѣняющая часть, или $\frac{P_1}{n}$. Слѣдовательно, ежесрочная сумма A_1 состояла въ первомъ году изъ $T^0/_0$ на капиталъ P_1 или P_1T и погашенія въ указанномъ размѣрѣ или $A_1 = P_1T + \frac{P_1}{n}$. Во второмъ году капиталъ долга былъ уже $P_1 - \frac{P_1}{n}$ и слѣдовательно T процентовъ на него составляли $T\left(P_1 - \frac{P}{n}\right) = P_1T - \frac{P_1T}{n}$, а съ прибавкою погашенія $\frac{P_1}{n}$, ежесрочная сумма втораго года составляла $A_2 = P_1T + \frac{P_1}{n} - \frac{P_1T}{n}$. Въ третьемъ году, когда уже было погашено въ предшествовавшіе два года $\frac{2P_1T}{n}$, капиталъ долга составлялъ уже

$P_1 - 2\frac{P_1}{n}$ и потому $T^0/_0$ на него составляли $T\left(P_1 - 2\frac{P_1}{n}\right) = P_1T - \frac{2P_1T}{n}$, а съ прибавкою ежегоднаго погашенія $\frac{P_1}{n}$; ежесрочная сумма третьяго года или $A_3 = = P_1T + \frac{P_1}{n} - 2\frac{P_1T}{n}$, и т. д. въ томъ-же порядкѣ, изображенномъ въ слѣдующемъ видѣ ежесрочныхъ суммъ разныхъ единицъ времени:

$$A_1 = \quad P_1T \quad + \frac{P_1}{n} = P_1T + \frac{P_1}{n} \quad = A_1$$

$$A_2 = \left(P_1 - \frac{P_1}{n}\right)T + \frac{P_1}{n} = P_1T + \frac{P_1}{n} - \frac{P_1T}{n} = A_1 - \frac{P_1T}{n}$$

$$A_3 = \left(P_1 - \frac{2P}{n}\right)T + \frac{P_1}{n} = P_1T + \frac{P_1}{n} - 2\frac{P_1T}{n} = A_1 - \frac{2P_1T}{n}$$

$$A_4 = \left(P_1 - \frac{3P_1}{n}\right)T + \frac{P_1}{n} = P_1T + \frac{P_1}{n} - 3\frac{P_1T}{n} = A_1 - \frac{3P_1T}{n}$$

$$A_5 = \left(P_1 - \frac{4P_1}{n}\right)T + \frac{P_1}{n} = P_1T + \frac{P_1}{n} - 4\frac{P_1T}{n} = A_1 - \frac{4P_1T}{n}$$

$$A_n = \left(P_1 - \frac{(n-1)P_1}{n}\right)T + \frac{P_1}{n} = P_1T + \frac{P_1}{n} - \frac{(n-1)P_1T}{n} = A_1 - \frac{(n-1)}{n}P_1T.$$

Такимъ образомъ вслѣдствіе того, что по разсматриваемой категоріи русскихъ государственныхъ займовъ ежегодное погашеніе производилось въ однообразномъ (неизмѣняющемся) размѣрѣ, проценты на это погашеніе представляли сумму, на которую ежесрочная сумма должна была уменьшаться отъ одной единицы времени къ другой. Такъ какъ число погашенныхъ частей долга увеличивалось на одну въ каждую единицу времени, то въ каждую единицу времени на проценты по прибавившейся части погашеннаго долга происходило новое уменьшеніе ежесрочной суммы. Ежесрочное погашеніе однообразно и неизмѣняясь составляло въ каждую единицу времени по $\frac{P_1}{n}$, поэтому на $T^0/_0$ съ этой погашенной части долга или на $\frac{P_1T}{n}$ уменьшалась въ каждую единицу времени ежесрочная сумма, которая оттого составляла A_1, $A_1 - \frac{P_1T}{n}$, $A_1 - \frac{2P_1T}{n}$, $A_1 - \frac{3P_1T}{n}$, $A_1 - \frac{4P_1T}{n}$ и т. д., то есть представляла арифметическую прогрессію убывающую, разность которой или $d = \frac{P_1T}{n}$ вслѣдствіе чего $nd = P_1T$, $\frac{d}{T} = \frac{P}{n}$ (что составляетъ особенность займовъ съ убывающей арифметическою прогрессіею, въ которыхъ погашеніе составляетъ $\frac{1}{n}$ часть капитала). Слѣдовательно, если во всѣхъ выведенныхъ выше (съ § 69) выраженіяхъ мы примемъ $d = -\frac{PT}{n}$, то вставкою этого значенія d мы сдѣлаемъ ихъ удобопримѣнимыми къ упоминаемымъ русскимъ государственнымъ займамъ, что весьма сильно ихъ упрощаетъ. Такъ, по $4^0/_0$-нымъ займамъ 1840 — 49 годовъ $\frac{P_1T}{n} = = 69{,}000000 \cdot \frac{0{\cdot}04}{40} = 67{,}000$, поэтому примѣняя выведенныя выраженія, мы должны

брать $d = -67{,}000$. Слѣдовательно формулу роста, данную выше (§ 68), въ такомъ видѣ

$$T = \frac{\left(A_1 + \frac{d}{T}\right)[(1+T)^n - 1] - nd}{P(1+T)^n},$$

для примѣненія къ займамъ съ ежесрочною суммою, измѣняющагося въ убывающей ариѳметической прогрессіи, мы должны написать въ слѣдующемъ видѣ:

$$T = \frac{\left(A_1 - \frac{d}{T}\right)[(1+T)^n - 1] + nd}{P(1+T)^n}.$$

XIII.

Объ особенности публичныхъ займовъ, заключающейся въ присущей имъ множественности капиталовъ.

85. Важнѣйшія усложненія въ разсчетахъ по публичнымъ долгамъ кореннымъ источникомъ имѣютъ присущую этимъ долгамъ особенность, заключающуюся въ множественности (pluralité, Vielheit) видовъ связанныхъ съ ними капиталовъ и въ множественности видовъ роста на капиталъ, по которому по намъ приходится дѣлать разсчеты. Эта *множественность видовъ капитала и роста* отчасти общеизвѣстна и на ея основаніи говорятъ, что публичнымъ займамъ присущи двоякаго рода капиталы, *нарицательные* и *дѣйствительные*, и что имъ присущъ двоякій видъ роста, *нарицательный* и *дѣйствительный*. Но эти обозначенія не отличаются правильностью и ими далеко не исчерпываются ни все разнообразіе явленій, представляемыхъ множественностью капиталовъ и роста по публичнымъ займамъ, ни всѣ отличительныя свойства этихъ явленій.

86. Главнѣйшее основаніе, на которомъ держится множественность капиталовъ и видовъ роста, возможныхъ при одномъ и томъ публичномъ займѣ, заключается въ томъ, что *одна и та-же ежесрочная сумма A можетъ различнымъ образомъ распредѣляться между образующими ее двумя расходами, на уплату интересовъ и на производство погашенія*, въ зависимости отъ роста на капиталъ и срока займа. При одномъ и томъ же срокѣ, состоящемъ изъ n единицъ времени, наличная стоимость неизмѣняющейся (постоянной) ежесрочной суммы A можетъ имѣть различныя выраженія, потому что эта сумма можетъ быть равноцѣнна съ *различными* капиталами, въ зависимости отъ платы за пользованіе ими при разныхъ условіяхъ. Это разнообразіе въ установленіи равноцѣнности между ежесрочною суммою A и различными капиталами K, N, C, можно (означая по прежнему чрезъ φ наличную стоимость ежесрочной единицы) выразить слѣдующимъ образомъ:

$$A = \frac{K}{\varphi_{n(i)}} = \frac{N}{\varphi_{n(\theta)}} = \frac{C}{\varphi_{n(T)}} \text{ и т. д.}$$

и само собою разумѣется, что дальнѣйшее разнообразіе вносится еще и различіями въ срокахъ долговъ (n, n' n'' и т. д.); не останавливаясь на количествен-

ныхъ различіяхъ, достаточно въ послѣднемъ отношеніи отмѣтить лишь качественныя различія, неминуемо проистекающія отъ большей или меньшей продолжительности каждой изъ единицъ времени, изъ которыхъ слагается срокъ долга: образуется-ли срокъ, напримѣръ, изъ годовъ или полугодій. Если напримѣръ въ приведенныхъ выше выраженіяхъ равноцѣнности ежесрочной суммы A и капиталовъ K, N, C при ростахъ $t^0/_0$, $6^0/_0$, $T^0/_0$, срокъ n состоявъ изъ цѣлыхъ годовъ, то очевидно, что когда срокъ слагается изъ $2n$ полугодій при уплатѣ въ каждое T' полугодовыхъ $^0/_0$ или изъ $4n$ четвертей года при ростѣ на капиталъ въ $T\ ^0/_0$ за каждую четверть года, то этимъ установятся новыя выраженія равноцѣнности ежесрочной суммы A какимъ нибудь новымъ капиталамъ S или S', такъ что

$$A = \frac{S}{\varphi_{2n(T')}} = \frac{S'}{\varphi_{4n(T)}} = \frac{K}{\bar{\varphi}_{n(t)}} = \frac{N}{\bar{\varphi}_{n(6)}} = \frac{C}{\bar{\varphi}_{n(T)}} \text{ и т. д.}$$

нѣкоторыя изъ этихъ выраженій могутъ относиться къ одному и тому же публичному займу и въ нихъ-то будетъ обнаруживаться присущая ему множественность капиталовъ и видовъ роста. Поводы къ множественности могутъ исходить какъ отъ должника, такъ и отъ кредитора.

87. Отъ должника исходятъ поводы къ множественности капиталовъ и видовъ роста по публичнымъ долгамъ при ихъ заключеніи, какъ выраженіе условій, на которыхъ происходитъ самое заключеніе долга. Къ этаго-то рода множественности относится общеизвѣстное въ публикѣ различіе между нарицательнымъ и дѣйствительнымъ капиталомъ публичныхъ займовъ: нарицательнымъ капиталомъ называютъ тотъ, на который долгъ заключается; дѣйствительнымъ же капиталомъ называютъ тотъ, который отъ заключенія займа получается, имъ добывается (реализуется). Это обозначеніе, однако, не совсѣмъ правильное: капиталъ, на который долгъ заключается и который по долгу подлежитъ возврату и погашенію, совсѣмъ не менѣе дѣйствительный, чѣмъ капиталъ, добытый въ долгъ. Правильнѣе поэтому противупоставлять «погашаемый» капиталъ долга наличному или «реализованному» тѣмъ же долгомъ капиталу, выражающему наличную стоимость, которую въ моментъ заключенія долга имѣла связанная съ этимъ долгомъ ежесрочная сумма A. Если, придерживаясь ходячаго словоупотребленія, мы согласимся называть погашаемый капиталъ долга «нарицательнымъ» *), то придется различать два вида нарицательныхъ капиталовъ. Одинъ видъ нарицательныхъ капиталовъ представляется капиталами, подлежащими дѣйствительному возврату, выкупу или погашенію; ихъ поэтому неминуемо и нельзя иначе точнымъ образомъ опредѣлить, какъ по этому ихъ свойству, и поэтому правильнѣе во всякомъ случаѣ за ними сохранить означеніе ихъ, какъ погашаемыхъ капиталовъ. Другой видъ нарицательныхъ капиталовъ можно назвать кажущимися, потому что онъ служитъ лишь основаніемъ разсчетовъ по заключенному долгу. Напримѣръ, правительство объявитъ, что заключая заемъ, оно исходитъ изъ капитала въ 100.000.000 рублей,

*) Любопытно, что въ Англіи и на континентѣ Европы понятія о нарицательномъ капиталѣ долга противоположныя. Въ Англіи называютъ долгъ по тому наличному капиталу, который имъ добытъ (реализованъ, поэтому говорятъ: nominal amount realised) и этотъ капиталъ считаютъ нарицательнымъ, погашаемый же капиталъ (Stock created) считаютъ дѣйствительнымъ. На континентѣ Европы утвердилось словоупотребленіе, какъ разъ противуположное, доказывая этимъ, что оба словоупотребленія одинаково условны и произвольны.

на который оно будетъ уплачивать 5% интересовъ или 5.000.000 рублей, и $^1/_8$% погашенія или 125.000 рублей, а всего по 5.125.000 рублей въ годъ, что и будетъ представлять ежесрочную по данному займу сумму или A; но при этомъ-же займѣ можетъ быть объявлено, что подлежащій возврату или погашенію капиталъ считается въ 125.000.000 рублей, а добывается (реализуется) займомъ капиталъ въ 95.000.000 рублей. Въ этомъ случаѣ кажущійся нарицательный капиталъ будетъ на 25.000.000 рублей менѣе погашаемаго (настоящаго) нарицательнаго капитала.— Дальнѣйшее усложненіе множественности капиталовъ, насколько оно исходитъ отъ должника и условій, на которыхъ онъ заключаетъ свои долги, можетъ проистекать отъ обязательства, которое на себя принимаетъ должникъ, или отъ права, которое онъ за собою сохраняетъ, въ различныя части срока займа производить измѣненія въ погашаемомъ капиталѣ: по той самой облигаціи въ 100 рублей кажущагося нарицательнаго капитала, по которой онъ обязывается возвратить въ первые десять лѣтъ по 125 рублей, онъ вторые десять лѣтъ можетъ обязываться къ уплатѣ (если онъ ее раньше не выкупилъ или погасилъ) уже 130 рублей или лишь 120 рублей, съ такимъ же измѣненіемъ въ третье десятилѣтіе, съ новымъ измѣненіемъ въ четвертое десятилѣтіе и т. д.

88. Не менѣе важна та множественность капиталовъ по публичнымъ займамъ, поводъ къ которой непосредственно исходитъ отъ кредитора, отдающаго свой наличный капиталъ въ займы. Въ моментъ заключенія долга этотъ наличный капиталъ отдается по извѣстной цѣнѣ или по извѣстному росту, и этимъ тогда опредѣляется реализованный по долгу капиталъ. Для должника, на сколько его интересъ зависитъ отъ добываемаго наличнаго капитала, по заключеніи долга вопросъ о наличномъ капиталѣ безворотно рѣшается и отходитъ на задній планъ; на передній же планъ выдвигается и остается все время на виду лишь погашаемый капиталъ. Но для кредитора и для всей страны, для денежнаго рынка, для той особой вѣтви торговли, спекуляціи и кредита, которая сосредоточена на фондахъ, облигаціяхъ и вообще публично-долговыхъ бумагахъ, вопросъ о наличномъ капиталѣ, связанномъ съ каждымъ заключеннымъ долгомъ, сохраняетъ всю свою жизненность, ни на одинъ моментъ ея не теряя, вызывая самыя разнообразныя треволненія. Если правительство, реализировавъ 1.000.000 облигацій по 95 рублей за каждую, могло получить наличную стоимость ихъ въ 95.000.000 рублей, то изъ этого совсѣмъ не слѣдуетъ, что онѣ всегда сохраняютъ эту наличную стоимость, потому что цѣна наличнаго капитала подвергается самымъ разнообразнымъ колебаніямъ, а сверхъ того самымъ разнообразнымъ перемѣнамъ можетъ подвергаться и публичный кредитъ. Съ теченіемъ времени (иногда даже очень короткого) тотъ-же милльонъ облигацій можетъ пріобрѣсти наличную стоимость, на 20.000.000 рублей бо́льшую, или же на 20.000.000 рублей меньшую, чѣмъ та, по которой правительство ихъ первоначально реализировало. Такъ какъ облигаціи публичныхъ долговъ представляютъ одинъ изъ важнѣйшихъ видовъ современнаго имущества, то съ колебаніями въ его наличной стоимости связаны самыя разнообразныя, радостныя и печальныя, треволненія для отдѣльныхъ лицъ, богатѣющихъ и бѣднѣющихъ, въ зависимости отъ того, какую стоимость имѣетъ обладаемое ими имущество. Когда тотъ же 1.000.000 облигацій, который при первоначальномъ выпускѣ имѣлъ наличную стоимость 95.000.000 рублей, подавъ поводъ къ реализованному

капиталу въ этомъ размѣрѣ, вдругъ падаетъ въ стоимости до 60.000.000 рублей, то у извѣстной совокупности лицъ какъ бы испаряется имущество въ 35.000.000 рублей и эта сумма выражаетъ лишь «реализованный убытокъ»; наличная-же стоимость и капиталъ, реализуемый въ такой моментъ по означеннымъ облигаціямъ, уже не превышаетъ 60.000.000 рублей. И при всякомъ новомъ колебаніи въ этомъ реализуемомъ во всякое данное время по облигаціямъ капиталѣ, въ зависимости отъ ихъ наличной стоимости, происходятъ новыя перемѣны: одни капиталы занимаютъ мѣсто другихъ. Естественно поэтому, что наше послѣдующее изложеніе будетъ касаться не только той множественности капиталовъ, которое происходитъ отъ условій первоначальнаго заключенія долговъ, но еще и той множественности капиталовъ, которая происходитъ отъ дальнѣйшей судьбы долговъ и вызванныхъ ими бумагъ (облигацій, фондовъ). Само собою разумѣется, что въ существѣ, въ принципѣ, нѣтъ различія между реализуемымъ по публичному долгу (все равно, берется-ли онъ во всей его суммѣ, или въ одной изъ тѣхъ его частей, которыя приходятся на каждую отдѣльную облигацію) капиталомъ, въ чьихъ рукахъ онъ ни находился бы, должника или кредитора. Онъ могъ представлять иную денежную стоимость въ моментъ, когда его впервые добылъ должникъ, чѣмъ какую представляетъ потомъ, когда мѣсто одного кредитора занимаетъ другой; но это различіе неоднократно будетъ повторяться и впослѣдствіи, когда мѣсто другаго кредитора займетъ третій, а мѣсто третьяго кредитора займетъ четвертый и т. д., по мѣрѣ того какъ публично-долговая бумага будетъ переходить изъ рукъ въ руки и этимъ будетъ вызывать реализацію представляемаго бумагою капитала. Но хотя во всѣхъ этихъ случаяхъ реализуемый по публично-долговой бумагѣ капиталъ, выражающій наличную стоимость связанной съ этою бумагою ежесрочной суммы, по своему существу остается неизмѣннымъ, какъ бы онъ ни реализировался бы, и хотя какъ таковой, онъ существенно отличается лишь отъ иныхъ видовъ капиталовъ, связанныхъ съ публичнымъ долгомъ (погашаемыхъ и служащихъ основою исчисленія производимыхъ по данному долгу платежей)—тѣмъ не менѣе не излишне имѣть въ виду, что въ этомъ случаѣ существенно однородныя явленія проявляются въ очень большомъ, почти безконечномъ разнообразіи, съ которымъ связаны жизненные интересы и отдѣльныхъ лицъ, и цѣлыхъ государствъ, и многихъ публичныхъ корпорацій. Естественно, однако, что при нашемъ дальнѣйшемъ изложеніи, когда мы будемъ говорить о реализованномъ или реализуемомъ капиталѣ и о наличной стоимости суммъ, намъ не будетъ надобности снова напоминать объ означенномъ разнообразіи: достаточно сдѣланной въ этомъ мѣстѣ по сему предмету оговорки, а затѣмъ, означая какимъ либо знакомъ «реализованный или реализуемый» капиталъ, приводя формулы «наличной стоимости», мы уже будемъ предполагать извѣстнымъ то разнообразіе явленій, къ коимъ они относятся.

XIV.

О множественности видовъ роста по публичнымъ займамъ.

89. Множественности капиталовъ неминуемо должна соотвѣтствовать множественность видовъ роста. Во-первыхъ, въ высотѣ роста, составляющаго 3% или 5% или 6% и т. д., главнымъ образомъ выражается стоимость наличныхъ капиталовъ. Поэтому всякому реализуемому публичнымъ долгомъ капиталу неминуемо долженъ соотвѣтствовать извѣстный ростъ на капиталъ, которымъ собственно и опредѣляется, какой именно капиталъ въ данномъ случаѣ реализуется. Иными словами: въ основѣ всякаго установленія равноцѣнности между ежесрочною суммою и наличнымъ капиталомъ, составляющимъ ея наличную стоимость, всегда лежитъ извѣстный ростъ, которымъ собственно и опредѣляется, какіе результаты даетъ капитализація ежесрочной суммы. Этотъ-то видъ роста принято называть дѣйствительнымъ ростомъ, но такое его обозначеніе не вполнѣ правильно, такъ какъ мы сейчасъ увидимъ, что и другіе виды роста могутъ быть совсѣмъ не менѣе дѣйствительными. Правильнѣе поэтому было-бы означать *ростомъ реализаціи*, или «реализаціоннымъ» ростомъ тотъ, въ которомъ выражается стоимость наличнаго капитала, или плата за пользованіе всякою сотнею единицъ денежной стоимости (рублей, франковъ, марокъ, долларовъ, фунтовъ стерлингъ, гульденовъ и т. д.) во всякую единицу времени (годъ, полугодіе, четверть года и т. д.); этотъ ростъ можно также называть „оцѣночнымъ ростомъ“ (taux d'évaluation), потому что онъ служитъ основою биржевой или рыночной оцѣнки капиталовъ, приводимыхъ въ движеніе кредитомъ; англійскіе вычислители его называютъ „вознаградительнымъ“ ростомъ, remunerative rate. Во-вторыхъ, въ основѣ всякаго погашенія долженъ также всегда лежать извѣстный ростъ, опредѣляющій скорость, съ которою оно будетъ производиться. Разъ поставляется цѣль погашенія, должно быть опредѣлено, въ какомъ размѣрѣ оно будетъ производиться въ каждую единицу времени, и какое берется предположеніе о томъ, какъ изъ ежегодной суммы, назначенной собственно для погашенія, составится весь погашенный капиталъ. При томъ предположеніи, изъ котораго мы главнѣйше исходили въ предшедшемъ изложеніи (что сумма, назначенная на погашеніе, наростаетъ сложными процентами и такимъ образомъ изъ нея образуется погашаемый капиталъ), само собою очевидно, какое самостоятельное, вполнѣ реальное, значеніе имѣетъ тотъ ростъ, на основаніи котораго разсчитывается наростаніе сложными процентами назначенной для погашенія ежесрочной суммы. И очевидно, что далеко не вполнѣ точно думать, будто этотъ ростъ можно противуполагать „дѣйствительному“ росту: ростъ, по коему разсчитывается погашеніе, когда, напримѣръ установляется, что въ каждое полугодіе на него будетъ расходоваться $0{,}084281\%$ съ погашаемаго капитала, съ наростаніемъ этого назначенія 2% въ каждое полугодіе, такой-же „дѣйствительный“, какъ и тѣ $4^1/_2\%$ или 5% или даже 8% и больше, по которому можетъ состояться реализація займа, связаннаго съ означеннымъ погашеніемъ. Правильнѣе лишь было-бъ

одинъ ростъ называть реализаціоннымъ, а другой погасительнымъ или аммортизаціоннымъ, англійскіе вычислители послѣдній называютъ „позстановительнымъ“ reproductive rate *). Обиходному языку, однако, понятіе аммортизаціоннаго роста, въ его реальномъ значеніи, совершенно чуждо; въ противуположность-же реализаціонному росту, односторонне именуемому «дѣйствительнымъ», принято говорить лишь о «нарицательномъ» ростѣ. Но въ понятіи о послѣднемъ сливаются весьма различныя вещи. Наиважнѣйшую изъ нихъ, погасительный ростъ, мы только что выяснили. Нарицательный ростъ, однако, служитъ еще и иному назначенію вслѣдствіе того, что погашаемый капиталъ, или капиталъ, признанный долгомъ и подлежащимъ возврату для прекращенія долга, обыкновенно служитъ основаніемъ для установленія или расчета и тѣхъ ежесрочныхъ суммъ, которыя будутъ расходоваться для уплаты интересовъ по долгу. Такъ какъ погашаемый капиталъ неминуемо долженъ быть принятъ въ соображеніе при установленіи ежесрочнаго погасительнаго платежа, то его-же кстати берутъ основаніемъ и для установленія ежесрочнаго расхода на уплату интересовъ, тѣмъ болѣе, что этимъ путемъ часто только можетъ быть правильно установленъ и погасительный ростъ. Но очевидно что при этомъ погашаемый капиталъ, насколько дѣло касается не его непосредственно, а интересовъ, уже лишь служитъ расчетнымъ основаніемъ. Когда правительство, заключая заемъ, по которому оно обязуется погасить 100.000,000 рублей съ ассигнованіемъ для этого въ каждое полугодіе по $0{,}084281$ % съ погашаемаго капитала, нарастающихъ 2% въ каждое полугодіе, въ то-же время заявляетъ, что оно будетъ уплачивать ежегодно въ качествѣ интересовъ 4% на означенные 100.000,000 рублей, то, какъ сумма въ 100.000,000 рублей, такъ и ростъ въ 4%, въ этомъ случаѣ составляютъ лишь арифметическія данныя (множители) для опредѣленія той суммы, которую правительство намѣрено расходовать на уплату интересовъ за добываемый капиталъ: въ нашемъ примѣрѣ означенныя арифметическія данныя (множители) показываютъ, что правительство намѣрено уплачивать ежегодно въ видѣ интересовъ за добываемый капиталъ 4.000,000 рублей. Эта сумма въ данномъ случаѣ важна и только она имѣетъ реальный смыслъ, но она еще не означаетъ *никакого* роста, потому что еще неизвѣстно, за пользованіе какимъ капиталомъ она будетъ служить уплатою. Лишь впослѣдствіи, условіями, на которыхъ правительство успѣетъ добыть реализуемый капиталъ, опредѣлится, будутъ-ли эти 4.000,000 рублей составлять ростъ въ 4%, или въ 3%, или въ 5%, или по сколько-бы то ни было процентовъ. Но пока это не выяснилось, еще *ничего* собственно о ростѣ, по уплатѣ интересовъ, неизвѣстно. Тѣмъ не менѣе несомнѣнно, что отношеніе, по которому вычислена или на которомъ построена, сумма въ 4.000,000 рублей, дѣйствительно имѣетъ коренное значеніе въ качествѣ одного изъ опредѣлителей того роста, по уплатѣ интересовъ, который окончательно выяснится лишь реализаціею. И потъ на томъ основаніи, что означенное отношеніе

*) Возможно и такое устройство погашенія, при которомъ оно не наростаетъ вовсе никакими процентами, когда оно составляетъ, напримѣръ, ежегодно $2^1/_2$ % съ погашаемаго капитала въ теченіи 40 лѣтъ (какъ въ нашихъ кавкриновскихъ займахъ) или ежегодно по 2% въ теченіи 50 лѣтъ (какъ въ нашихъ бывшихъ $4^1/_2$ %-ныхъ займахъ). Но эти случаи лишь показываютъ, что погасительный ростъ не составляетъ непремѣнной принадлежности всякаго займа, что конечно не можетъ мѣшать ему сохранять свое значеніе для займовъ съ прогрессивно-наростающимъ погашеніемъ.

имѣетъ нѣкоторое наружное подобіе роста, его принято обозначать, какъ «нарицательный ростъ», какъ нѣчто лишь кажущееся, но не дѣйствительное. Отчасти это правильно, но все-таки не мѣшаетъ помнить, что и нарицательный ростъ выражаетъ нѣчто очень реальное: тотъ матеріалъ, мѣру тѣхъ цѣнностей, которыя должникъ расходуетъ для уплаты интересовъ, хотя эта мѣра еще не есть окончательно опредѣлившійся ростъ по уплатѣ интересовъ. Еще болѣе и вполнѣ реальное значеніе, однако, «нарицательный ростъ» имѣетъ отъ того, что онъ почти всегда выражаетъ то, что мы назвали «погасительнымъ ростомъ».

90. Искусственность, на которой держится понятіе о «нарицательномъ ростѣ», не исчерпывается изложенными указаніями и иногда связывается съ дальнѣйшими ея усложненіями. Такъ въ томъ случаѣ, когда выпускаются сторубленыя облигаціи съ «нарицательнымъ ростомъ» въ 5%, по которымъ погашаемый капиталъ составляетъ не 100, а напримѣръ 125 рублей, «нарицательный ростъ» выражаетъ отношеніе суммы, назначенной для расхода на уплату интересовъ, къ другой, условно принятой суммѣ, никакой связи ни съ чѣмъ реальнымъ неимѣющей. Въ этомъ случаѣ нарицательный ростъ не совпадаетъ съ погасительнымъ и опредѣленіе послѣдняго связано съ особымъ разсчетомъ. По отношенію къ суммѣ погашаемаго капитала нарицательный ростъ въ этомъ случаѣ будетъ составлять совсѣмъ не 5%, а лишь 4%. Очевидно, что въ этомъ случаѣ мы будемъ имѣть предъ собою два вида нарицательнаго роста: одинъ, кажущійся, въ 5%, а другой настоящій, въ 4%.

91. Сказаннымъ, однако, не исчерпываются усложненія связанныя съ нарицательнымъ ростомъ, насколько онъ участвуетъ въ опредѣленіи уплачиваемыхъ по долгу интересовъ. Нарицательный ростъ имѣетъ еще другія особенности, въ зависимости отъ того, что онъ иногда обозначается по одной единицѣ времени (считаясь, напримѣръ, годовымъ), тогда какъ на дѣлѣ интересы начисляются и уплачиваются при другихъ единицахъ времени (по полугодіямъ, по четвертямъ года и т. д.). Напримѣръ, заключается заемъ, называемый пятипроцентнымъ, потому что онъ заключается яко-бы изъ годовыхъ 5% на нарицательный (погашаемый) капиталъ, но при этомъ принимается обязательство уплачивать въ концѣ каждаго полугодія по $2^1/_2$ % на тотъ-же нарицательный капиталъ. Очевидно, въ такомъ случаѣ, что если въ концѣ перваго полугодія 1 рубль нарицательнаго капитала превратится въ $1{,}025$, то въ концѣ втораго полугодія, или въ концѣ года, тотъ-же рубль, превратится въ $(1{,}025)^2 = 1{,}050625$. Или, если по займу, который считается 5%-нымъ, принимается обязательство уплачивать въ концѣ каждой четверти года $1^1/_4$ % на нарицательный капиталъ, то каждый рубль нарицательнаго капитала, превращающійся въ концѣ первой четверти года въ $1{,}0125$ рублей, въ концѣ четвертой четверти, или вообще въ концѣ года, превратится въ $(1{,}0125)^4 = 1{,}05094539$ рублей. Такимъ образомъ, хотя заемъ будетъ называться пятипроцентнымъ, но при полугодовой уплатѣ по $2^1/_2$ % на каждые 100 рублей нарицательнаго капитала будетъ уплачиваться не 5%, а $5{,}0625$ %, а при уплатѣ процентовъ по четвертямъ года по нему будетъ уплачиваться въ годъ вмѣсто 5% еще больше, а именно $5{,}094534$ % или уже почти $5^1/_{10}$ % на всякіе 100 рублей нарицательнаго капитала. Если заемъ называется 4%-нымъ, но по нему начисляется интересовъ за каждую четверть года по 1% съ нарицательнаго капитала, а за всѣ четыре четверти года

или за цѣлый годъ, одинъ рубль нарицательнаго капитала превращается въ $(1{,}01)^4 = 1{,}0406041$, то по нему на дѣлѣ будетъ начисляться $4{,}06041$ % годовыхъ на нарицательный капиталъ, вмѣсто 4%. Очевидно, что и въ этомъ случаѣ мы имѣемъ предъ собою два вида нарицательнаго роста: одинъ — условно принятый и лишь кажущійся и другой — настоящій (собственный) нарицательный ростъ, дѣйствительно начисляемый.

92. Если кажущійся (принятый) нарицательный ростъ мы означимъ чрезъ t' и если интересы по займу начисляются и уплачиваются k разъ въ году въ размѣрѣ $\frac{t'}{k}$ за каждую $\frac{1}{k}$-ую часть года, то каждая единица денежной стоимости (каждый рубль) въ каждую $\frac{1}{k}$-ую часть года превратится въ $1+\frac{t'}{k}$, а по истеченіи всѣхъ k частей года, или въ концѣ года, она превратится въ $\left(1+\frac{t'}{k}\right)^k$. Означимъ это выраженіе чрезъ $1+t$, или положимъ $1+t=\left(1+\frac{t'}{k}\right)^k$; въ такомъ случаѣ t будетъ означать настоящій годовой нарицательный ростъ, дѣйствительно начисляемый, въ противоположность кажущемуся. Такимъ образомъ при кажущемся (принятомъ) нарицательномъ ростѣ t', когда проценты уплачиваются k разъ въ году, настоящій (собственный) нарицательный ростъ, по которому на дѣлѣ начисляются проценты, составляетъ $t=\left(1+\frac{t'}{k}\right)^k-1$. При этомъ всякая единица денежной стоимости въ каждый годъ превращается въ $(1+t)=\left(1+\frac{t'}{k}\right)^k$, а въ n лѣтъ она превратится въ $(1+t)^n=\left(1+\frac{t}{k}\right)^{kn}$. Когда кажущійся годовой нарицательный ростъ представляетъ величину данную (извѣстную), то по формулѣ $t=\left(1+\frac{t'}{k}\right)^k-1$ легко исчислить настоящій (собственный) годовой нарицательный ростъ. И наоборотъ, изъ того-же равенства $1+t=\left(1+\frac{t'}{k}\right)^k$ легко выводится, что $1+\frac{t'}{k}=(1+t)^{\frac{1}{k}}$, а потому $\frac{t'}{k}=(1+t)^{\frac{1}{k}}-1$ и $t'=k\left((1+t)^{\frac{1}{k}}-1\right)$.

93. Для того, чтобъ кажущійся годовой нарицательный ростъ, при уплатѣ интересовъ по частямъ года, былъ видимымъ выраженіемъ всего начисляемаго по займу годоваго нарицательнаго роста, необходима такая его эквивалентность (равноцѣнность) годовому настоящему нарицательному росту, которая выражается равенствомъ $1+t'=\left(1+\frac{t}{k}\right)^k$ или $(1+t')^{\frac{1}{k}}=1+\frac{t}{k}$, слѣдовательно $\frac{t}{k}=(1+t')^{\frac{1}{k}}-1$, а потому $t=k\left((1+t')^{\frac{1}{k}}-1\right)$. Напримѣръ, если кажущійся годовой нарицательный ростъ $t'=5$% при полугодовой уплатѣ интересовъ, или при $k=2$, тогда этому долженъ соотвѣтствовать полугодовой настоящій нарицательный ростъ $\frac{t}{2}=$ $=(1{,}05)^{\frac{1}{2}}-1=2{,}469507$ %, но не $2^1/_2$ %, а потому необходимъ настоящій годовой нарицательный ростъ или $t=4{,}939015$ % вмѣсто 5%. При уплатѣ интересовъ по четвертямъ года нужно $\frac{t}{4}=(1{,}05)^{\frac{1}{4}}-1=1{,}22722$ %, но не $1^1/_4$ % или необходимъ

годовой $t = 4{,}90888\ ^0/_0$, вмѣсто $5^0/_0$. Когда кажущійся годовой нарицательный ростъ или $t' = 4^0/_0$ при уплатѣ процентовъ по четвертямъ года, тогда эквивалентенъ будетъ настоящій нарицательный ростъ для каждой четверти года $\frac{t}{4} = (1{,}04)^{\frac{1}{4}} - 1 = 0{,}98534\ ^0/_0$ вмѣсто $1^0/_0$, а для всего года $t = 3{,}941362\ ^0/_0$ вмѣсто $4^0/_0$. Этотъ-то эквивалентный нарицательный ростъ въ исчисленныхъ его размѣрахъ, не смотря на его начисленіе по частямъ года, и напротивъ даже именно въ силу такого его начисленія, составитъ столько-же, сколько составитъ приведенный кажущійся нарицательный ростъ при уплатѣ его сразу за весь годъ.

94. Изъ вышеизложеннаго не трудно заключить, что отличающая публичные долги особенность, заключающаяся въ множественности связанныхъ съ ними видовъ капитала и роста, главнѣйше сводится къ несовпаденію между реализуемымъ и погашаемымъ капиталами, а также къ несовпаденію между реализаціоннымъ и аммортизаціоннымъ ростомъ. «Нарицательный капиталъ» и «нарицательный ростъ» при этомъ служатъ тѣми элементами (составными частями) публичныхъ долговъ, которые собственно вызываютъ означенныя несовпаденія. Дальнѣйшее усложненіе отъ того обстоятельства, что какъ нарицательный капиталъ, такъ и нарицательный ростъ, иногда встрѣчаются въ различныхъ видахъ, можно считать не существеннымъ. Ибо когда мы имѣемъ предъ собою нарицательный капиталъ, въ видѣ кажущагося и настоящаго, — когда напримѣръ, за вносимыя наличный капиталъ въ 95 рублей выдается облигація въ 100 рублей нарицательныхъ, по которой не только погашается капиталъ въ 100 рублей, но сверхъ того еще 25 рублей, то это равносильно тому, какъ еслибъ, минуя кажущійся видъ нарицательнаго капитала (въ сторублевой суммѣ облигацій), мы прямо исходили изъ того, что настоящій нарицательный капиталъ составляетъ 125 рублей, которые и представляютъ весь погашаемый капиталъ. Слѣдовательно, кажущійся видъ нарицательнаго капитала всегда легко и необходимо замѣнить настоящимъ нарицательнымъ капиталомъ по погашаемому капиталу и только тогда мы имѣемъ полное и правильное о немъ понятіе. И также точно, когда нарицательный ростъ встрѣчается въ двоякомъ видѣ, кажущагося и настоящаго, то необходимо сначала устранить первый замѣною его вторымъ, для правильнаго сужденія о предметѣ. Поэтому мы можемъ, по крайней мѣрѣ на время, оставить въ сторонѣ то усложненіе дѣла, которое вызывается кажущимися видами нарицательнаго капитала и нарицательнаго роста, исходя изъ того, что мы имѣемъ дѣло съ настоящимъ нарицательнымъ капиталомъ и настоящимъ нарицательнымъ ростомъ.

XV.

Вліяніе множественности капиталовъ и видовъ роста на наличную стоимость ежесрочныхъ суммъ: реализаціонный или вознаградительный ростъ, какъ основа вычисленій наличной стоимости ежесрочной суммы и частей ея, служащихъ для уплатъ интересовъ и погашенія.

---

95. Чтобъ разобрать вліяніе, оказываемое только что разсмотрѣнною особенностью публичныхъ займовъ, а именно, присущею имъ множественностью видовъ капитала и роста, намъ придется, очевидно, остановиться на разсмотрѣніи вопроса: измѣняетъ-ли въ чемъ-нибудь эта множественность основы установленія наличной стоимости ежесрочной суммы A, равноцѣнность которой съ какимъ-либо капиталомъ необходима для того, чтобъ заемъ могъ состояться? Мы видѣли, что коренное выраженіе этой наличной стоимости составляетъ

$$A\mathfrak{v}_{n(T)} = \frac{A}{T}\left(1 - \frac{1}{(1+T)^n}\right)$$

и что даже въ случаяхъ измѣненія основныхъ условій, изъ которыхъ это выраженіе выведено и которыя касались свойствъ самой ежесрочной суммы (когда ежесрочная сумма уплачивается не въ концѣ, а въ началѣ каждой единицы времени, когда она измѣняется въ ариѳметической или геометрической прогрессіи, когда производство ея уплаты начинается раньше или позже, чѣмъ происходитъ ея обмѣнъ на равноцѣнный ей наличный капиталъ, и наконецъ, когда ея уплата производится въ теченіи не только цѣлаго числа единицъ времени, но и такого числа съ дробною частью единицы времени), это общее выраженіе наличной стоимости ежесрочной суммы A измѣнялось лишь настолько, насколько это опредѣлялось измѣненіями свойствъ самой ежесрочной суммы и, напротивъ, оставалось въ томъ смыслѣ неизмѣннымъ, что во всякомъ случаѣ оно продолжало строиться на предположеніи *одинаковаго* хода увеличенія *одними и тѣми-же* сложными процентами, какъ самой ежесрочной суммы, такъ и капитала, ей равноцѣннаго. Теперь же намъ придется разсмотрѣть дѣло, исходя изъ того, что ежесрочная сумма сама ни въ чемъ не измѣняется и остается все тою-же, но она различнымъ образомъ дробится на тѣ двѣ ея части, изъ которыхъ одна служитъ для платы за пользованіе занятымъ капиталомъ, а другая для погашенія долга: должникъ производитъ это ея дробленіе, исходя изъ однихъ предположеній, заимодавецъ-капиталистъ производитъ дробленіе той-же ежесрочной суммы на указанныя ея части, исходя изъ другихъ предположеній. Какъ-же это сказывается на ея наличной стоимости? Располагая извѣстною ежесрочною суммою отъ налоговъ, государство въ состояніи лишь предрѣшить, съ какою скоростью оно желало бы погасить заключаемый имъ новый долгъ, слѣдовательно, сколько изъ имѣющейся у него ежесрочной суммы оно въ состояніи ассигновать на погашеніе и сколько — на платежи интересовъ за занимаемый капиталъ. Но окажется-ли при этомъ возможнымъ, чтобъ ходъ накопленія сложныхъ процентовъ на всю ежесрочную сумму и на равноцѣнный ей наличный капиталъ оставался безъ измѣненія именно такимъ, какимъ онъ первоначально предполагался

государствомъ, это очевидно будетъ зависѣть отъ условій, на которыхъ заемъ будетъ заключенъ, отъ цѣны, по которой капиталисты-кредиторы согласятся уступить занимаемый у нихъ капиталъ, слѣдовательно отъ того *реализаціоннаго (оцѣночнаго) роста*, который они потребуютъ. Этотъ реализаціонный или оцѣночный ростъ опредѣлитъ наличную стоимость отдаваемой государствомъ ежесрочной суммы A тѣмъ, что *онъ ляжетъ въ основаніи разцѣнки* обѣихъ образующихъ ее частей: той части, которая предназначалась для уплаты интересовъ, и той части, которая предназначалась для производства погашенія. Пусть первоначальныя предположенія государства-должника состоятъ въ томъ, что погашаемый капиталъ по предстоящему новому займу будетъ K, или что государственный долгъ будетъ увеличенъ на сумму K, и что это увеличеніе вызоветъ новый расходъ ежесрочной суммы A, въ теченіи n единицъ времени, въ которыя новый долгъ желаютъ погасить, удѣляя для этого изъ ежесрочной суммы A часть, которая будетъ наростать изъ $t^0/_0$ и слѣдовательно составитъ для погашенія одной единицы капитала $\frac{t}{(1+t)^n-1}$, а для погашенія долга K потребуетъ ежесрочно въ K разъ больше или $\frac{Kt}{(1+t)^n-1}$. Въ такомъ случаѣ, очевидно, заемъ будетъ построенъ на томъ предположеніи, что ежесрочная сумма A, нарастая сложными $t^0/_0$, въ n единицъ времени составляетъ столько-же, сколько составляетъ капиталъ K, наростая тѣми-же сложными $t^0/_0$ или $A\omega_{n(t)} = K(1+t)^n$, или $\frac{A}{t}[(1+t)^n-1] = K(1+t)^n$, поэтому $\frac{A[(1+t)^n-1]}{(1+t)^n} = Kt$ или $A\left(1-\frac{1}{(1+t)^n}\right) = Kt$, что будетъ выражать интересы въ размѣрѣ $t^0/_0$ на капиталъ K; погашеніе-же или $\frac{Kt}{(1+t)^n-1} = \frac{A}{(1+t)^n}$. Вмѣстѣ-же интересы и погашеніе составятъ A, потому, что:

$$Kt + \frac{Kt}{(1+t)^n-1} = \frac{A[(1+t)^n-1]}{(1+t)^n} + \frac{A}{(1+t)^n} = \frac{A(1+t)^n - A + A}{(1+t)^n} = A.$$

Слѣдовательно, предположенія по займу будутъ заключаться въ томъ, что по новому долгу погашаемый (парицательный) капиталъ составляетъ K, парицательный ростъ составляетъ $t^0/_0$, соотвѣтственно-же этому часть ежесрочной суммы расходуемая на уплату интересовъ, составитъ въ первую, вторую, третью и слѣдующія единицы времени:

$$A\left[1-\frac{1}{(1+t)^n}\right],\ A\left[1-\frac{1}{(1+t)^{n-1}}\right],\ A\left[1-\frac{1}{(1+t)^{n-2}}\right],\ \cdots A\left[1-\frac{1}{(1+t)^{n-(m-1)}}\right]\cdots,$$
$$A\left[1-\frac{1}{(1+t)^2}\right],\ A\left[1-\frac{1}{1+t}\right];$$

часть же ежесрочной суммы, расходуемая на погашеніе, составитъ въ первую, вторую, третью и слѣдующія, до послѣдней, единицы времени:

$$\frac{A}{(1+t)^n},\ \frac{A}{(1+t)^{n-1}},\ \frac{A}{(1+t)^{n-2}},\ \cdots\ \frac{A}{(1+t)^{n-(m-1)}},\ \cdots\ \frac{A}{(1+t)^2},\ \frac{A}{(1+t)}.$$

Эти-то уплаты интересовъ и погашенія капиталисты-заимодавцы будутъ расцѣнивать по своему, исходя изъ цѣны наличнаго капитала и опредѣливъ на ея основаніи, что реализаціонный или оцѣночный ростъ по займу будетъ $\tau^0/_0$. Посмотримъ, какіе результаты дастъ эта расцѣнка.

96. Посмотримъ сначала, какъ на основаніи реализаціоннаго роста въ $\tau^0/_0$ будутъ расцѣниваться уплаты въ счетъ интересовъ. Первый ихъ платежъ или

$A\left(1-\frac{1}{(1+t)^n}\right)$, который будетъ произведенъ въ концѣ первой единицы времени, будетъ въ началѣ ея имѣть наличную стоимость, которая, если она опредѣляется на основаніи требованія $\tau^0/_0$ за наличный капиталъ, составитъ $\frac{A}{1+\tau}\left(1-\frac{1}{(1+t)^n}\right)$. Второй платежъ интересовъ или $A\left(1-\frac{1}{(1+t)^{n-1}}\right)$ производится въ концѣ второй единицы времени и поэтому въ началѣ первой единицы времени, при требованіи $\tau^0/_0$ за реализуемый капиталъ, будетъ имѣть наличную стоимость $\frac{A}{(1+\tau)^2}\left(1-\frac{1}{(1+t)^{n-1}}\right)$. Третій платежъ интересовъ $A\left(1-\frac{1}{(1+t)^{n-2}}\right)$, производящійся въ концѣ третьей единицы времени, въ началѣ первой единицы времени, или за три единицы времени передъ тѣмъ, при $\tau^0/_0$ на реализуемый капиталъ, будетъ имѣть наличную стоимость $\frac{A}{(1+\tau)^3}\left(1-\frac{1}{(1+t)^{n-2}}\right)$, и т. д. Уплата интересовъ, производящихся въ концѣ m-ой единицы времени, составляющая нарицательную сумму $A\left(1-\frac{1}{(1+t)^{n-(m-1)}}\right)$, при реализаціи займа, то есть, въ началѣ первой единицы времени, при требованіи $\tau^0/_0$ за реализуемый капиталъ, будетъ имѣть наличную стоимость $\frac{1}{(1+\tau)^m}\left(1-\frac{1}{(1+t)^{n-(m-1)}}\right)$. На этомъ-же основаніи предпослѣдняя уплата интересовъ будетъ имѣть наличную стоимость $\frac{1}{(1+\tau)^{n-1}}\left(1-\frac{1}{(1+t)^2}\right)$, а послѣдняя уплата интересовъ будетъ имѣть наличную стоимость $\frac{A}{(1+\tau)^n}\left(1-\frac{1}{1+t}\right)$. Вмѣстѣ же всѣ уплаты въ счетъ интересовъ будутъ имѣть наличную стоимость (означимъ ее чрезъ R), которая опредѣлится, какъ итогъ слѣдующаго многочлена:

$$R=\frac{A}{1+\tau}\left(1-\frac{1}{(1+t)^n}\right)+\frac{A}{(1+\tau)^2}\left(1-\frac{1}{(1+t)^{n-1}}\right)+\frac{A}{(1+\tau)^3}\left(1-\frac{1}{(1+t)^{n-2}}\right)+\cdots\cdot$$
$$+\frac{A}{(1+\tau)^m}\left(1-\frac{1}{(1+t)^{n-(m-1)}}\right)+\cdots\cdots\cdot+\frac{A}{(1+\tau)^{n-1}}\left(1-\frac{1}{(1+t)^2}\right)+$$
$$+\frac{A}{(1+\tau)^n}\left(1-\frac{1}{1+t}\right).$$

Раскрывъ скобки этихъ выраженій и оставивъ за ними только A, можно для удобства сложенія представить ихъ въ видѣ разности слѣдующихъ двухъ многочленовъ:

$$R=A\left[\left(\frac{1}{(1+\tau)}+\frac{1}{(1+\tau)^2}\cdots\cdots\cdots+\frac{1}{(1+\tau)^{n-1}}+\frac{1}{(1+\tau)^n}\right)-\left(\frac{1}{(1+\tau)(1+t)^n}+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\frac{1}{(1+\tau)^2(1+t)^{n-1}}+\cdots\cdot+\frac{1}{(1+\tau)^{n-1}(1+t)^2}+\frac{1}{(1+\tau)^n(1+t)}\right)\right].$$

Изъ этихъ двухъ многочленовъ первый представляетъ наличную стоимость ежесрочной единицы, капитализованной изъ $\tau^0/_0$ или $\varphi_{n(\tau)}=\frac{1}{\tau}\left(1-\frac{1}{(1+\tau)^n}\right)$. Второй-же многочленъ представляетъ геометрическую прогрессію со знаменателемъ $\frac{1+t}{1+\tau}$, поэтому итогъ ея членовъ составитъ:

$$\left(\frac{1}{(1+\tau)^n(1+t)}\cdot\frac{1+t}{1+\tau}-\frac{1}{(1+t)^n(1+\tau)}\right):\left(\frac{1+t}{1+\tau}-1\right)=\left(\frac{1}{(1+\tau)^{n+1}}-\frac{1}{(1+\tau)(1+t)^n}\right):$$

$$\frac{1+t-1-\tau}{1+\tau} = \left(\frac{1+\tau}{(1+\tau)^{n+1}} - \frac{1+\tau}{(1+\tau)(1+t)^n}\right)\frac{1}{t-\tau} = \frac{1}{t-\tau}\left(\frac{1}{(1+\tau)^n} - \frac{1}{(1+t)^n}\right) =$$
$$= \frac{1}{\tau-t}\left(\frac{1}{(1+t)^n} - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right).$$

Слѣдовательно

$$R = A\left[\varphi_{n(\tau)} - \frac{1}{\tau-t}\left(\frac{1}{(1+t)^n} - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right)\right].$$

Выраженіе это можно упростить, если вмѣсто $\varphi_{n(\tau)}$ подставить $\frac{1}{\tau}\left(1-\frac{1}{(1+\tau)^n}\right)$ и затѣмъ его привести къ одному знаменателю; тогда получится:

$$R = \left(\frac{1-\frac{1}{(1+\tau)^n}}{\tau} - \frac{\frac{1}{(1+t)^n} - \frac{1}{(1+\tau)^n}}{\tau-t}\right)A = \left(\frac{\tau-t-\frac{\tau}{(1+\tau)^n} + \frac{t}{(1+\tau)^n} - \frac{\tau}{(1+t)^n} + \frac{\tau}{(1+\tau)^n}}{(\tau-t)\,\tau}\right)$$

$$A = \frac{\tau - \frac{\tau}{(1+t)^n} - t + \frac{t}{(1+\tau)^n}}{\tau(\tau-t)}A = \frac{\tau\left(1-\frac{1}{(1+t)^n}\right) - t\left(1-\frac{1}{(1+\tau)^n}\right)}{\tau(\tau-t)}A =$$

$$= A\left(\frac{1-\frac{1}{(1+t)^n}}{\tau-t} - \frac{t}{\tau-t}\,\frac{1-\frac{1}{(1+\tau)^n}}{\tau}\right) = A\left(\frac{t}{\tau-t}\cdot\frac{1-\frac{1}{(1+t)^n}}{t} - \frac{t}{\tau-t}\cdot\frac{1-\frac{1}{(1+\tau)^n}}{\tau}\right) =$$
$$= \frac{t}{\tau-t}A\left(\varphi_{n(t)} - \varphi_{n(\tau)}\right).$$

Но $A\varphi_{n(t)} = K$, то есть — составляетъ выраженіе нарицательнаго (погашаемаго) капитала долга, а если мы означимъ $A\varphi_{n(\tau)} = C$, то это будетъ выраженіе реализованнаго по долгу капитала; разность-же между обоими капиталами, погашаемымъ и реализованнымъ, (означимъ ее чрезъ W) или $W = K - C$ есть выраженіе того, что называютъ «потерею на реализаціи», или разностью между нарицательною и покупною (наличною) стоимостью уплатъ по долгу. Поэтому

$$R = \frac{t}{\tau-t}(K-C) = \frac{Wt}{\tau-t}.$$

Таковъ будетъ результатъ расцѣнки наличной стоимости уплатъ въ счетъ интересовъ.

97. Расцѣнка ежесрочныхъ уплатъ въ счетъ погашенія, при требованіи $\tau\%$ за реализуемый капиталъ, дѣлается на однородныхъ основаніяхъ. Погасительный платежъ, который производится въ концѣ первой единицы времени и составляетъ $\frac{A}{(1+t)^n}$, при реализаціи займа будетъ имѣть наличную стоимость $\frac{A}{(1+\tau)(1+t)^n}$; погасительный платежъ второй единицы времени, составляющій $\frac{A}{(1+t)^{n-1}}$, тогда-же будетъ имѣть наличную стоимость $\frac{A}{(1+\tau)^2(1+t)^{n-1}}$ и т. д.; погасительный платежъ m-ой единицы времени, составляющій $\frac{A}{(1+t)^{n-(m-1)}}$, при реализаціи займа будетъ имѣть наличную стоимость $\frac{A}{(1+\tau)^m(1+t)^{n-(m-1)}}$ и т. д.; наконецъ послѣдній погасительный платежъ, который составитъ $\frac{A}{1+t}$, при реализаціи займа будетъ имѣть наличную стоимосгь $\frac{A}{(1+\tau)^n(1+t)}$. Вмѣстѣ-же всѣ погасительные

уплаты будутъ имѣть наличную стоимость (означимъ ее чрезъ E), которая опредѣлится сложеніемъ:

$$E = \frac{A}{(1+\tau)(1+t)^n} + \frac{A}{(1+\tau)^2(1+t)^{n-1}} + \cdots + \frac{A}{(1+\tau)^m(1+t)^{n-(m-1)}} + \cdots + \frac{A}{(1+\tau)^n(1+t)}.$$

Вынеся A за скобки, мы имѣемъ для сложенія члены геометрической прогрессіи съ знаменателемъ $\frac{1+t}{1+\tau}$, поэтому итогъ ея членовъ составитъ:

$$E = A\left[\left(\frac{1}{(1+t)(1+\tau)^n}\cdot\frac{1+t}{1+\tau} - \frac{1}{(1+t)^n(1+\tau)}\right) : \left(\frac{1+t}{1+\tau} - 1\right)\right] = A\left(\frac{1}{(1+\tau)^{n+1}} - \frac{1}{(1+t)^n(1+\tau)}\right) : \frac{1+t-\tau-1}{1+\tau} = \frac{A}{t-\tau}\left(\frac{1+\tau}{(1+\tau)^{n+1}} - \frac{1+\tau}{(1+t)^n(1+\tau)}\right) = \frac{A}{t-\tau}\left(\frac{1}{(1+\tau)^n} - \frac{1}{(1+t)^n}\right) = \frac{A}{\tau-t}\left(\frac{1}{(1+t)^n} - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right).$$

98. Общая-же наличная стоимость обѣихъ частей ежесрочной суммы (служащей на уплату интересовъ и служащей на уплату погашенія) или всей ежесрочной суммы, каковую наличную стоимость и составитъ весь реализуемый капиталъ при уплатѣ τ % роста за этотъ капиталъ составитъ $A\varphi_{n(\tau)} = \frac{A}{\tau}\left(1 - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right)$. Если мы означимъ, какъ выше, реализованный капиталъ чрезъ C, то $C = A\varphi_{n(\tau)}$ въ отличіе отъ нарицательнаго капитала $K = A\varphi_{n(t)}$. Такъ какъ соединительнымъ звеномъ между обоими этими выраженіями нарицательной (погасительной) и реализованной стоимости служитъ одна и та-же ежесрочная сумма A и при этомъ $A = \frac{C}{\varphi_{n(\tau)}} = \frac{K}{\varphi_{n(t)}}$, то легко одинъ капиталъ выразить чрезъ другой, а именно:

$$C = \frac{\varphi_{n(\tau)}}{\varphi_{n(t)}} K \qquad K = \frac{\varphi_{n(t)}}{\varphi_{n(\tau)}} C;$$

равнымъ образомъ на основаніи тѣхъ же равенствъ можно слѣдующимъ образомъ выразить одну черезъ другую наличную стоимость ежесрочной единицы, опредѣленную по нарицательному и реализаціонному капиталу:

$$\varphi_{n(\tau)} = \frac{C}{K}\varphi_{n(t)}; \qquad \varphi_{n(t)} = \frac{K}{C}\varphi_{n(\tau)}.$$

99. Формулы предыдущаго параграфа, хотя и очень просты, но очень важны, потому что онѣ находятъ себѣ наиболѣе обширное примѣненіе, особенно равенство

$$C = K\frac{\varphi_{n(\tau)}}{\varphi_{n(t)}},$$

съ помощью котораго вычисляются реализаціонныя (продажныя и покупныя) цѣны процентныхъ бумагъ, то есть опредѣляется: какая цѣна можетъ быть заплочена за нарицательный (погашаемый долговой) капиталъ K (напр. въ 100 рублей), по которому уплачивается t% нарицательныхъ интересовъ, для того, чтобъ наличный капиталъ C имѣлъ τ % дохода? или: по какому курсу облигація на нарицательный капиталъ K (напр. въ 100 рублей), по которой уплачивается t% нарицательныхъ интересовъ, должна быть реализована, чтобъ наличный капиталъ стоилъ должнику τ %. Такъ какъ вспомогательныя таблицы сложныхъ процентовъ даютъ

очень много численныхъ значеній φ_n, а нѣкоторыя таблицы даютъ даже готовые логарифмы всевозможныхъ φ_n, то этого рода задачи легко рѣшаются вычитаніемъ двухъ выписанныхъ логарифмовъ и опредѣленіемъ лишь числа, логарифмъ котораго выражается разностью отъ этого вычитанія. Впрочемъ, существуютъ и обширныя таблицы, освобождающія даже и отъ этого и прямо дающія отвѣтъ на вопросъ: какая должна быть цѣна облигаціи n-лѣтняго займа, по которому уплачивается t% нарицательныхъ, чтобъ на наличный капиталъ, расходуемый для уплаты этой цѣны, получался доходъ въ размѣрѣ τ%? Отвѣтъ на этотъ вопросъ дается для разныхъ n отъ 1 до 100, для разныхъ t отъ 2 до 6% и для разныхъ τ отъ 2 до 15%. Такія таблицы во Франціи составлены Шарлономъ, въ Англіи Нэшемъ, Джонсономъ и др., въ Германіи Шинкенбергеромъ, въ Россіи Малешевскимъ.

XVI.

Дальнѣйшія вліянія множественности видовъ капиталовъ и роста въ связи съ условіемъ единовременнаго возврата капитала долга.

100. Независимо отъ указаннаго вліянія, присущая публичнымъ долгамъ множественность видовъ капитала и роста оказываетъ еще другое вліяніе на выраженіе наличной стоимости ежесрочной суммы въ связи съ однимъ обстоятельствомъ, которое до сихъ поръ нами упускалось изъ виду, но на которомъ мы теперь должны остановить наше вниманіе для полнаго разбора означеннаго вліянія. Упоминаемое обстоятельство, не измѣняя ни въ чемъ существо погашенія, наростающаго сложными процентами и потому наростающаго въ геометрической прогрессіи, касается лишь способовъ распоряженія ежесрочною суммою, назначенною на такое погашеніе, способовъ, имѣющихъ весьма существенное значеніе для нашего послѣдующаго изложенія. Пусть нарицательный (погашаемый) капиталъ долга будетъ K, а нарицательный (погасительный) ростъ того-же долга t. Такъ какъ для погашенія каждой единицы капитала необходима ежесрочная сумма $\frac{t}{(1+t)^n-1}$, то для погашенія капитала K потребуется ежесрочная сумма $\frac{Kt}{(1+t)^n-1}$. Изъ такой-то ежесрочной суммы, расходуемой на погашеніе и наростающей сложными t%, мы и исходили до сихъ поръ. Если вся уплачиваемая по долгу ежесрочная сумма A такъ расчитана, чтобъ ея наросшая стоимость отъ увеличенія t%-ми была равноцѣнна такой-же наросшей стоимости капитала K, или $A\omega_{n(t)} = K(1+t)^n$, то есть $\frac{A}{t}[(1+t)^n-1] = K(1+)^n$, а потому $K = \frac{A[(1+t)^n-1]}{t(1+t)^n} = A\varphi_{n(t)}$ и слѣдовательно $A = \frac{Kt(1+t)^n}{(1+t)^n-1} = K\cdot\frac{1}{\varphi_{n(t)}}$, то въ такомъ случаѣ съ точки зрѣнія погашенія безразлично, какъ распоряжаются платежами по погашенію: расходуется-ли

назначенная на погашеніе ежесрочная сумма $\frac{Kt}{(1+t)^n-1}$ немедленно по истеченіи каждой единицы времени на умепьшеніе даннаго-же долга и чрезъ это на уменьшеніе уплачиваемыхъ по долгу интересовъ, каковое уменьшеніе интересовъ и служитъ источникомъ, насчетъ котораго погашеніе прогрессивно наростаетъ сложными $t^0/_0$-ами (въ этомъ случаѣ ежесрочное ассигнованіе на погашеніе очевидно уплачивается кредитору, что и уменьшаетъ долгъ и уплачиваемые по нему интересы),— или-же въ теченіи всего времени, пока продолжается долгъ, кредитору неизмѣнно уплачивается постоянная ежесрочная сумма Kt, представляющая интересы въ размѣрѣ $t^0/_0$ на капиталъ K, а затѣмъ по окончаніи срока займа кредитору единовременно возвращается весь капиталъ K. Безразлично это потому, что остатокъ изъ ежесрочной суммы A, когда изъ нея въ каждую единицу времени выдѣляется Kt для уплаты интересовъ въ размѣрѣ $t^0/_0$ на капиталъ K, составляетъ именно ту ежесрочную сумму $\frac{Kt}{(1+t)^n-1}$, которая, наростая сложными $t^0/_0$, по истеченіи n единицъ времени образуетъ капиталъ K. Легко убѣдиться въ томъ, что дѣйствительно

$$A - Kt = \frac{Kt}{(1+t)^n-1},$$

если выразить A чрезъ K, какъ это сдѣлано въ началѣ этого параграфа; тогда мы имѣемъ:

$$\frac{Kt(1+t)^n}{(1+t)^n-1} - Kt = \frac{Kt(1+t)^n - Kt[(1+t)^n-1]}{(1+t)^n-1} = \frac{Kt(1+t)^n - Kt(1+t)^n + Kt}{(1+t)^n-1} = \frac{Kt}{(1+t)^n-1}.$$

Слѣдовательно, если только должникъ аккуратно позаботится, чтобъ остающаяся въ его распоряженіи ежесрочная сумма $\frac{Kt}{(1+t)^n-1}$ исправно наростала сложными $t^0/_0$, тогда она ему дастъ по истеченіи n единицы капиталъ K для единовременнаго погашенія всего долга.

101. Но эта безразличность существуетъ только для должника, да и для него онъ имѣетъ лишь односторонее значеніе со стороны погашенія. Со стороны же выгодъ реализаціи и для должника совсѣмъ не безразлично, какой онъ избираетъ способъ распоряженія средствами погашенія, а еще болѣе для кредитора совсѣмъ не безразлично, получаетъ-ли онъ во всякую единицу времени всю ежесрочную сумму A, или только одну ея часть Kt, служащую для уплатъ лишь интересовъ въ размѣрѣ $t^0/_0$ на капиталъ K, самый-же капиталъ ему, кредитору, отдается лишь по истеченіи n единицъ времени. За ежесрочную сумму A кредиторъ-капиталистъ заплотитъ ея наличную стоимость, которая опредѣлится на основаніи того роста съ наличнаго капитала, который выражаетъ цѣнность послѣдняго въ данное время. Пусть этотъ ростъ будетъ $\tau^0/_0$. Тогда наличная стоимость ежесрочной единицы (рубля, франка и т. д.) будетъ $\varphi_{n(\tau)} = \frac{1}{\tau}\left(1 - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right)$, а наличная стоимость ежесрочной суммы A будетъ $A\varphi_{n(\tau)}$. За ежесрочную-же сумму Kt кредиторъ-капиталистъ согласится заплатить наличною суммою $Kt\varphi_{n(\tau)}$, а сверхъ того за предстоящее чрезъ n единицъ времени единовременное полученіе капитала K капиталистъ прибавитъ еще такую наличную сумму x, которая въ n единицѣ времени при

наростаніи сложными τ % составитъ сумму K, или $x\,(1+\tau)^n = K$, слѣдовательно $x = \frac{K}{(1+\tau)^n}$; такимъ образомъ всего во второмъ случаѣ капиталистъ согласится заплатить $Kt\varphi_{n(\tau)} + \frac{K}{(1+\tau)^n}$. Если мы означимъ наличную стоимость или реализуемый капиталъ въ первомъ случаѣ чрезъ C, а во второмъ чрезъ C', то $C = A\varphi_{n(\tau)}$, а $C' = Kt\varphi_{n(\tau)} + \frac{K}{(1+\tau)^n}$.

Напримѣръ, если нарицательный (погашаемый) капиталъ K составляетъ 100.000.000 рублей, нарицательный ростъ $t = 5$%, вся ежесрочная сумма $A = 5.827.816$ р., а срокъ $n = 40$ лѣтъ, то при реализаціонномъ ростѣ $\tau = 5^1/_2$% реализуемый капиталъ перваго случая или $C = 93.514.000$, а реализуемый капиталъ втораго случая или $C' = 91.977.000$, или во второмъ случаѣ меньше на 1.537.000. А между тѣмъ въ обоихъ случаяхъ основою погашенія займы въ 40 лѣтній срокъ будетъ одна и таже ежесрочная затрата по 827.816 рублей ежегодно съ условіемъ ея наростанія сложными 5%. Но условіе единовременности возврата капитала очевидно уменьшаетъ результаты реализаціи. Съ помощью формулъ §§ 96—97 легко разобрать, какъ составляется разность въ 1.537.000 р. въ пользу перваго случая. Въ самомъ дѣлѣ $C = E + R$ и въ нашемъ примѣрѣ эта формула имѣетъ слѣдующее численное выраженіе:

$$R = \frac{t}{\tau - t} A\,(\varphi_{n(T)} - \varphi_{n(\tau)}) = \frac{0{,}05}{0{,}055 - 0{,}05}\,5827816\,(17{,}_{15908635} - 16{,}_{04612469}) = 64861360$$

$$E = \frac{A}{\tau - t}\left(\frac{1}{(1+t)^n} - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right) = \frac{5827816}{0{,}055 - 0{,}05}\left(\frac{1}{(1{,}05)^{40}} - \frac{1}{(1{,}055)^{40}}\right) = 28652570$$

$$\text{Вмѣстѣ-же } C = R + E = A\varphi_{n(\tau)} = 5827816 \cdot 16{,}_{04612469} = 93513930$$

Съ другой стороны въ нашемъ примѣрѣ численное значеніе $C' = Kt\varphi_{n(\tau)} + \frac{K}{(1+\tau)^n}$ получается въ такомъ видѣ:

$$Kt\varphi_{n)\tau)} = 5000000 \cdot 16{,}_{04612469} = 80230620$$

$$\frac{K}{(1+\tau)^n} = \frac{100000000}{(1{,}05)^{40}} = 11746310$$

$$\text{или всего. . . . .} \quad 91976930$$

слѣдовательно, хотя во второмъ случаѣ въ составѣ C' наличная стоимость интересовъ на 15.369.260 рублей болѣе, чѣмъ наличная стоимость интересовъ въ первомъ случаѣ въ составѣ C (80.230.620 — 64.861.360 = 15.369.260), тѣмъ не менѣе эта разность не въ состояніи покрыть всей убыли отъ уменьшенія наличной стоимости погашенія во второмъ случаѣ въ составѣ C' сравнительно съ первымъ случаемъ въ составѣ C, убыли, достигающей (28.652.570 — 11.746.310 =) 16.906.260. Разность-же между суммами 16.906.260 и 15.369.260 составляетъ тѣ 1.537.000 р., на которые результатъ реализаціи C благопріятнѣе въ первомъ случаѣ, чѣмъ во второмъ случаѣ для C'.

XVII.

Двоякое выраженіе наличной стоимости ежесрочной суммы въ зависимости отъ способа расходованія части ея, служащей для погашенія.

102. Разность эта наглядно показываетъ, что ежесрочная сумма, предназначенная для уплаты интересовъ и погашенія извѣстнаго капитала въ опредѣленное число лѣтъ, имѣетъ двоякаго рода наличную стоимость въ зависимости отъ того, какъ производится распоряженіе разными ея частями, служащими для уплаты интересовъ и для погашенія. Поэтому выраженіе наличной стоимости ежесрочной единицы $\left[\varphi_n = \frac{1}{T}\left(1 - \frac{1}{(1+T)^n}\right)\right]$, которое было положено въ основу нашего изложенія въ первыхъ параграфахъ, ограничено въ непосредственномъ примѣненіи опредѣленными условіями; а именно: во-первыхъ условіемъ что между реализуемымъ капиталомъ, выражающимся въ наличной стоимости, и погашаемымъ капиталомъ, съ одной стороны, и съ другой стороны, между реализаціоннымъ (оцѣночнымъ) и погасительнымъ ростомъ, никакихъ различій нѣтъ, или иначе говоря—что никакой множественности капиталовъ и видовъ роста нѣтъ вовсе, и во-вторыхъ, что уплачивающій наличную стоимость ежесрочной единицы получаетъ ее на руки во всей ея цѣлости и неприкосновенности, сполна по всякую единицу времени. Поэтому и наоборотъ: простое выраженіе наличной стоимости ежесрочной единицы или $\varphi_n = \frac{1}{T}\left(1 - \frac{1}{(1+T)^n}\right)$ перестаетъ быть исключительнымъ выраженіемъ таковой стоимости, когда указанныя условія измѣняются: когда появляется множественность капиталовъ и видовъ роста и когда уплачивающій наличную стоимость изъ ежесрочной единицы наруки получаетъ только нарицательные интересы въ однообразномъ размѣрѣ въ продолженіи условленнаго срока, а по истеченіи его единовременно получаетъ погашаемый капиталъ. Если мы означимъ нарицательный ростъ чрезъ t, а реализаціонный чрезъ τ, то погашаемый капиталъ, соотвѣтствующій ежесрочной единицѣ при такихъ условіяхъ будетъ $\varphi_{n(t)}$; наличная-же стоимость этой ежесрочной единицы будетъ имѣть двоякое выраженіе, въ зависимости отъ того, получаетъ-ли тотъ, кто уплачиваетъ наличную стоимость такой ежесрочной единицы, всю эту ежесрочную единицу во всякую единицу времени, и тогда ея наличная стоимость будетъ $\varphi_{n(\tau)} = \frac{1}{\tau}\left(1 - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right)$, или если онъ на руки ежесрочно получаетъ только нарицательные интересы или $t\varphi_{n(t)}$ и лишь по истеченіи n единицъ времени къ нему единовременно поступитъ погашаемый капиталъ $\varphi_{n(t)} = \frac{1}{t}\left(1 - \frac{1}{(1+t)^n}\right)$, тогда наличная стоимость той-же ежесрочной единицы при томъ-же срокѣ ея погашенія и томъ-же реализаціонномъ ростѣ составитъ $t\varphi_{n(t)} \cdot \varphi_{n(\tau)} + \varphi_{n(t)} \cdot \frac{1}{(1+\tau)^n} =$ $\varphi_{n(t)}\left(t\varphi_{n(\tau)} + \frac{1}{(1+\tau)^n}\right)$.

103. Двоякое выраженіе наличной стоимости ежесрочной единицы имѣетъ непосредственное практическое примѣненіе прежде всего въ тѣхъ случаяхъ, когда публичные займы прямо заключаются на тѣхъ основаніяхъ, что кредиторы въ теченіи опредѣленнаго срока получаютъ въ однообразномъ размѣрѣ только нарицательные проценты на погашаемый капиталъ, а по истеченіи этого срока (единовременно) весь погашаемый капиталъ. Эти основанія приняты были при заключеніи долгосрочныхъ займовъ въ Соединенныхъ Штатахъ Сѣверной Америки, гдѣ во время междуусобія изъ за отмѣны невольничества и въ первое время послѣ него заключено было такихъ займовъ на значительную сумму 1.873.812,250 долларовъ или 2.435.962,425 рублей золотомъ. За небольшимъ исключеніемъ займы на эту сумму были заключены съ уплатою интересовъ въ размѣрѣ 3% въ полугодіе на указанный нарицательный капиталъ и съ условіемъ, что правительство оставляетъ за собою право возвратить капиталъ уже чрезъ пять лѣтъ по заключеніи долга и принимаетъ на себя обязанность единовременно погасить долгъ чрезъ 20 лѣтъ по его заключеніи. Оттого эти займы назывались «пятидвадцатками» (five-teventies). Одновременно, при заключеніи займовъ, изданъ законъ коимъ учрежденъ погасительный фондъ для исполненія принятаго правительствомъ на себя обязательства по возврату занятаго капитала. На этихъ основаніяхъ долгосрочные займы заключались въ Соединенныхъ Штатахъ Сѣверной Америки, какъ во время междуусобія въ 1862—65 годахъ, непосредственно для покрытія чрезвычайныхъ расходовъ, такъ и по возстановленію мира въ 1865—68 годахъ, для консолидаціи неотвержденнаго долга и изъятія изъ обращенія многочисленныхъ краткосрочныхъ процентныхъ бумагъ, имѣвшихъ свойства бумажныхъ денегъ и выпущенныхъ во время войны, когда трудно было скоро помѣстить болѣе правильныя процентныя бумаги. Такимъ образомъ Соединенные Штаты Сѣверной Америки дали въ займахъ 1862—68 годовъ очень значительный матерьялъ для примѣненія формулы наличной стоимости, основанной на единовременномъ возвратѣ состоящаго въ долгу капиталу, и уже вслѣдствіе этого мы должны еще остановиться нѣкоторое время на означенной формулѣ.

XVIII.

Формулы по долгамъ при условіи единовременнаго возврата занятаго капитала.

104. Въ § 101 уже объяснено, какъ выводится основная формула наличной стоимости платежей по займамъ при условіи единовременнаго возврата капитала долга въ условленный срокъ. Поэтому мы остановимся лишь на частностяхъ образованія этой формулы и вытекающихъ изъ нея выраженій основныхъ элементовъ публичныхъ займовъ, заключаемыхъ съ условіемъ единовременнаго возврата капитала долга по истеченіи опредѣленнаго числа единицъ времени. По прежнему мы означаемъ: наличную стоимость ежесрочной единицы черезъ φ нарицательный

(погашаемый) капиталъ долга чрезъ K, нарицательный ростъ чрезъ t, реализаціонный ростъ чрезъ τ, срокъ чрезъ n, а реализаціонный капиталъ чрезъ C'. Такимъ образомъ (см. стр. 82—3)

$$C' = Kt\varphi_{n(\tau)} + \frac{K}{(1+\tau)^n}$$

а вставивъ вмѣсто $\varphi_{n(\tau)}$ его выраженіе $\frac{1}{\tau}\left(1 - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right)$ и сдѣлавъ другія упрощенія и видоизмѣненія, получимъ:

$$C' = K\left(t\varphi_{n(\tau)} + \frac{1}{(1+\tau)^n}\right) = \frac{Kt}{\tau}\left(1 - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right) + \frac{K}{(1+\tau)^n} = K\left[\frac{t}{\tau}\left(1 - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{(1+\tau)^n}\right] = \frac{t}{\tau}\left(K - \frac{K}{(1+\tau)^n}\right) + \frac{K}{(1+\tau)^n} = \frac{Kt}{\tau} - \frac{Kt}{\tau(1+\tau)^n} + \frac{K}{(1+\tau)^n} = \frac{Kt}{\tau} +$$
$$+ \frac{Kt - Kt}{\tau(1+\tau)^n} = \frac{K}{\tau}\left(t + \frac{\tau - t}{(1+\tau)^n}\right) = K - \frac{\tau - t}{\tau}\left(K - \frac{K}{(1+\tau)^n}\right) = K - (\tau - t)K \cdot \frac{1}{\tau}$$
$$\left(1 - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right) = K - (\tau - t)K\varphi_{n(\tau)} + K[1 - (\tau - t)\varphi_{n(\tau)}].$$

Такъ какъ наличная стоимость безсрочной суммы въ размѣрѣ Kt при реализаціонномъ ростѣ τ составлятъ лишь $\frac{Kt}{\tau}$, то очевидно, что C' при томъ-же реализаціонномъ ростѣ больше этой наличной стоимости на $\frac{K\tau - Kt}{\tau(1+\tau)^n} = \frac{K(\tau - t)}{\tau(1+\tau)^n}$; это и совершенно естественно, такъ какъ при безсрочной рентѣ возвратъ занятаго капитала отсроченъ до такого неопредѣленнаго будущаго, что практически съ нимъ совсѣмъ нельзя считаться и онъ не имѣетъ вовсе никакой наличной стоимости; единовременный-же возвратъ капитала долга по истеченіи условленнаго срока имѣетъ весьма опредѣленную цѣнность.

105. Формулу для вычисленія реализаціоннаго роста по займамъ съ единовременнымъ возвратомъ капиталовъ долга можно выводить въ различномъ видѣ изъ приведенныхъ въ предъидущемъ многообразныхъ выраженій наличной стимости. Если мы возьмемъ основаніемъ равенство

$C' = \frac{K}{\tau}\left(t + \frac{\tau - t}{(1+\tau)^n}\right)$, то изъ него прямо слѣдуетъ, что

$$\tau = \frac{K}{C'}\left(t + \frac{\tau - t)}{(1+\tau)^n}\right).$$

Удобно для вычисленій и выраженіе τ, выведенное изъ равенства

$$C' = \frac{t}{\tau}\left(K - \frac{K}{(1+\tau)^n}\right) + \frac{K}{(1+\tau)^n}.$$

Изъ этого выводится, что

$$\frac{t}{\tau} = \frac{C' - \frac{K}{(1+\tau)^n}}{K - \frac{K}{(1+\tau)^n}} \text{ или } \frac{\tau}{t} = \frac{K - \frac{K}{(1+\tau)^n}}{C' - \frac{K}{(1+\tau)^n}}, \text{ поэтому}$$

$$\tau = t \cdot \frac{K - \frac{K}{(1+\tau)^n}}{C' - \frac{K}{(1+\tau)^n}}.$$

106. Для болѣе скораго вычисленія реализаціоннаго роста или τ при единовременномъ погашеніи капитала долга, можно прибѣгнуть къ слѣдующему способу опредѣленія поправки къ первому приближенію, значительно сокращающему вы-

численія, хотя и не дающему вполнѣ точныхъ результатовъ для суммъ въ сотняхъ милліоновъ. Пусть τ_1 означаетъ первое приближеніе, на глазомѣръ взятое, а τ_2 означаетъ то приближеніе, которое получается по одной изъ формулъ предъидущаго параграфа, когда въ нихъ вставляются τ_1; пусть далѣе τ_3 означаетъ еще одно приближеніе, на глазомѣръ взятое, а τ_4 означаетъ то приближеніе, которое получается по формуламъ предъидущаго параграфа, когда въ нихъ вставляется τ_3. Пусть разность между двумя приближеніями, взятымъ на глазомѣръ, составляетъ Δ (или $\tau_1 - \tau_3 = \Delta$), а разность между двумя приближеніями, вычисленными по формулѣ, составляетъ δ или $\tau_2 - \tau_4 = \delta$. Наконецъ, чрезъ x означимъ искомую поправку къ τ_1, или $\tau = \tau_1 + x$. Ясно, что если разность Δ ведетъ за собою разность δ, то x должна вести за собою $\frac{\delta}{\Delta}x$, или $\tau_1 + x = \tau_2 + \frac{\delta}{\Delta}x$, поэтому $x - \frac{\delta}{\Delta}x = \Delta\tau_2 - \tau$, или $\frac{\Delta - \delta}{\Delta}x = \tau_2 - \tau_1$ и поэтому

$$x = (\tau_2 - \tau_1)\frac{\Delta}{\Delta - \delta}$$ и, слѣдовательно,

$$\tau = \tau_1 + (\tau_2 - \tau_1)\frac{\Delta}{\Delta - \delta}$$

или иначе выражая тоже самое:

$$\tau = \tau_1 + \frac{(\tau_2 - \tau_1)(\tau_1 - \tau_3)}{(\tau_1 - \tau_3) - (\tau_2 - \tau_4)}.$$

107. Для вычисленія срока разсматриваемаго рода займовъ исходимъ изъ равенства.

$$C' = \frac{Kt}{\tau} + \frac{K\tau - Kt}{\tau(1+\tau)^n} \text{ поэтому } C'\tau - Kt = \frac{K\tau - Kt}{(1+\tau)^n}$$

и слѣдовательно

$$(1+\tau)^n = \frac{K\tau - Kt}{C'\tau - Kt} = \frac{Kt - K\tau}{Kt - C'\tau},$$

отсюда логарифмированіемъ получаемъ:

$$n = \frac{\log(K\tau - Kt) - \log(C'\tau - Kt)}{\log(1+\tau)} = \frac{\log(Kt - K\tau) - \log(Kt - C'\tau)}{\log(1+\tau)}.$$

108. Мы видѣли, что построенное на основаніи реализаціоннаго или оцѣночнаго роста τ выраженіе наличной стоимости уплатъ по займу съ постепеннымъ (прогрессивно увеличивающимся) погашеніемъ капитала долга можно опредѣлительнѣе разложить на двѣ части въ видѣ $C = R + E$, при чемъ R означаетъ наличную или капитализованную стоимость уплатъ въ счетъ интересовъ, а E означаетъ наличную или капитализованную стоимость уплатъ въ счетъ погашенія. Аналогично съ этимъ можно и выраженіе наличной стоимости уплатъ по займу при единовременномъ возвратѣ или погашеніи капитала долга опредѣлительнѣе выразить въ видѣ $C' = R' + E'$. Для этого выраженіе $C' = Kt\varphi_{n(\tau)} + \frac{K}{(1+\tau)^n}$ можно разсматривать, какъ состоящее изъ части $R' = Kt\varphi_{n(\tau)}$ или наличной стоимости уплатъ въ счетъ интересовъ и другой части $E' = \frac{K}{(1+\tau)^n}$, выражающей наличную стоимость уплатъ въ счетъ погашенія. Если въ выраженіи R' мы вмѣсто

$\varphi_{n(\tau)}$ поставимъ его выраженіе $\frac{1}{\tau}\left(1-\frac{1}{(1+\tau)^n}\right)$, тогда

$$R'=\frac{Kt}{\tau}\left(1-\frac{1}{(1+\tau)^n}\right)$$

$$E'=\frac{K}{(1+\tau)^n}.$$

Помноживъ R' на τ, а E на t и сложивъ оба выраженія, получаемъ:

$$R'\tau=Kt\left(1-\frac{1}{(1+\tau)^n}\right)=Kt-\frac{Kt}{(1+\tau)^n};$$

$$E't=\frac{Kt}{(1+\tau)^n};\ \text{поэтому}$$

$$R'\tau+E't=Kt-\frac{Kt}{(1+\tau)^n}+\frac{Kt}{(1+\tau)^n}=Kt.$$

А такъ какъ при этомъ $R'+E'=C'$ или $R'=C'-E'$ и $E'=C'-R'$, то это дастъ намъ возможность вывести слѣдующія выраженія наличной стоимости интересовъ и наличной стоимости погашенія для займовъ при условіи единовременнаго возврата по нимъ капитала изъ элементовъ множественности видовъ капитала и роста. Наличная стоимость интересовъ или R' выводится такъ.

$R'\tau+(C'-R')\,t=Kt$ или $R'\tau+Ct-R't=Kt$ поэтому $R'\,(\tau-t)=Kt-$
$-C't=(K-C')t$ и слѣдовательно

$$R'=\frac{(K-C')t}{\tau-t}=\frac{Vt}{\tau-t}$$

при чемъ $V=K-C'$. Наличную-же стоимость погашенія мы выводимъ такъ:
$(C'-E')\,\tau+E't=Kt$ или $C'\tau-E'\tau+E't=Kt$, поэтому $E'(t-\tau)=Kt-C'\tau$
или $E'(\tau-t)=C'\tau-Kt$

слѣдовательно

$$E'=\frac{C'\tau-Kt}{\tau-t}.$$

XIX.

Вычисленіе реализаціоннаго роста по займамъ, заключеннымъ въ Соед. Штатахъ Сѣв. Америки для чрезвычайныхъ расходовъ по междуусобію вслѣдствіе отмѣны невольничества.

---

109. Можетъ быть, полезно показать вычисленіе реализаціоннаго роста разсматриваемыхъ займовъ на частномъ примѣрѣ и всего удобнѣе для этого взять вышеуказанные займы Соединенныхъ Штатовъ Сѣверной Америки. Но относительно этихъ займовъ въ финансовой ученой литературѣ существуетъ недоразумѣніе о реализованномъ ими капиталѣ и необходимо сначала это недоразумѣніе устранить, тѣмъ болѣе, что оффиціальные документы и другіе источники открываютъ къ тому полную возможность. По принятой въ Соединенныхъ Штатахъ Сѣв. Америки системѣ отчетности въ оффиціальныхъ документахъ объ исполненіи бюджетовъ принято показывать въ отдѣлѣ о государственныхъ доходахъ (money created by debt) заключенные долги *въ полной ихъ нарицательной суммѣ*;

если-же реализація произведена выше или ниже этой суммы, то разность показывается отдѣльною статьею въ доходахъ или расходахъ, какъ «премія», полученная или уплоченная (premiums). Обративъ вниманіе только на первое обстоятельство (показаніе поступленій отъ долговъ въ нарицательной суммѣ послѣднихъ) и упустивъ изъ виду послѣднее обстоятельство (показаніе «премій»), составитель извѣстной книги о финансахъ Соединенныхъ Штатовъ Сѣверной Америки, австрійскій финансистъ фонъ-Гокъ утверждалъ *), будто въ Соединенныхъ Штатахъ государственные займы никогда не заключаются съ реализаціею ниже ихъ нарицательнаго достоинства, что для этого они заключаются высокопроцентными (большею частью 6%-ными), всегда на опредѣленный срокъ и что въ такомъ-же видѣ, то есть—безъ разности между занятымъ и погашаемымъ капиталами долги заключались и для чрезвычайныхъ расходовъ во время междоусобія изъ за отмѣны невольничества. Къ сожалѣнію, при всемъ уваженіи къ авторитету фонъ-Гока, оффиціальные документы принуждаютъ считать приведенное сужденіе рѣшительно ни на чемъ не основаннымъ и прямо противорѣчащимъ дѣйствительности. Во-первыхъ, и въ прежнія времена, и въ новѣйшія, займы Соединенныхъ Штатахъ очень часто бывали безсрочными и, будучи почти всегда высокопроцентными, очень рѣдко реализировались по нарицательной ихъ цѣнѣ или выше ея, какъ утверждаетъ фонъ-Гокъ, а напротивъ чаще реализовались ниже нарицательной цѣны, какъ это свидѣтельствуютъ многочисленные примѣры въ оффиціально-составленномъ обзорѣ государственныхъ займовъ, заключенныхъ въ Соединенныхъ Штатахъ со времени ихъ учрежденія **). Если случались примѣры реализаціи выше нарицательной суммы займовъ, то до 1862 года, какъ и съ этого времени, такая реализація была лишь кажущаяся и обусловливалась обстоятельствомъ, которое фонъ-Гокъ упустилъ изъ виду. Обстоятельство это заключается въ различіи между валютою, на которую новые долги заключались, и валютою, въ которой займы реализовались. Долги заключались въ металлической валютѣ (payable in coin), а реализовались въ кредитно-денежныхъ суммахъ (in currency), такъ какъ во время войнъ прибѣгали къ выпускамъ неразмѣнныхъ бумажныхъ денегъ. Положеніе, слѣдовательно, было такое-же, какое нерѣдко бывало и у насъ, въ Россіи, когда заключались металлическіе займы и эти металлическіе займы реализовались въ кредитной валютѣ выше ихъ металлической нарицательной цѣны. Ничего, болѣе особеннаго и отличительнаго, американскіе займы, несмотря на высокіе, уплачивавшіеся по нимъ, проценты, никогда не представляли въ отношеніи результатовъ реализаціи. Заключенные въ 1862—68 годахъ въ Соедин. Штатахъ Сѣвер. Америки займы на приведенную выше сумму 1.873.817.250 долларовъ всѣ тоже были реализованы выше ихъ нарицательной цѣны, а именно съ премією въ пользу казны, составившей на всѣ займы 36.901,995 долл. или около 2% на нарицательную сумму всѣхъ займовъ ***). Но всѣ эти займы были металлическіе и нарицательный ихъ капиталъ въ

*) *K. v. Hock* Die Finanzen u. d. F. W. der Ver. St. N. A. p. 406.

**) *Bayley* (Treasury departement) Hist. of the nat. loaas of U. S. of A. from 4 July 1774, Washington 1884, pp. 345, 349, 398, 399, 400, 401, 418, 420, 421 и др.

***) Five-twenties of 1862 по 100.$_{555}$, loan of 1863 по 104.$_{455}$, ten-forties of 1864 по 100—107, 5—20 march 1864 par, 5—20 of 1864 по 102.$_{531}$, 5—20 of 1865 по 102.$_{547}$, consols of 1865 (5—20) по 103.$_{691}$, consols 1866 (5—20) по 101.$_{062}$ и consols 1868 (5—20) по 100.$_{045}$.

1.873.817.250 д. подлежалъ возврату и нынѣ уже и погашенъ въ металлической валютѣ; реализованный-же по нимъ капиталъ въ размѣрѣ 1.910.719.245 долларовъ былъ въ бумажной валютѣ. Слѣдовательно, въ общей сложности займы реализовались по 102 бумажныхъ долларовъ за 100 металлическихъ. Въ Соединенныхъ Штатахъ, конечно, всегда отлично понимали, что это весьма неблагопріятная реализація. Гока видимо сбили съ пути высокіе курсы, по которымъ американскія бумаги продавались на Нью-Іоркской биржѣ: напр. въ 1864 г. по 104 — 118; но онъ упускалъ изъ виду, что въ Соединенныхъ Штатахъ принято было (какъ у насъ въ Россіи) помѣчать биржевую стоимость металлическихъ бумагъ въ бумажной валютѣ (in currency); и онъ упускалъ изъ виду справиться съ цѣнами, по которымъ тѣ-же бумаги одновременно продавались въ Европѣ, гдѣ онѣ помѣчались въ металлической валютѣ. Такъ подобно тому, какъ цѣны нашихъ восточныхъ займовъ помѣчаются въ Берлинѣ въ металлической валютѣ, во Франкфуртѣ помѣчались въ металлической валютѣ цѣны Американскихъ бумагъ, и эти цѣны были такія низкія, что капиталистовъ южной Германіи отговаривали не брать «ничего не стоющихъ» американскихъ бумагъ *). Умнѣе, однако, распорядились тѣ, которые этихъ совѣтовъ не послушались и, накупивъ американскихъ бумагъ за полцѣны, скоро потомъ нажили по 100 и болѣе на 100. Въ 1864 году 100 долларовъ бумажныхъ стоили, въ среднемъ, 39 долларовъ металлическихъ и поэтому нью-іоркскія цѣны въ 104—118 соотвѣтствовали европейскимъ цѣнамъ въ $40^1/_2$—46 за 100. Вотъ почему американскіе ученые финансисты судятъ о поступленіяхъ отъ заключенныхъ во время междоусобія займахъ не по ихъ нарицательному капиталу и не по преміи, которую получало правительство, а по суммамъ, которыя даетъ перечисленіе реализованныхъ поступленій изъ кредитной въ металлическую валюту **). Слѣдуя примѣру американскихъ писателей, и мы должны воспользоваться имѣющимися оффиціальными данными о томъ, какъ велики были поступленія по каждому займу во всякую четверть года, и перечислить эти поступленія изъ кредитной валюты въ металлическую по среднему курсу каждой соотвѣтственной четверти года. Сдѣлавъ это перечисленіе и принявъ во вниманіе упомянутую выше 2%-ную премію, мы получаемъ въ окончательномъ результатѣ, что по суммѣ долгосрочныхъ (консолидированныхъ) долговъ, заключенныхъ въ 1862—68 годахъ на нарицательный (погашаемый) капиталъ 1.873.817.250 долларовъ металлическихъ, дѣйствительно реализовано было 1.307.558.400 долларовъ металлическихъ-же. Слѣдовательно, въ общей сложности означенные займы реализованы были по 69.78 за сто.

110. Имѣя эту данную, мы можемъ обратиться къ вычисленію реализаціоннаго роста по американскимъ займамъ 1862 — 68 годовъ, руководствуясь формулою (§ 105)

$$\tau = \frac{Kt}{C} + \frac{K\tau - Kt}{C(1+\tau)^n} = \frac{K}{C}\left(t + \frac{\tau - t}{(1+\tau)^n}\right),$$

*) *Moser's* Zeitschrift für Kapital und Rente 1865, Bd. II съ большою статьею объ этомъ предметѣ, въ которой между прочимъ и курсъ бумагъ въ 1861 — 64 годахъ, pp. 22 — 26. Курсы эти вполнѣ соотвѣтствуютъ бумажнымъ курсамъ Нью-Іоркской биржи въ Spoffords Amer. Almanack.

**) *Adams*, Public debts, New-Iork 1887, p. 131.

при чемъ $K = 100$, $C = 69{,}78$, $t = 0{,}03$ (3% за полугодіе) и $n = 40$ (полугодій). Такъ какъ искомое τ встрѣчается въ обѣихъ частяхъ равенства, то мы должны начать съ предположенія какого либо приближеннаго τ_1. Принимая его въ $4^3/_4\%$ и вычисляя на его основаніи C, мы получаемъ:

$$C = Kt\varphi_{40(4^3/_4\%)} + \frac{K}{(1{,}0475)^{40}} = 3 \times 17{,}76301619 + \frac{100}{6{,}39972431} = 68.914;$$

такъ какъ въ дѣйствительности реализовано больше, то очевидно ростъ въ $4^3/_4\%$ больше дѣйствительнаго; беремъ поэтому ближайшій меньшій ростъ вспомогательныхъ таблицъ въ $4^5/_8\%$ и, вычисляя на его основаніи, получаемъ:

$$C = Kt\varphi_{40(4^5/_8\%)} + \frac{K}{(1{,}04625)^{40}} = 3 \times 18{,}07781983 + \frac{100}{6{,}10125027} = 70.623.$$

Этотъ реализаціонный результатъ нѣсколько больше дѣйствительнаго. Такъ какъ дѣйствительный результатъ 69.78 лежитъ почти посрединѣ между 68.914 и 70.623, а разность между ростомъ, на которомъ основываются два вычисленные результата, составляетъ $^1/_8\%$, то мы дѣлимъ пополамъ эту разность и принимаемъ первое приближеніе или $\tau_1 = 4^5/_8\% + {}^1/_{16}\% = 4{,}6875\%$ и вставляя это τ_1 въ нашу формулу τ, получаемъ второе приближеніе

$$\tau_2 = \frac{Kt}{C} + \frac{K\tau_1 - Kt}{C(1+\tau_1)^n} = \frac{3}{69{,}78} + \frac{1{,}6875}{69{,}78(1{,}046875)^{40}} = 4{,}6863\%.$$

Вычисленное на этомъ основаніи третье приближеніе даетъ

$$\tau_3 = \frac{Kt}{C} + \frac{K\tau_2 - Kt}{C(1+\tau_2)^n} = \frac{3}{69{,}78} + \frac{1{,}6863}{69{,}78(1{,}046863)^{40}} = 4{,}68614\%;$$

четвертое-же приближеніе даетъ

$$\tau_4 = \frac{3}{69{,}78} + \frac{1{,}68614}{69{,}78(1{,}0468614)^{40}} = 0{,}0468612 \text{ или } 4{,}68612\%.$$

Если затѣмъ, пользуясь формулою поправки къ приближеніямъ τ (§ 106), мы вычислимъ эту поправку и при ней

$$\tau = \tau_1 + \frac{(\tau_2 - \tau_1)(\tau_1 - \tau_3)}{(\tau_1 - \tau_3) - (\tau_2 - \tau_4)}, \text{ то это дастъ:}$$

$$\tau = 4{,}6875 + \frac{(4{,}6863 - 4{,}6875)(4{,}6875 - 4{,}68614)}{(4{,}6875 - 4{,}68614) - (4{,}6863 - 4{,}68612)} = 4{,}6875 + (0{,}0012)\frac{0{,}00136}{0{,}00118} = 4{,}6875 - 0{,}0013830 =$$
$$= 4{,}686117\%.$$

Это — полугодовой ростъ; годовой-же ростъ составитъ $(1{,}0468117)^2 - 1 = 1{,}095918 - 1 = 0{,}095918$ или свыше $9{,}59\%$. Такимъ образомъ, не смотря на очень высокій нарицательный ростъ (кажущійся 6%, а настоящій $6{,}09\%$), все таки реализаціонный ростъ былъ съ лишнимъ на половину выше нарицательнаго, поднявшись до высоты, которая для большихъ европейскихъ государствъ въ послѣдній разъ имѣла значеніе въ первые годы послѣ наполеоновскихъ войнъ (въ 1815 — 20 годахъ), но съ тѣхъ поръ отошла въ давнопрошедшее и давнозабытое прошлое.

XX.

Примѣненіе формулъ наличной стоимости при условіи единовременнаго возврата занятаго капитала къ займамъ съ ежесрочнымъ расходованіемъ суммъ, служащихъ для погашенія. Разные способы этого расходованія: англійскіе срочные аннюитеты, ихъ неудобства. Погашеніе по жребію.

111. Разсмотрѣнное выраженіе наличной стоимости ежесрочной суммы, изъ которой часть, предназначенная для погашенія, не выдается ежесрочно на руки каждому заимодавцу, имѣетъ обширное поле примѣненія и внѣ круга займовъ, прямо построенныхъ на началѣ единовременнаго возврата занятаго капитала. А именно, означенное выраженіе находитъ себѣ примѣненіе и въ займахъ, при которыхъ должникъ въ каждую единицу времени расходуетъ всю часть ежесрочной суммы, назначеной на погашеніе, совершенно такъ, какъ онъ расходуетъ часть ежесрочной суммы, служащей для уплаты интересовъ, но тѣмъ не менѣе расходованіе затраты на погашеніе такъ устроено, что его получаютъ не всѣ заимодавцы, а только нѣкоторые.

112. Въ самомъ дѣлѣ, когда вся ежесрочная сумма, въ обѣихъ ея составныхъ частяхъ, сполна расходуется должникомъ по всякую единицу времени, то это расходованіе можетъ быть устроено двояко. А именно, въ одномъ случаѣ участіе въ публичномъ займѣ въ качествѣ капиталиста-заимодавца можетъ заключаться въ пріобрѣтеніи за наличный капиталъ всей равноцѣнной ему ежесрочной суммы; въ этомъ случаѣ каждый кредиторъ (каждый капиталистъ-заимодавецъ, участвующій въ публичномъ займѣ) пріобрѣтаетъ въ получаемой имъ ежесрочной суммѣ интересы на наличный капиталъ, который онъ заплатилъ за пріобрѣтенную имъ ежесрочную сумму, и погашеніе означеннаго капитала въ условленный срокъ. Я участвую, напримѣръ, въ 5% займѣ, заключаемомъ на 37 лѣтъ, и отдаю свои 100 рублей, за которыя получаю ежегодно въ теченіи 37 лѣтъ по 6 рублей; изъ нихъ мнѣ самому уже предоставляется отчислить 5% интересовъ и остальное, что остается изъ 6 рублей, на погашеніе. Въ такомъ видѣ кредитныя операціи свойственны только англійской практикѣ, гдѣ подъ именемъ «срочныхъ аннюитетовъ» (terminable annuities) мы встрѣчаемся именно съ продажею извѣстной ежесрочной суммы на извѣстное число лѣтъ за извѣстный наличный капиталъ, причемъ пріобрѣтателю предоставляется имѣть свой расчетъ о томъ, какая часть ежесрочной суммы служитъ для уплаты интересовъ и какая ея часть служитъ для погашенія. Главнымъ образомъ, однако, и въ Англіи «срочные аннюитеты» всегда служили только, какъ придатокъ къ безсрочнымъ займамъ, въ видѣ преміи, съ помощью которой достигалась возможность реализаціи безсрочныхъ займовъ яко-бы по 100 за 100. Такъ, напримѣръ, въ послѣдній разъ, во время Крымской войны, выпущено было на капиталъ 16.000.000 ф. ст. 3% безсрочной ренты, будто-бы, по 100 за 100, но вносившій наличный капиталъ въ 100 ф. ст. получалъ не только

три фунта стерлингъ безсрочной ренты, но сверхъ того еще «срочный аннуитетъ» въ $14^1/_2$ шиллинговъ (0,725 ф. ст.) на 30 лѣтъ; слѣдовательно по новому займу правительство отдавало за наличный капиталъ въ 16.000.000 ф. ст. ежегодный безсрочный платежъ въ 480.000 ф. ст. и ежегодный 30-лѣтній платежъ въ 116.000 ф. ст. Наличная стоимость послѣдняго тогда оффиціально опредѣлялась въ 1.914.000 ф. ст., или наличная стоимость ежесрочнаго въ теченіи 30 лѣтъ фунта стерлингъ исчислялась въ $\frac{1914000}{116000} = 16^1/_2$ ф. ст., что предполагаетъ стоимость наличнаго капитала, соотвѣтствующую реализаціонному или оцѣночному росту почти въ 4,39%. Съ другой стороны вычтя стоимость «срочнаго аннюитета» или 1.914.000 ф. ст. изъ всего реализованнаго займомъ капитала въ 16.000.000 ф. ст., мы видимъ, что собственно за безсрочную 3% ренту въ размѣрѣ ежегодныхъ 480.000 ф. ст. выручено 14.086.000 ф. ст., или иначе говоря, 3%-ная рента реализована по $\frac{14.086.000}{16.000.000}$ или почти по 88 за 100, а это соотвѣтствуетъ реализаціонному росту въ $\frac{3}{88} = 0{,}03408$ или 3,41%. Такимъ образомъ по оффиціальной расцѣнкѣ считалось, что за безсрочную ренту публика готова отдавать свой капиталъ, требуя лишь роста въ 3.41%, срочный же аннюитетъ публика пріобрѣтала не иначе, какъ требуя почти 1% больше на капиталъ.

Примѣръ этотъ наглядно объясняетъ, почему съ половины прошлаго столѣтія, когда въ Англіи вошло въ обыкновеніе присоединять въ видѣ преміи «срочные аннюитеты» къ безсрочной рентѣ, все-таки даже въ Англіи «срочные аннюитеты» считались и считаются невыгодными, какъ основаніе для самостоятельныхъ кредитныхъ операцій *съ большою публикою*. Область ихъ примѣненія — иная, а именно: тѣ-же «срочные аннюитеты» (terminable annuities) служатъ основаніемъ весьма обширныхъ кредитныхъ (займовыхъ) операцій съ *отдѣльными учрежденіями*, капиталами которыхъ правительство желало воспользоваться, имѣя основаніе расчитывать, что означеннымъ учрежденіямъ *не придется перепродавать* уступленные имъ ежесрочные платежи и что ими будутъ пользоваться, *не отчуждая ихъ*, въ теченіи всего времени, на которое они уступались и уступаются. Такъ, въ 1823 году у Англійскаго Банка былъ заключенъ довольно значительный заемъ посредствомъ продажи ему ежесрочной въ теченіи 45 лѣтъ суммы въ 585.740 фунт. ст. за капиталъ въ 13.089.419 ф. ст., подлежавшій взносу въ теченіи $5^1/_4$ лѣтъ, а съ учетомъ ко времени заключенія сдѣлки составлявшій 11.883.174 ф. с. (Слѣдовательно ежесрочный фунтъ стерлингъ отдавался за $\frac{11.883.174}{585.740} = 20{,}287455$ ф. ст., что при срокѣ въ 45 лѣтъ соотвѣтствуетъ оцѣночному или реализаціонному росту въ 4.176%). Въ гораздо болѣе обширномъ масштабѣ операція со «срочными аннюитетами» получила распространеніе въ Англіи въ началѣ 1860-хъ годовъ, когда Глэдстонъ положилъ ее въ основаніе новѣйшей фазы уменьшенія англійскаго государственнаго долга. Въ этихъ видахъ правительство пользуется вкладами сберегательныхъ кассъ и значительными спорными суммами, хранящимися въ судебныхъ учрежденіяхъ (каковые вклады и суммы обязательно должны помѣщаться въ 3% безсрочной государственной рентѣ) для замѣны безсрочной ренты «срочными аннюитетами», большею частью съ довольно краткимъ срокомъ, слѣдовательно, съ

высокимъ погашеніемъ. Напримѣръ, у сберегательныхъ кассъ берутъ изъ принадлежащей имъ 3% ренты часть на капиталъ въ 30.000.000 ф. ст., на который сберегательныя кассы ежегодно получали 900.000 ф. с.; этотъ капиталъ уничтожается и списывается съ безсрочнаго государственнаго долга, а сберегательнымъ кассамъ вмѣсто него передается 20-лѣтній аннюитетъ въ 2.016.471 ф. ст. Этотъ аннюитетъ равноцѣненъ прежней безсрочной рентѣ, потому что онъ исчисленъ на основаніи того-же оцѣночнаго роста въ 3%, который и прежде опредѣлялъ доходъ сберегательныхъ кассъ въ безсрочной рентѣ; поэтому, если кассы ежегодно изъ полученныхъ ими 2.016.471 ф. ст. отчисляютъ 900.000 ф. ст. на интересы по ихъ капиталу, а остальные 1.116.471 ф. ст. съ процентами на нихъ употребляютъ на покупку безсрочной ренты, то чрезъ 20 лѣтъ они опять имѣютъ въ своемъ распоряженіи свой первоначальный капиталъ 3% ренты въ 30.000.000 ф. ст. Правительство-же увеличеніемъ ежегоднаго расхода на 1.116.471 ф. ст. въ продолженіи 20 лѣтъ достигаетъ уменьшенія государственнаго долга на 30.000.000 ф. ст. Этимъ способомъ англійскій государственный долгъ съ половины 1860-хъ годовъ уменьшенъ на сумму около 125.000.000 ф. ст. или 788.125.000 рублей золотомъ.

113. На континентѣ Европы описанный способъ пользованія «срочными аннюитетами», никогда не практиковался для публичныхъ займовъ, потому что для этой цѣли онъ неудобенъ, какъ признаютъ на основаніи опыта и въ Англіи; въ томъ-же видѣ, въ которомъ имъ пользовались и пользуются въ Англіи для операцій по государственнымъ долгамъ, континентально-европейскія государства не въ состояніи имъ пользоваться, потому что они для этого недостаточно богаты. Коренная причина, по которой «срочные аннюитеты» не годятся, какъ самостоятельный способъ заключенія публичныхъ займовъ, заключается въ обстоятельствѣ, которое дѣлаетъ ихъ для большой публики, особенно мелкой и средней, весьма неудобными, и оттого вызываетъ нерасположеніе этой публики къ нимъ, нежеланіе ихъ пріобрѣтать. Обстоятельство это заключается въ той именно ихъ особенности, вслѣдствіе которой они такъ удобны для заемщиковъ, открывая возможность къ постепенному и прогрессивно увеличивающемуся погашенію заключеннаго долга. Именно сложный составъ срочнаго аннюитета изъ интересовъ и погашенія и то, что интересы и погашенія, составляя во всякую единицу времени одну соединенную сумму, дѣлаютъ погашеніе займа автоматическимъ, именно это можетъ еще не представлять ощутительнаго неудобства для одного или немногихъ очень крупныхъ капиталистовъ, когда только они являются заимодавцами по публичному долгу, но становится весьма сильною помѣхою, вслѣдствіе того, что при заключеніи публичныхъ долговъ еще болѣе, чѣмъ на крупныхъ капиталистовъ, приходится расчитывать на средства среднихъ и мелкихъ капиталистовъ и на привлеченіе ихъ къ участію въ публичныхъ займахъ въ качествѣ заимодавцевъ. Въ этихъ видахъ капиталы заключаемыхъ публичныхъ долговъ раздробляются на части въ круглыхъ суммахъ 100, 125, 500, 1000 или 5000 единицъ денежной стоимости (рублей, франковъ, марокъ, фунтовъ стерлингъ, долларовъ и т. д.), на эти суммы выставляются отдѣльные документы (облигаціи) и распродажею или «размѣщеніемъ» ихъ по различнымъ рукамъ крупныхъ, среднихъ и мелкихъ капиталистовъ, всякій публичный заемъ превращается въ складочное предпріятіе, осуществляющееся соединенными средствами всѣхъ тѣхъ, которые пріобрѣтаютъ облигаціи. Чѣмъ скорѣе и охотнѣе

пріобрѣтаются облигаціи, тѣмъ успѣшнѣе идетъ заключеніе займа. Но для мелкихъ и среднихъ капиталистовъ соединеніе, въ ежесрочномъ платежѣ по займу, доли, служащей для интересовъ, съ долею, служащею для погашенія, не только не представляетъ никакой выгоды, но представляетъ прямую невыгоду. Получая, напримѣръ, за израсходованный для участія въ займѣ небольшой капиталъ въ 100 рублей, ежегодно ежесрочную сумму въ 6 рублей въ теченіи 37 лѣтъ, тѣ, которые образуютъ большую публику мелкихъ капиталистовъ, слишкомъ располагаются смотрѣть на эти 6 рублей, какъ на «доходъ», и, проживая его, они только «медленно-постепенно», но въ геометрической прогрессіи, незамѣтно и «автоматично» уничтожаютъ свой капиталъ. Они не въ состояніи входить въ разборъ того, что въ составѣ получаемыхъ ими ежегодно 6 рублей, сверхъ причитающихся имъ интересовъ, входитъ еще и въ возвратъ заключеннаго у нихъ долга на 100 рублей: въ первый годъ 1 рубль, во второй годъ 1 р. 5 коп., въ третій годъ 1 р. $10^1/_4$ коп., въ четвертый годъ 1 р. 15,$_{7625}$ коп., въ пятый годъ 1 р. 21,$_{550625}$ коп. и т. д. Еще болѣе неудобно для большой публики, когда ежесрочная сумма, содержащая интересы и погашеніе на каждую сотню рублей заключеннаго долга, совсѣмъ и не представляетъ круглой суммы и неминуемо связана съ очень дробными расчетами. Если, напримѣръ, 5%-ный долгъ заключается на 30 лѣтъ, то на каждую сотню рублей этого долга приходится ежесрочной суммы 6 р. 50,$_{514}$ копѣекъ, и маленькаго капиталиста, конечно, никоимъ образомъ не можетъ прельщать преспектива получать ежегодно на должные ему 100 рублей сверхъ причитающихся ему 5 рублей интересовъ еще и въ возвратъ заключеннаго у него долга: въ первый годъ 1 р. 50,$_{5144}$ коп., во второй годъ 1 р. 58,$_{04012}$ коп., въ третій годъ 1 р. 65,$_{942126}$ копѣекъ, въ четвертый годъ 1 р. 74,$_{2392323}$ копѣйки и т. д. Отъ такого «возврата» занятаго капитала послѣдній, очевидно, размѣнивается на мелкую монету, раздробляясь на такія небольшія части, которыя дѣйствительно уловить нельзя, а вслѣдствіе того эти части неминуемо должны сливаться съ интересами и съ ними поѣдаться. Характерное выраженіе этого мы и видимъ въ Англіи, гдѣ при взиманіи подоходнаго налога съ получателей «срочныхъ аннюитетовъ», налогъ взимается со всей суммы аннюитета, не разбирая, что въ ней составляютъ интересы и что — капиталъ, такъ какъ это повело бы къ неимовѣрной потерѣ времени и силъ, плательщики-же налога совершенно правильно жалуются, что съ нихъ берутъ налогъ совсѣмъ не только на доходъ, но и на капиталъ.

114. Естественно, конечно, что «правильному» погашенію, связанному съ указанными неудобствами, публика не только мелкихъ и среднихъ, но и богатыхъ капиталистовъ готова предпочитать всякое иное, хотя-бы и неправильное, погашеніе, *лишь бы оно возвращало капиталъ долга въ его неприкосновенной цѣлости; не раздробленнымъ и видимо отдѣльно отъ причитающихся по нему интерссовъ.* Поэтому съ конца XVIII столѣтія, когда къ государственнымъ займамъ стали примѣнять ежесрочныя суммы, слагавшіяся изъ интересовъ на занятый капиталъ и погашенія его, построеннаго на началѣ сложныхъ процентовъ, на континентѣ Европы (кажется, въ Германіи) начали практиковать такой способъ расходованія суммъ, назначенныхъ на погашеніе, которымъ устранялись указанныя неудобства и достигалось исполненіе желанія капиталистовъ — получать погашаемый (возвращаемый) капиталъ въ его нераздробленной цѣлости. Способъ этотъ заключается, съ одной

стороны, въ томъ, что суммы, назначенныя на погашеніе, могли во всякую единицу времени сполна расходоваться въ установленномъ размѣрѣ и порядкѣ, слѣдовательно—и въ геометрической прогрессіи, такъ что заключенный долгъ безостановочно уменьшался по имѣвшемуся въ виду плану. Въ тоже время, однако, съ другой стороны, расходованіе употребляемыхъ на погашеніе суммъ, производилось не посредствомъ раздробленія ихъ на мелкія части для распредѣленія ихъ между *всѣми* заимодавцами-капиталистами, а только суммами, соотвѣтствующими допущенному въ данномъ долгѣ раздроблению капитала его на части, то есть — въ сотняхъ единицъ капитала (въ сотняхъ рублей, талеровъ, гульденовъ и т. д.) для выдачи этихъ болѣе крупныхъ суммъ только такому числу заимодавцевъ, на которое ихъ хватало. Если, напримѣръ, по 5%-ному займу на 10.000.000 рублей, заключенному на 30 лѣтъ, приходилось ежегодно расходовать 650.514 р. 40 коп., въ томъ числѣ 5% на капиталъ долга для уплатъ интересовъ и остальное на погашеніе, то для должника, очевидно, было безразлично, какъ израсходовать тѣ 150.514 р. 40 коп., которые въ первый годъ должны были служить для погашенія, или тѣ 158.040 р. 12 коп., которые для той-же цѣли должны были служить во второмъ году, или тѣ 165.942 р. 12,6 коп., которые должны были служить въ третьемъ году и т. д.: распредѣлить-ли ихъ въ вышеуказанныхъ очень дробныхъ, очень мелкихъ суммахъ, въ соразмѣрно-равныхъ частяхъ между всѣми заимодавцами-капиталистами, такъ чтобъ каждый изъ нихъ, въ возвратъ должныхъ ему 100 рублей, получилъ: въ первый годъ 1 р. 50,5144 к., во второй годъ 1 р. 58,04012 коп., въ третій 1 р. 65,942126 коп., въ четвертый годъ 1 р. 74,2392328 коп. и т. д.,—или-же въ возвратъ занятаго капитала уплатить: въ первый годъ 1505 круглыхъ суммъ въ 100 рублей каждая, вмѣстѣ составлявшихъ 150.500 рублей и оставлявшихъ еще небольшой остатокъ въ 14 р. 40 коп. для присоединенія его, съ 5% на него, а всего 15 р. 12 коп., къ расходу на погашеніе слѣдующаго года, составлявшему 158.040 р. 12 коп., а съ означеннымъ остаткомъ достигавшему 158.055 р. 24 коп.; изъ этихъ 158.055 р. 24 коп. опять могли быть распредѣлены 1580 круглыхъ суммъ въ 100 рублей каждая, вмѣстѣ составлявшихъ 158.000 рублей и оставлявшихъ небольшой остатокъ въ 55 р. 25 коп. Присоединяя этотъ остатокъ и 5% на него, а всего 58 р. 00,2 коп., къ расходу на погашеніе третьяго года, составлявшему 165.942 р. 12,6 коп., имѣлось всего въ третьемъ году для расхода на погашеніе 166.000 руб. 12,8 коп., изъ которыхъ можно было выдать 1660 круглыхъ суммъ въ 100 рублей каждая и т. д. Очевидно, что всякій заимодавецъ, получая въ уплату слѣдующихъ ему 100 рублей всегда всю эту сумму сполна и сразу, не имѣлъ уже повода жаловаться, а напротивъ, его желаніе, получить погашаемый капиталъ въ нераздробленномъ видѣ, удовлетворялось всецѣло. Но очевидно, что если въ уплату долга въ первый годъ могло быть выплачено только 1505 круглыхъ суммъ въ 100 рублей каждая, во второй годъ 1580 такихъ суммъ, въ третьемъ году 1660 такихъ суммъ, въ четвертомъ 1742 и т. д. (какъ это обусловливалось прогрессіею наростанія сложныхъ 5% на первоначально назначенную для погашенія сумму), то не всѣ заимодавцы, а только часть ихъ, могли получать погашеніе, выплачиваемое такими видимо-крупными суммами. Кому-же могло быть предоставлено опредѣленіе, кто именно изъ заимодавцевъ-капиталистовъ въ ту или другую единицу времени (первую, вторую, третью

и т. д.), будетъ получать эти круглыя суммы, то есть: въ какой очереди отдѣльные заимодавцы будутъ получать погашеніе? Право всѣ имѣли одинаковое и никакая Соломонова мудрость не въ состояніи была указать иного справедливаго и законнаго способа, кромѣ жребія. Жребію поэтому и было предоставлено указывать, въ какомъ порядкѣ до отдѣльныхъ заимодавцевъ-капиталистовъ будетъ доходить очередь полученія причитавшагося имъ погашенія. Документы на каждую сотню единицъ капитала долга (рублей, талеровъ, гульденовъ и т. д.) или облигаціи получили отдѣльные нумера, и нумера эти, выписанные на свернутыхъ въ трубочки билетахъ и брошенные въ полый цилиндръ, вертящійся на оси и этимъ смѣшивающій билеты, подвергались затѣмъ вынутію или «вытягиванію» изъ жеребьеваго колеса въ такомъ числѣ, какое соотвѣтствовало числу погашаемыхъ облигацій каждой единицы времени (года, полугодія и т. д.). Это-то «вытягиваніе жребія» (tirage au sort, Ausloosung), въ его примѣненіи къ погашенію публичныхъ долговъ, почему-то по русски называется преимущественно «тиражемъ погашенія» и даже просто «тиражемъ», хотя собственно «тиражъ» означаетъ лишь «вытягиваніе», и такимъ обозначеніемъ существо дѣла, заключающееся въ жребіи (le sort, das Loos), при этомъ совсѣмъ даже и не упоминается. Впрочемъ таже странность словоупотребленія оказывается и въ Англіи, гдѣ тоже говорятъ по поводу погашенія только о «вытягиваніи» (drawing), не упоминая, что предметъ вытягиванія составляетъ *жребій* погашенія.

XXI.

Вліяніе «тиража погашенія»: двойственность займовъ, къ которымъ онъ примѣняется, и ихъ различная природа для заемщика и для заимодавца.

---

115. «Тиражъ» для погашенія по жребію оказываетъ очень сильное вліяніе на займы съ прогрессивнымъ погашеніемъ, когда онъ къ нимъ примѣняется, особенно въ связи съ множественностью видовъ капитала и роста. Вліяніе это заключается въ двойственности характера, которое получаютъ публичные долги, возникающіе изъ означенныхъ займовъ, и оттого въ двойственности основаній, на которыхъ по нимъ должны дѣлаться расчеты. Одни и тѣ-же публичные долги получаютъ одинъ характеръ для заемщиковъ—должниковъ по нимъ, а другой—для заимодавцевъ по нимъ; по однимъ основаніямъ расчеты по нимъ должны производиться для заемщиковъ и по тѣмъ-же долгамъ на совсѣмъ иныхъ основаніяхъ должны производиться расчеты для заимодавцевъ-капиталистовъ. Для заемщиковъ назначеніе извѣстной ежесрочной суммы на погашеніе дѣлаетъ долги *опредѣленно* срочными: на 37—40—50—80 лѣтъ, или 75—85—120—160 полугодій, или 180—240—320 четвертей года и т. д.; для заимодавцевъ-же тѣ-же самые

займы, несмотря на ихъ несомнѣнную и очевидную срочность, опредѣляющуюся ежесрочно производимымъ по нимъ погашеніемъ, являются *неопредѣленно* срочными: для каждаго заимодавца срокъ займа будетъ другой, въ зависимости отъ того, когда до него дойдетъ очередь жребія погашенія, и для всѣхъ заимодавцевъ этотъ срокъ—неопредѣленный, потому что онъ зависитъ отъ случайностей жребія. Для заемщика долгъ будетъ всегда оставаться такимъ, какимъ онъ его желалъ сдѣлать: онъ будетъ ежесрочно уменьшающійся, долями, прогрессивно увеличивающими, возвращающими постепенно капиталъ, числящійся въ долгу. Напротивъ, такихъ заимодавцевъ, которые долями получаютъ должныя имъ суммы, совсѣмъ нѣтъ; при этомъ каждому изъ нихъ возвратъ производится единовременно, а не постепенно, сполна и сразу всею суммою, а не частями. Такимъ образомъ одинъ и тотъ-же долгъ въ одно и то-же время погашается для заемщика — частями, а для заимодавцевъ—единовременно, когда до нихъ дойдетъ очередь жребія.

116. Поэтому наличная стоимость уплатъ по такому долгу должна опредѣляться на двоякихъ основаніяхъ, смотря по тому, съ которой стороны мы его будемъ разсматривать, или въ какомъ направленіи мы будемъ разсматривать уплаты. Со стороны заемщика-должника ежесрочно будетъ расходоваться по займу сумма A, и выраженіе наличной стоимости этой ежесрочной суммы A будетъ двоякое: нарицательнымъ ростомъ t и нарицательнымъ капиталомъ K опредѣлится нарицательное выраженіе означенной стоимости $K=A\varphi_{n(t)}$; реализаціонный-же ростъ τ и реализаціонный капиталъ C опредѣлятъ ея выраженіе въ видѣ $C=A\varphi_{n(\tau)}$. Совсѣмъ иное должно быть выраженіе той-же наличной стоимости со стороны заимодавцевъ, между которыми ежесрочная сумма A распредѣляется такъ, что всѣ заемщики во всякую единицу времени изъ нея получаютъ только интересы на капиталъ, погашеніе-же получаютъ не всѣ, а только нѣкоторые заимодавцы. Поэтому вся ежесрочная сумма A или только она безъ измѣненій совсѣмъ не годится для заимодавцевъ въ основаніе для опредѣленія наличной стоимости всѣхъ, связанныхъ съ тѣмъ-же долгомъ, уплатъ. Каждый изъ заимодавцевъ во всякую единицу времени будетъ получать платежъ только по купону, только интересы, въ размѣрѣ нарицательныхъ t% на погашаемый капиталъ K или Kt, наличная стоимость коихъ, на основаніи оцѣночнаго роста τ при срокѣ n, составитъ $Kt\varphi_{n(\tau)}=\frac{Kt}{\tau}\left(1-\frac{1}{(1+\tau)^n}\right)$. И сверхъ того ему предстоитъ во всякомъ случаѣ чрезъ n единицъ времени получить погашаемый капиталъ K (или его соразмѣрную долю). Нынѣшняя (наличная) стоимость его будущей единовременной уплаты при оцѣночномъ ростѣ τ составляетъ $\frac{K}{(1+\tau)^n}$. Слѣдовательно, вмѣстѣ, всѣ уплаты для заимодавца-капиталиста составятъ $C=Kt\varphi_{n(\tau)}+\frac{K}{(1+\tau)^n}$. Такое же различіе въ формулахъ мы уже констатировали и относительно каждой, въ отдѣльности, изъ уплатъ по разсматриваемому долгу. Уплата въ счетъ интересовъ будетъ для заемщика-должника расходомъ *непрерывно уменьшающимся* и уменьшающимся въ геометрической прогрессіи; напротивъ, для заимодавца она остается *всегда-одинаковою*, неизмѣнно равною, представляемою однимъ и тѣмъ-же числомъ купоновъ въ каждомъ году, съ однимъ и тѣмъ-же платежемъ по нимъ. По этому съ точки

зрѣнія заемщика-должника наличная стоимость уплатъ въ счетъ интересовъ составитъ, какъ мы видѣли (стр. 79):

$$R = A\left[\varphi_{n(\tau)} - \frac{1}{\tau - t}\left(\frac{1}{(1+t)^n} - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right)\right] = \frac{t}{\tau - t} A\left(\varphi_{n(t)} - \varphi_{n(\tau)}\right) = \frac{t}{\tau - t}(K - C) = \frac{Wt}{\tau - t};$$

при чемъ $W = K - C$; для заимодавцевъ-же, какъ мы видѣли (стр. 88), наличная стоимость уплатъ въ счетъ интересовъ выражается отношеніемъ между суммою нарицательныхъ $t^0/_0$ на разность между капиталомъ нарицательнымъ (K) и реализованнымъ (C') и разностью между ростомъ реализаціоннымъ (τ) и нарицательнымъ (t), составляя:

$$R' = \frac{(K - C')t}{\tau - t} = \frac{Vt}{\tau - t}, \text{ при чемъ } V = K - C'.$$

Наоборотъ, уплаты въ счетъ погашенія составляютъ для заемщика расходъ, не только постоянный, ежесрочно производимый, но и возрастающій въ геометрической прогрессіи; тогда какъ для заимодавца они совсѣмъ не составляютъ ежесрочнаго поступленія и замѣняются единовременнымъ поступленіемъ. Поэтому и ихъ наличная стоимость имѣетъ два различныя выраженія: съ точки зрѣнія заемщика она (опредѣленная чрезъ ежесрочную сумму A) составляетъ:

$$E = \frac{A}{\tau - t}\left(\frac{1}{(1+t)^n} - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right),$$

а для заимодавца ея выраженіе:

$$E' = \frac{C\tau - Kt}{\tau - t}.$$

117. Мы уже видѣли на частныхъ примѣрахъ (стр. 83), что C и C', R и R', E и E' представляютъ различныя величины при одномъ и томъ-же нарицательномъ или погашаемомъ капиталѣ (K), нарицательномъ ростѣ (t), оцѣночномъ или реализаціонномъ ростѣ (τ) и срокѣ (n). Вникнемъ теперь въ коренное основаніе этого различія. Такъ какъ коренная особенность займовъ при множественности видовъ капитала и роста заключается въ разности между ихъ погашаемымъ и реализованнымъ капиталомъ, то на ней замѣченныя нами различія должны наиболѣе явственно выразиться и въ ней-же имѣть свой первоначальный источникъ.

118. Всего проще выражается разность между погашаемымъ и реализованнымъ капиталомъ, когда она разсматривается съ точки зрѣнія заимодавца. Означимъ ее по прежнему чрезъ $V = K - C'$. Вставивъ въ это равенство вмѣсто C' его выраженіе $C' = Kt\varphi_{n(\tau)} + \frac{K}{(1+\tau)^n}$, а вмѣсто $\varphi_{n(\tau)} = \frac{1}{\tau}\left(1 - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right)$, получимъ:

$$V = K - \left(Kt\varphi_{n(\tau)} + \frac{K}{(1+\tau)^n}\right) = K - \frac{K}{(1+\tau)^n} - \frac{Kt}{\tau}\left(1 - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right) =$$
$$= K\left[\frac{\tau}{\tau}\left(1 - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right) - \frac{t}{\tau}\left(1 - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right)\right] = \frac{K}{\tau}(\tau - t)\left(1 - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right) =$$
$$= \frac{\tau - t}{\tau}\left(K - \frac{K}{(1+\tau)^n}\right) = K(\tau - t)\frac{1}{\tau}\left(1 - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right) = K(\tau - t)\varphi_{n(\tau)}.$$

Слѣдовательно: для заимодавца разность между нарицательнымъ капиталомъ долга и наличнымъ капиталомъ, уплачиваемымъ за соединенные съ этимъ долгомъ

платежи, составляетъ сумму, образующуюся отъ капитализаціи изъ реализаціоннаго роста процентовъ на нарицательный капиталъ въ размѣрѣ разности между реализаціоннымъ и нарицательнымъ ростомъ. Напр., если реализаціонный ростъ по 30-лѣтнему 5%-пому займу, который мы выше брали для нагляднаго разъясненія, составляетъ 6,355%, то значитъ разность между нимъ и нарицательнымъ ростомъ будетъ $\tau - t = 6{,}355\% - 5\% = 1{,}355\%$ или 1 р. 35½ коп. на каждые 100 рублей долга, и эти 1 р. 35½ коп., капитализованные изъ 6,355% на 30 лѣтъ, то есть: помноженные на $\varphi_{30(6{,}355\%)} = \frac{1}{0{,}06355}\left(1 - \frac{1}{(1{,}06355)^{30}}\right)$, составятъ разность между нарицательнымъ и реализованнымъ капиталомъ на каждые 100 рублей долга. Въ этомъ случаѣ $V = K(\tau - t)\varphi_{n(\tau)} = 100\,(0{,}06355 - 0{,}05)(\varphi_{30(6{,}355\%)}) = 17{,}96375$. А такъ какъ $V = K - C'$ и оттого $C' = K - V$, то въ нашемъ примѣрѣ $C' = 100 - 17{,}96375 = 82{,}03625$.

119. Не столь простой видъ имѣетъ выраженіе разности между нарицательнымъ и реализованнымъ капиталами долга съ точки зрѣнія заемщика-должника. Для него нарицательный капиталъ, выражающій погасительную стоимость связанной съ долгомъ уплаты ежесрочной суммы A, составляетъ $K = A\varphi_{n(t)}$, а реализованный капиталъ, выражающій наличную стоимость означенной ежесрочной суммы A, составляетъ $C = A\varphi_{n(\tau)}$; разность-же между обоими капиталами (означимъ ее чрезъ W, какъ выше) или $W = K - C = A\varphi_{n(t)} - A\varphi_{n(\tau)} = A(\varphi_{n(t)} - \varphi_{n(\tau)})$. Но мы только что вспоминали (стр. 99), что съ точки зрѣнія заемщика наличная стоимость уплатъ въ счетъ интересовъ или $R = A\left[\varphi_{n(\tau)} - \frac{1}{\tau - t}\left(\frac{1}{(1+t)^n} - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right)\right] = \frac{t}{\tau - t}A(\varphi_{n(t)} - \varphi_{n(\tau)}) = \frac{t}{\tau - t}(K - C) = \frac{Wt}{\tau - t}$. Отсюда

$$A(\varphi_{n(t)} - \varphi_{n(\tau)}) = \frac{\tau - t}{t}R = K - C = W$$

или полнѣе:

$$W = A\frac{\tau - t}{t}\left[\varphi_{n(\tau)} - \frac{1}{\tau - t}\left(\frac{1}{(1+t)^n} - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right)\right] = \frac{A}{t}\left[(\tau - t)\varphi_{n(\tau)} - \left(\frac{1}{(1+t)^n} - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right)\right],$$

а принимая во вниманіе, что $K = A\varphi_{n(t)}$ или $A = \frac{K}{\varphi_{n(t)}}$,

$$W = \left[K(\tau - t)\varphi_{n(\tau)} - \left(\frac{K}{(1+t)^n} - \frac{K}{(1+\tau)^n}\right)\right]\frac{1}{t\varphi_{n(t)}},$$

Но мы только что видѣли, что $K(\tau - t)\varphi_{n(T)}$ выражаетъ разность между нарицательнымъ (погашаемымъ) капиталомъ долга и тѣмъ наличнымъ капиталомъ, который заимодавецъ можетъ заплатить за связанныя съ долгомъ уплаты при реализаціонномъ (оцѣночномъ) ростѣ τ и срокѣ n. Поэтому

$$W = \left[V - \left(\frac{K}{(1+t)^n} - \frac{K}{(1+\tau)^n}\right)\right]\frac{1}{t\varphi_{n(t)}},$$

откуда очевидно, что при равенствѣ прочихъ условій (при одинаковости нарицательнаго капитала, нарицательнаго роста, реализаціоннаго или оцѣночнаго роста и срока) W меньше V и поэтому $K - V = C'$ должно быть меньше $K - W = C$.

Въ приведенномъ выше примѣрѣ 5%-наго займа на 30 лѣтъ, при реализаціонномъ ростѣ въ 6,355%,

$$W = (17{,}96375 - 7{,}38845) \cdot \frac{1}{15{,}37245 \cdot 0{,}05} = 13{,}7588$$

на каждую сотню единицъ нарицательнаго капитала долга. Оттого $C = K - W = 100 - 13{,}7588 = 86{,}2412$.

120. Нетрудно понять, что именно такое и должно быть то вліяніе, оказываемое при множественности видовъ капитала и роста погашеніемъ по жребію, которое дѣлаетъ заключенный на извѣстный срокъ публичный долгъ опредѣленно срочнымъ только для заемщика, а для заимодавца, напротивъ, его дѣлаетъ неопредѣленно срочнымъ. Если, напримѣръ, заемъ заключенъ на 30 лѣтъ, то для всякаго заимодавца это означаетъ, что онъ долженъ выразить готовность растаться съ своимъ капиталомъ на 30 лѣтъ, или—дать согласіе и на тотъ случай, если погашеніе долга для него произойдетъ не ранѣе, какъ чрезъ 30 лѣтъ. Но въ то время, какъ для заемщика-должника 30-лѣтній срокъ—единственный, съ которымъ ему приходится считаться и на основаніи котораго дѣйствительно правильно построены всѣ точные его расчеты,—тотъ-же 30-лѣтній срокъ означаетъ лишь *самый отдаленный* срокъ, на который заимодавецъ долженъ согласиться отдать свой наличный капиталъ и въ который онъ долженъ быть согласенъ получить погашеніе заключеннаго у него долга. Но въ дѣйствительности заимодавецъ, въ зависимости отъ жребія погашенія, можетъ получить погашеніе уже чрезъ годъ, или чрезъ 2 — 3 года, или чрезъ 5 — 10—15 лѣтъ. И очевидно, что это существенно измѣнитъ тотъ самый расчетъ, который онъ-же дѣлалъ, исходя изъ 30-лѣтняго срока. Такъ какъ 30-лѣтній срокъ—самый отдаленный, то очевидно, что на его основаніи заимодавецъ дѣлаетъ лишь *самый неблагопріятный* для него съ точки зрѣнія роста на капиталъ изъ всѣхъ возможныхъ, въ зависимости отъ продолжительности срока, расчетовъ; то есть: 30-лѣтній срокъ опредѣляетъ лишь наименьшую сумму, которую при данномъ реализаціонномъ ростѣ на капиталъ можетъ дать заимодавецъ, оцѣнивая связанные съ долгомъ платежи. А между тѣмъ заемщикъ-должникъ устроилъ эти платежи такъ, что заимодавецъ-капиталистъ можетъ ихъ получить и чрезъ годъ, или чрезъ 2—3—4 года, или чрезъ 5 — 6 — 7 и т. д. лѣтъ, то есть гораздо скорѣе. Слѣдовательно, то, что заемщикъ-должникъ даетъ, дѣйствительно имѣетъ гораздо большую цѣнность (стоимость), чѣмъ та наименьшая при данномъ реализаціонномъ ростѣ стоимость, которая опредѣляется возвратомъ капитала по истеченіи всего срока займа. Въ нашемъ вышеприведенномъ примѣрѣ 5%-наго займа, заключеннаго на 30 лѣтъ, при реализаціонномъ ростѣ въ 6,355% за наличный капиталъ, заемщикъ-должникъ вправѣ требовать, чтобъ ему дали по 86,241 наличнаго капитала за каждые 100 единицъ капитала долга, потому что *во всякое данное время* производимые заемщикомъ по этому долгу платежи, причитающіеся на каждые 100 рублей его, *дѣйствительно стоятъ* 86,241 за сто, или — *равноцѣнны такому наличному капиталу* при оцѣночномъ ростѣ въ 6,355% на капиталъ. Все равно, кто-бы ни производилъ-бы оцѣнку, должникъ или заимодавецъ, разъ предметъ оцѣнки составляютъ производимые должникомъ платежи и она производится на основаніи оцѣночнаго (реализаціоннаго) роста въ 6,355%, исчисленіе можетъ дать только одинъ результатъ, что платежи стоятъ 86,241 за сто. И только при

условіи такой оцѣнки заемщикъ-должникъ будетъ за взятый имъ (реализованный) наличный капиталъ уплачивать во всякое данное время 6,355% роста, не менѣе и не болѣе. Но суть въ томъ, что предметъ этой оцѣнки, который заемщикъ *во всякое данное время* отдаетъ и за который онъ вправѣ требовать его истинную цѣну тоже во всякое данное время,—этотъ предметъ такого свойства, что заимодавцы его получаютъ *не* во *всякое* данное время, а *только* въ *одно* извѣстное время. Мы можемъ вычислить это время (означимъ его чрезъ m) на основаніи формулы срока при единовременно-погашаемомъ займѣ (данной въ § 107). Если въ этой формулѣ:

$$m = \frac{\log(K\tau - Kt) - \log(C\tau - Kt)}{\log(1+\tau)},$$

мы примемъ по даннымъ нашего примѣрнаго займа, что $K = 100$, $t = 0{,}05$ и $\tau = 6{,}355\%$, тогда

$$m = \frac{0{,}4501293}{0{,}0367679} = 16{,}823 \text{ лѣтъ};$$

и вотъ при такомъ срокѣ формула, по которой заимодавцы вычисляютъ стоимость того, что они получаютъ, опредѣлитъ, что они могутъ и должны расходовать наличный капиталъ:

$$C = \frac{5}{0{,}06355}\left(1 - \frac{1}{(1{,}06355)^{16{,}823}}\right) + \frac{100}{(1{,}06355)^{16{,}823}} = 86{,}241.$$

Такимъ образомъ только тотъ заимодавецъ, капиталъ котораго состоялъ $16^7/_8$ лѣтъ въ распоряженіи должника, получаетъ отъ послѣдняго *только* то, что послѣдній отдаетъ, и *все* то, что послѣдній отдаетъ; лишь тогда, когда очередь погашенія по жребію дошла до заимодавца чрезъ $16^7/_8$ лѣтъ послѣ того, какъ онъ сдѣлался заимодавцемъ, онъ получаетъ 6,355% на наличный капиталъ въ 86,241. При всякомъ-же иномъ срокѣ, или при всякомъ иномъ числѣ лѣтъ, которое меньше или больше $16^7/_8$ лѣтъ, положеніе заимодавца и отношеніе къ нему должника неминуемо иное. Когда очередь погашенія по жребію доходитъ ранѣе (прежде), чѣмъ чрезъ $16^7/_8$ лѣтъ, то заимодавецъ при всякомъ срокѣ, болѣе короткомъ, получаетъ на наличный капиталъ 86,241 болѣе, чѣмъ 6,355%. Если, напримѣръ, очередь погашенія дойдетъ до заимодавца уже чрезъ три года послѣ того, какъ онъ сдѣлался заимодавцемъ, то онъ на свои 86,241 получитъ свыше 10%; если эта очередь дойдетъ до него чрезъ пять лѣтъ, онъ получитъ на тѣ-же 86,241 до $8^1/_2\%$; если очередь до него дойдетъ чрезъ 10 лѣтъ, онъ получитъ почти 7%. Должникъ-же всегда отдаетъ одно и тоже своимъ заимодавцамъ и онъ имъ всегда отдаетъ 6,355% на полученные имъ 86,241 рублей наличныхъ за всякіе 100 рублей погашаемаго долга. Но то всегда одинаковое, что должникъ всегда отдаетъ, вслѣдствіе примѣненія жребія къ опредѣленію очереди погашенія долга, доходитъ до отдѣльныхъ его заимодавцевъ въ различные сроки. И чрезъ это то, что уходитъ отъ должника одинаковымъ (всегда одними и тѣми-же 6,355%-ами на наличные 86,241 рублей), приходитъ къ заимодавцамъ, какъ нѣчто, весьма разнообразящееся, въ зависимости отъ того, когда, въ какой срокъ, совершается этотъ приходъ. Если это происходитъ ранѣе вышеисчисленнаго для нашего примѣра срока въ $16^7/_8$ лѣтъ, то заимодавецъ получаетъ больше 6,355% на отданные имъ наличные 86,241 рубля. Если-же это происходитъ послѣ $16^7/_8$ лѣтъ, то онъ получаетъ на свои 86,241 рублей менѣе 6,355%: напримѣръ, если жребій погашенія даетъ ему уплату долга

чрезъ 20 лѣтъ, то онъ получаетъ почти $6^1/_4$%, чрезъ 25 лѣтъ онъ получаетъ уже $6^1/_{10}$%, а чрезъ 30 лѣтъ онъ получаетъ только 6%. Но жребія своего никакой заимодавецъ предусмотрѣть не можетъ. Также точно какъ невѣрно и несправедливо было-бы, еслибъ онъ взялъ основаніемъ своихъ расчетовъ возможность, что жребій погашенія до него дойдетъ чрезъ 30 лѣтъ, невѣрно и несправедливо было бы, еслибъ онъ взялъ основаніемъ своихъ расчетовъ возможность, что жребій погашенія до него дойдетъ чрезъ три года. Поэтому расчитывать, практически, возможно лишь на среднее, или обще-сложное, не на то, что случайно получаетъ ототдѣльный заемщикъ, а на то, что во всякомъ случаѣ получаютъ всѣ заемщики, вмѣстѣ взятые, и это среднее или обще-сложное и составляетъ то, что должникъ отдаетъ, хотя, практически, никто не можетъ знать, получитъ-ли онъ это среднее и навѣрно лишь малая часть заемщиковъ его дѣйствительно получитъ, нѣкоторая-же ихъ часть навѣрно получатъ больше, а нѣкоторая часть навѣрно получитъ меньше.

121. Такимъ образомъ вліяніе, оказываемое при множественности видовъ капитала и роста примѣненіемъ жребія къ погашенію, до извѣстной степени превращаетъ всѣ займы, подвергающіеся этому вліянію, въ лотерейные. Выигрышъ въ нихъ составляетъ возможность «выйти въ тиражъ» и получить уплату долга ранѣе того срока, въ который на реализованный займомъ капиталъ заимодавецъ получаетъ такой же ростъ, какой уплачиваетъ должникъ, и въ такомъ счастливомъ случаѣ получитъ на тотъ же капиталъ болѣе высокій ростъ. Потеря, неминуемая во всякой лотереѣ, если она не дала выигрыша, заключается въ менѣе высокомъ ростѣ, получаемомъ на капиталъ, когда жребій погашенія даетъ уплату долга позже вышеуказаннаго срока. Это — лотерея, ничего не стоящая заемщику-должнику, въ которой одни заимодавцы выигрываютъ то, что другіе заимодавцы теряютъ. Естественно, конечно, что внесеніе лотерейнаго характера въ займы съ погашеніемъ по жребію, при множественности видовъ капитала и роста, неминуемо должно оказать выясненное выше дѣйствіе: что при расчетѣ на весь тотъ срокъ, на который заемъ заключенъ и которымъ опредѣляется ростъ за наличный капиталъ, уплачиваемый заемщикомъ, не можетъ быть тождества суммы наличной стоимости связанныхъ съ долгомъ платежей съ точки зрѣнія заемщика-должника и заимодавца-капиталиста. Расчетъ на *весь* срокъ долга при такихъ условіяхъ представляетъ собою наименѣе благопріятный для заимодавца расчетъ; потому неминуемо ростъ, получаемый заимодавцемъ, будетъ ниже уплачиваемаго должникомъ; а вслѣдствіе того неминуемо сумма стоимости платежей, связанныхъ съ долгомъ, при расчетѣ на *весь* срокъ займа неминуемо должно быть для заимодавца меньше всѣхъ иныхъ суммъ той-же стоимости, какъ исчисленной на основаніи всѣхъ иныхъ возможныхъ сроковъ, въ которые жребій даетъ погашеніе, такъ и исчисленной на основаніи того-же полнаго срока займа, но съ точки зрѣнія заемщика при предположеніи постепеннаго, а не единовременнаго, погашенія.

122. Сущность сказаннаго можно такъ резюмировать кратко. Когда стоимость платежей, связанныхъ съ долгомъ, опредѣляется на основаніи ежесрочной суммы, уплачиваемой должникомъ, то требованіе означенной стоимости отъ всѣхъ заимодавцевъ, вполнѣ правильное лишь въ томъ случаѣ, когда ежесрочно-производимое погашеніе по соразмѣрности распредѣляется всякій разъ между всѣми заимодавцами,

расходится съ дѣйствительностью, какъ она слагается подъ вліяніемъ «тиража», при единовременномъ погашеніи долга отдѣльнымъ займодавцамъ по очереди, устанавливаемой жребіемъ. Поэтому, особенно въ моментъ заключенія долга, когда весь его срокъ еще впереди, а по существу погашенія, возрастающаго въ геометрической прогрессіи, лишь немногіе займодавцы могутъ получить единовременное погашеніе отъ тиража, расчетъ на основаніи всего срока займа долженъ обнаружить наибольшую разность между стоимостью платежей по долгу, исчисленной на двоякихъ основаніяхъ, на коихъ она можетъ и должна опредѣляться.

123. Вотъ почему при заключеніи новаго займа всегда судятъ односторонне, когда принимаютъ во вниманіе только жертвы, съ которыми онъ связанъ для должника, и о реализаціонномъ ростѣ судятъ только по тому, какъ онъ высокъ для должника-заемщика. Это только одна сторона дѣла. Другая-же сторона заключается въ необходимости для громаднаго большинства займодавцевъ примириться съ тѣмъ, что по расчету на весь срокъ займа очень многіе изъ нихъ, даже наибольшая ихъ часть, будутъ получать гораздо менѣе высокій ростъ на свой наличный капиталъ. Правда, ничтожное меньшинство между ними, на которое выпадетъ жребій ближайшихъ погашеній, получатъ на счетъ остальныхъ займодавцевъ болѣе высокій ростъ, чѣмъ какой должникъ уплачиваетъ. И капиталисты такъ устроены, что возможность для каждаго изъ нихъ нажиться на счетъ остальныхъ, достаточно ихъ разжигаетъ, чтобъ они руководствовались только ожиданіемъ возможнаго барыша и совершенно забыли, что только весьма немногіе его получатъ, а подавляющее большинство будетъ недополучать и того роста на капиталъ, который должникъ уплачиваетъ. Но не мѣшаетъ знать и то, что капиталистъ изъ корыстолюбія упускаетъ изъ виду.

124. Изъ вышеизложеннаго, далѣе, слѣдуетъ, что для эквивалентности (равноцѣнности) между выраженіемъ наличной стоимости платежей, связанныхъ съ займомъ, для заемщика-должника съ одной стороны, и выраженіемъ стоимости тѣхъ-же платежей, для займодавцевъ-капиталистовъ съ другой стороны, — послѣдніе должны исходить въ своихъ расчетахъ не изъ всего срока, на который заключенъ заемъ, а изъ нѣкоего иного срока, болѣе продолжительнаго чѣмъ тѣ, при которыхъ при данномъ реализаціонномъ капиталѣ капиталистъ получаетъ болѣе высокій ростъ, чѣмъ какой уплачиваетъ должникъ, и менѣе продолжительнаго, чѣмъ тѣ сроки, при которыхъ капиталистъ получаетъ менѣе высокій ростъ, чѣмъ какой уплачиваетъ должникъ. Этотъ «средній» (или вѣрнѣе «общесложный» для всѣхъ займодавцевъ-капиталистовъ) срокъ опредѣляется по формулѣ (§ 107), по которой вычисляется, въ какой срокъ при данномъ погашаемомъ (нарицательномъ) и реализаціонномъ капиталахъ и при данномъ нарицательномъ ростѣ, должно послѣдовать единовременное погашеніе по жребію (бумага должна выйти въ тиражъ), чтобъ доходъ соотвѣтствовалъ тому или иному реализаціонному росту. Если означимъ этотъ срокъ чрезъ m, то

$$m = \frac{\log(K\tau - Kt) - \log(C\tau - Kt)}{\log(1+\tau)}$$

и такъ какъ только при этомъ срокѣ m всѣ элементы займа будутъ тождественны съ точки зрѣнія обѣихъ заинтересованныхъ въ займѣ сторонъ, то только привлеченіемъ его можно установить формулу равноцѣнности обѣихъ выраженій налич-

ной стоимости платежей, связанныхъ съ займомъ. А именно, если по прежнему мы будемъ означать: чрезъ K нарицательный капиталъ займа, чрезъ C' реализованный капиталъ съ точки зрѣнія заимодавца, а чрезъ C тотъ-же капиталъ съ точки зрѣнія заемщика, чрезъ t нарицательный ростъ, а чрезъ τ реализаціонный ростъ, чрезъ n срокъ, на который заключенъ заемъ должникомъ и въ который онъ постепенно погашается тиражемъ, и чрезъ m тотъ срокъ, въ который должно поступать погашеніе по тиражу жребія для полученія капиталистомъ $\tau^0/_0$ на наличный капиталъ C', чрезъ A ежесрочную сумму, которую должникъ расходуетъ въ каждую единицу времени для уплаты интересовъ и погашенія, чрезъ φ наличную стоимость ежесрочной единицы, и черезъ V разность между погашаемымъ и реализаціоннымъ капиталами, съ точки зрѣнія заимодавца, а чрезъ W ту-же разность съ точки зрѣнія заемщика, то $A\varphi_{n(\tau)} = K \cdot \frac{\varphi_{n(\tau)}}{\varphi_{n(t)}} = Kt\varphi_{m(\tau)} + \frac{K}{(1+\tau)^m} = C' = C = K - V = K - W = A\varphi_{n(\tau)}[1 - (\tau - t)\varphi_{m(\tau)}]$ при чемъ m опредѣляется по указанной выше формулѣ. Въ этомъ равенствѣ наличная стоимость связанныхъ съ займомъ платежей въ томъ видѣ, какъ она важна для должника, выражена двоякo: чрезъ ежесрочную сумму A и чрезъ нарицательный капиталъ K. Въ томъ-же видѣ, въ которомъ стоимость тѣхъ же платежей важна для заимодавцевъ, она выражена только чрезъ нарицательный капиталъ K. Ежесрочная сумма является въ ней лишь въ видѣ нарицательныхъ интересовъ (Kt), наличная стоимость коихъ представляетъ лишь одну стоимость процентныхъ платежей по займу; стоимость-же погасительныхъ по займу платежей выражена въ нашей формулѣ только чрезъ наличную стоимость погашаемаго капитала $\left(\frac{K}{(1+\tau)^m}\right)$. Нетрудно, однако, и эту часть формулы замѣнить другою, выражающею тоже наличную стоимость ежесрочной погасительной уплаты, такъ какъ

$$\frac{K}{(1+\tau)^m} = \frac{Kt}{(1+\tau)^m - 1}\varphi_{m(\tau)},$$

то есть, наличная стоимость погашаемаго капитала равняется наличной стоимости той ежесрочной уплаты, которая потребовалась-бы ежесрочно для погашенія капитала въ данный срокъ. И дѣйствительно, вставивъ вмѣсто $\varphi_{m(\tau)}$ его выраженіе $\frac{(1+\tau)^m - 1}{\tau(1+\tau)^m}$, получимъ:

$$\frac{Kt}{(1+\tau)^m - 1} \cdot \frac{(1+\tau)^m - 1}{\tau(1+\tau)^m} = \frac{K}{(1+\tau)^m}.$$

Поэтому мы можемъ нашу формулу эквивалентнаго вида обоихъ выраженій наличной стоимости для заимодавца и для должника выразить слѣдующимъ образомъ:

$$A\varphi_{n(\tau)} = \left(Kt + \frac{Kt}{(1+\tau)^m - 1}\right)\varphi_{m(\tau)} = C \text{ *).}$$

---

*) Напримѣръ: 4%-нымъ займомъ на 100.000.000 рублей на 40 лѣтъ съ ежегоднымъ расходомъ 5.052.349 рублей реализованъ капиталъ въ 81.070 604 рублей, чему соотвѣтствуетъ реализаціонный ростъ въ $5^1/_2\%$; при этомъ $K = 100.000.000$, $C = 81.070.604$, $t = 0{,}04$, $\tau = 0{,}055$, $n = 40$, $Kt = 4.000.000$, $K\tau = 5.500.000$, $C\tau = 1.458.883$, поэтому $m = 22{,}_{173}$ лѣтъ, $\varphi_{n(t)} = 19{,}_{79277388}$, $\varphi_{n(\tau)} = 16{,}_{04612469}$, $\varphi_{m(\tau)} = 12{,}_{6194630}$, $\frac{K\tau}{(1+\tau)^m - 1} = 2.424.187$, $(1+\tau)^m = 3.268802$; поэтому:

$$5.052.349 \times 16{,}_{04612469} = 100.000.000\,\frac{16{,}_{04612469}}{19{,}_{79277388}} = 4.000.000 \times 12{,}_{6194630} + \frac{100.000.000}{3.268802} = (4.000.000 + 2.424.187) \times 12{,}_{6194630} = 81.070.604.$$

Такимъ образомъ, когда по займу нарицательный капиталъ (K) больше реализованнаго (C'), или между обоими капиталами существуетъ нѣкоторая разность ($K = C' + V$), и когда къ займу примѣняется погашеніе по жребію, то полная эквивалентность между выраженіями наличной стоимости связанныхъ съ займомъ платежей для должника и заимодавца устанавливается только подъ условіемъ расчета заимодавца на гораздо менѣе продолжительный срокъ возврата ему капитала, чѣмъ на какой заемъ заключенъ. Другими словами это значитъ: при множественности видовъ капитала и роста примѣненіе жребія къ опредѣленію очереди погашенія даетъ заемщику возможность значительно удлинить срокъ займа и слѣдовательно очень сильно сократить расходы на погашеніе.

125. Если въ формулу наличной стоимости платежей по займу въ томъ ея видѣ, въ которомъ она важна для заимодавцевъ $C = Kt\varphi_{m(\tau)} + \frac{K}{(1+\tau)^m}$, мы вмѣсто C поставимъ $K - V$ (т. е. означеніе нарицательнаго капитала и разности между нимъ и реализованнымъ капиталомъ) а вмѣсто $\varphi_{m(\tau)}$ поставимъ $\frac{(1+\tau)^m - 1}{\tau(1+\tau)^m}$, а затѣмъ помножимъ обѣ стороны равенства на $(1+\tau)^m$, то въ такомъ случаѣ:

$$(K-V)(1+\tau)^m = \frac{Kt[(1+\tau)^m - 1](1+\tau)^m}{\tau(1+\tau)^m} + K \text{ или } (K-V)(1+\tau)^m - (K-V) +$$

$$+ (K-V) = Kt\left(\frac{(1+\tau)^m - 1}{\tau}\right) + K; \text{ поэтому:}$$

$$(K-V)[(1+\tau)^m - 1]\frac{\tau}{\tau} + (K-V) = Kt\left(\frac{(1+\tau)^m - 1}{\tau}\right) + K$$

$$\text{или } \frac{(1+\tau)^m - 1}{\tau}(K-V)\tau + K - V = Kt\left(\frac{(1+\tau)^m - 1}{\tau}\right) + K$$

$\tau(K-V)\left(\frac{(1+\tau)^m - 1}{\tau}\right) - Kt\left(\frac{(1+\tau)^m - 1}{\tau}\right) = K - K + V = V$, а такъ какъ $K - V = C$, то

$$(C\tau - Kt)\left(\frac{(1+\tau)^m - 1}{\tau}\right) = V \text{ или } C\tau - Kt = \frac{V\tau}{(1+\tau)^m - 1}, \text{ поэтому}$$

$$C\tau = Kt + \frac{V\tau}{(1+\tau)^m - 1}.$$

Выше (стр. 99) было выведено еще другое выраженіе $V = K - C = (\tau - t)K\varphi_{m(\tau)} = (K\tau - Kt)\varphi_{m(\tau)}$. Изъ него слѣдуетъ, что $K\tau - Kt = \frac{V}{\varphi_{m(\tau)}}$, то есть, что разность между реализаціонными и нарицательными интересами на погашаемый капиталъ составляетъ ежесрочную сумму для интересовъ и погашенія суммы (V), составляющей разность между погашеннымъ и реализаціоннымъ капиталами, или иначе:

$$K\tau - Kt = \frac{V}{\varphi_{m(\tau)}} = \frac{V\tau(1+\tau)^m - V\tau + V\tau}{(1+\tau)^m - 1} = \frac{V\tau[(1+\tau)^m - 1]}{(1+\tau)^m - 1} + \frac{V\tau}{(1+\tau)^m - 1} =$$

$$V\tau + \frac{V\tau}{(1+\tau)^m - 1}; \text{ отсюда далѣе слѣдуетъ, что}$$

$$K\tau = Kt + V\tau + \frac{V\tau}{(1+\tau)^m - 1}.$$

Изъ равенства $V = K(\tau - t)\varphi_{m(\tau)} = (C\tau - Kt)\omega_{m(\tau)}$, имѣя въ виду что $\omega_{m(\tau)} = \varphi_{m(\tau)}(1+\tau)^m$, можно еще вывести слѣдующія выраженія свойствъ разности между реализаціонными и нарицательными интересами на реализованный капиталъ.

$$V = \frac{K(\tau - t)}{(1+\tau)^m}\omega_{m(\tau)} = (C\tau - Kt)\omega_{m(\tau)}, \text{ поэтому}$$

$$K(\tau - t) = (C\tau - Kt)(1+\tau)^m = \frac{V\tau}{(1+\tau)^m - 1}(1+\tau)^m \text{ и}$$

$$C\tau - Kt = \frac{K(\tau - t)}{(1+\tau)^m} = \frac{V\tau}{(1+\tau)^m - 1} = \frac{(K-C)\tau}{(1+\tau)^m - 1} = \frac{K\tau}{(1+\tau)^m - 1} - \frac{C\tau}{(1+\tau)^m - 1}.$$

Смыслъ всѣхъ этихъ выраженій подробно будетъ разсмотрѣнъ въ слѣдующей главѣ.

126. До сихъ поръ мы исходили изъ того, что погашаемый капиталъ (K) по публичному займу больше реализованнаго тѣмъ-же займомъ капитала (C) на нѣкоторую разность (V) и поэтому $V = K - C$ составляетъ положительную величину для заимодавца и отрицательную для должника. Возможенъ, однако, и противуположный случай, когда V для заимодавца отрицательная величина, потому что реализованный капиталъ больше погашаемаго (нарицательнаго). Очевидно, въ такомъ случаѣ интересъ заимодавца будетъ противуположенъ его-же интересу въ случаѣ противуположномъ: его выгода будетъ заключаться въ томъ, чтобъ возвратъ (погашеніе) капитала отсрочилось жребіемъ на возможно болѣе продолжительный срокъ. Самый продолжительный въ этомъ отношеніи будетъ срокъ на который заемъ заключенъ, и при погашеніи въ этотъ срокъ заимодавецъ получитъ самый высокій ростъ на свой капиталъ, превышающій тотъ реализаціонный ростъ, который за добытый капиталъ уплачиваетъ должникъ. И напротивъ, чѣмъ короче будетъ срокъ, въ который послѣдуетъ погашеніе по жребію, тѣмъ ниже будетъ ростъ, получаемый на свой капиталъ заимодавцемъ. Второю изъ указанныхъ въ § 107 формулъ, а именно:

$$m = \frac{\log(Kt - K\tau) - \log(Kt - C\tau)}{\log(1+\tau)^n},$$

опредѣлится тотъ срокъ, въ который заимодавецъ получитъ тотъ именно реализаціонный ростъ, который уплачиваетъ заемщикъ. Не входя въ дальнѣйшія подробности, мы отмѣтимъ лишь то видоизмѣненіе, которымъ выражается въ этомъ случаѣ характеристика нарицательныхъ интересовъ по займу (Kt). Если мы въ формулѣ наличной стоимости платежей по займу, какъ она важна для заимодавцевъ, $C = Kt\varphi_{m(\tau)} + \frac{K}{(1+\tau)^m}$, вмѣсто C поставимъ $K+V$, а вмѣсто $\varphi_{m(\tau)}$ поставимъ $\frac{(1+\tau)^m - 1}{\tau(1+\tau)^m}$, и перемножимъ обѣ части равенства на $(1+\tau)^m$, тогда

$$(K+V)(1+\tau)^m = \frac{Kt[(1+\tau)^m - 1](1+\tau)^m}{\tau(1+\tau)^m} + \frac{K(1+\tau)^m}{(1+\tau)_m} \text{ или}$$

$(K+V)(1+\tau)^m - (K+V) + (K+V) = Kt\left(\frac{(1+\tau)^m - 1}{\tau}\right) + K$, отсюда

$(K+V)[(1+\tau)^m - 1]\frac{\tau}{\tau} + K + V = Kt\left(\frac{(1+\tau)^m - 1}{\tau}\right) + K$ или поставивъ въ первой части равенства C вмѣсто $K+V$

$$Kt\left(\frac{(1+\tau)^m - 1}{\tau}\right) - C\tau\left[\frac{(1+\tau)^m - 1}{\tau}\right] = K + V - K = V = (Kt - C\tau)\left[\frac{(1+\tau)^m - 1}{\tau}\right]$$

слѣдонательно

$$Kt - C\tau = \frac{V\tau}{(1+\tau)^m - 1}, \text{ а потому } Kt = C\tau + \frac{V\tau}{(1+\tau)^m - 1};$$

то-есть: нарицательные интересы въ этомъ случаѣ слагаются изъ двухъ частей, изъ коихъ одна часть дастъ интересы на реализаціонный капиталъ, исчисленные

по реализаціонному росту, а другая часть даетъ прибавку въ видѣ ежесрочной суммы, которою погашается разность между реализаціоннымъ и нарицательнымъ капиталами.

127. Разобранныя и изложенныя въ настоящей главѣ дѣйствія тиражъ имѣетъ только при условіи множественности видовъ капитала и роста, какъ особенности, присущей публичнымъ займамъ. Если-же этой особенности у публичнаго займа нѣтъ, то-есть, когда погашаемый капиталъ (K) равняется реализованному (C) и когда нарицательный ростъ (τ) равняется реализаціонному росту (τ), тогда тиражъ не можетъ уже производить всѣхъ вышеизложенныхъ послѣдствій. Такъ какъ при этомъ разности между погашаемымъ и реализованнымъ капиталомъ никакой нѣтъ, то выходъ въ тиражъ уже ни какой прибавки къ реализаціонному капиталу не даетъ, а потому не предоставляя никакого «выигрыша», заемъ уже не можетъ подъ вліяніемъ тиража принять характеръ лотереи. Тиражъ уже опредѣляетъ одну только очередь, въ которой отдѣльные заимодавцы получаютъ погашеніе въ видѣ дѣйствительно даннаго ими взаймы капитала. Единственная выгода отъ него для заимодавцевъ — та, что они обратно получаютъ свой капиталъ въ нераздробленномъ видѣ. Затѣмъ наличная стоимость связанныхъ съ займомъ платежей одинаково выражается въ видѣ

$$C = A\varphi_{n(\tau)} = C\tau\varphi_{n(\tau)} + \frac{C}{(1+\tau)^n} = \left(C\tau + \frac{C\tau}{(1+\tau)^n - 1}\right)\varphi_{n(\tau)}$$

при чемъ A означаетъ ежесрочную сумму, расходуемую для уплаты интересовъ и погашенія, C означаетъ реализованный капиталъ, тождественный съ погашаемымъ, τ означаетъ реализаціонный ростъ, тождественный съ нарицательнымъ и n срокъ, на который заемъ заключенъ. При этомъ только относительно срока необходимо объяснить нѣкоторое различіе въ значеніи, которое онъ имѣетъ въ выраженіи наличной стоимости платежей по займу для заемщика $C = A\varphi_{n(\tau)}$ съ одной стороны, и для заимодавцевъ, какъ

$$C = C\tau\varphi_{n(\tau)} + \frac{C}{(1+\tau)^n} + \left(C\tau + \frac{C\tau}{(1+\tau)^n - 1}\right)\varphi_{n(\tau)}$$

съ другой. А именно, для заемщика наличный капиталъ C выражаетъ капитализованную стоимость ежесрочной суммы A при реализаціонномъ ростѣ τ *только* въ срокъ n, или правильнѣе говоря: срокъ n есть тотъ, который и взятъ для того, чтобъ въ его продолженіи было достаточно ежесрочной суммы A для уплаты $\tau^0/_0$ на капиталъ и для погашенія этого капитала съ желательною для заемщика скоростью, то-есть съ установленіемъ расходовъ погашенія на томъ уровнѣ, котораго желалъ заемщикъ. Но для заимодавцевъ срокъ n не имѣетъ такого категорическаго значенія для наличной стоимости платежей по займу. Въ предѣлахъ срока n во всякую единицу времени наличная стоимость платежей по займу по реализаціонному росту τ продолжаетъ оставаться одинаковою и всегда равною C, измѣняясь лишь въ ея составѣ: при срокѣ n наличная стоимость уплатъ въ счетъ погашенія наименьшая, а наличная стоимость уплатъ въ счетъ интересовъ наибольшая; а по мѣрѣ уменьшенія n будетъ происходить уменьшеніе наличной стоимости интересовъ и увеличеніе наличной стоимости погашенія. Или выражая это общимъ образомъ:

$$C = C\tau\varphi_{n(\tau)} + \frac{C}{(1+\tau)^n} = \cdots = C\tau\varphi_{n-q} + \frac{C}{(1+\tau)^{n-q}} = \cdots = C\tau\varphi_{1(\tau)} + \frac{C}{(1+\tau)}$$

Такимъ образомъ для заимодавца безразлично, когда до него доходитъ очередь погашенія по жребію: онъ во всякое время получаетъ $\tau^0/_0$, не болѣе и не менѣе, на свой капиталъ.

XXII.

О коренной причинѣ множественности видовъ капиталовъ и роста въ публичныхъ займахъ.

128. Присущая публичнымъ займамъ коренная ихъ особенность, заключающаяся въ различіи между погашаемымъ долгомъ и получаемымъ отъ его заключенія наличнымъ (реализаціоннымъ) капиталомъ, всегда составляетъ предметъ удивленія для большой публики. Стараясь объяснить это, считаемое страннымъ, явленіе, обыкновенно прибѣгаютъ къ сравненію съ тѣми неблагоразумными или бѣдствующими частными личностями, которымъ приходится имѣть дѣло съ ростовщиками и которые ими принуждаются къ принятію на себя обязательствъ на болѣе значительныя суммы, чѣмъ дѣйствительно данныя въ долгъ, чтобъ этимъ путемъ замаскировать взимаемый по таковымъ обязательствамъ ростовщическій ростъ. На этой точкѣ зрѣнія стоятъ даже нѣкоторые теоретики, пользующіеся по справедливости весьма заслуженнымъ авторитетомъ. Отсюда тѣсная связь между расматриваемымъ предметомъ и одною изъ важнѣйшихъ проблемъ теоріи и практики финансовъ, а именно вопросомъ, какіе займы должны считаться съ государственной точки зрѣнія болѣе выгодными: высокопроцентные или низкопроцентные? Практика издавна рѣшала и рѣшаетъ этотъ вопросъ въ пользу низкопроцентныхъ займовъ или займовъ, заключаемыхъ по гораздо болѣе низкому (нарицательному) проценту, чѣмъ тотъ (реализаціонный) ростъ, который по нимъ уплачивается за добытый ими (реализованный) капиталъ. Но уже въ послѣдней четверти прошлаго столѣтія противъ этого выступилъ извѣстный вычислитель Ричардъ Прейсъ. Отстаивая примѣненіе сложныхъ процентовъ къ погашенію государственныхъ долговъ, Прейсъ, между прочимъ, доказывалъ и предпочтительность высокопрецентныхъ займовъ предъ низкопроцентными, потому что при перваго рода займахъ накопленіе сложныхъ процентовъ на погашаемыя части долга происходитъ быстрѣе и оттого самое погашеніе значительно ускоряется. Въ новѣйшее время въ защиту высокопроцентныхъ займовъ, то есть займовъ, заключаемыхъ по высокому нарицательному росту для того, чтобъ разность между погашаемымъ и реализуемымъ капиталомъ была возможно меньше, выступили такіе вѣскіе два авторитета, какъ берлинскій профессорь Адольфъ Вагнеръ и парижскій профессоръ Поль Леруа-Больэ *). Доказывая предпочтительность высокопроцентныхъ займовъ, они ссыла-

*) Проф. Вагнеръ въ этомъ направленіи высказался уже въ 1862 году (срв. его Ordnung des oesterr. Staatshaushaltes) и понынѣ остался при своемъ прежнемъ взглядѣ (какъ видно изъ его статей въ *Schönberg* Handb. d. pol. Oek.). Взгляды Леруа-Больe изложены въ его Traité des finances II.

ются не только на то, что разность между заключаемымъ долгомъ и реализуемымъ капиталомъ имѣетъ, будто-бы, предосудительный видъ, но и на то, что высокопроцентные займы открываютъ гораздо болѣе широкій просторъ, чѣмъ низкопроцентные, для возможности воспользоваться удешевленіемъ капиталовъ, когда таковое происходитъ, чтобъ понизить проценты и уменьшить платежи по заключеннымъ долгамъ посредствомъ конверсіи ихъ въ низкопроцентные долги, не сопряженные съ разностью между капиталомъ заключеннаго долга и реализованнымъ капиталомъ. Наконецъ въ видѣ примѣра названные писатели ссылаются на опытъ Соединенныхъ Штатовъ Сѣверной Америки, гдѣ будто-бы государственные займы потому именно издавна заключались высокопроцентными, что этимъ путемъ имѣлось въ виду избѣгать, и дѣйствительно будто-бы избѣгалось, различіе между погашаемымъ и реализованнымъ капиталомъ.

129. Послѣднюю ссылку мы должны прежде всего устранить, какъ основанную на фактическомъ недоразумѣніи. Вагнеръ и Леруа-Болье въ этомъ отношеніи введены въ заблужденіе невѣрною справкою, которую они черпаютъ у австрійскаго финансиста фонъ-Гока, въ семъ случаѣ, какъ нами выше выяснено, не доглядѣвшаго и допустившаго фактическую ошибку, а на ея основаніи неправильно построенное обобщеніе въ его книгѣ о финансахъ Соединенныхъ Штатовъ Сѣверной Америки. На самомъ дѣлѣ Американская практика ничѣмъ не отличается отъ европейской, и хотя въ Соединенныхъ Штатахъ государственные займы заключались почти всегда гораздо болѣе высокопроцентными, чѣмъ въ Европѣ, но это нисколько ихъ не спасало отъ весьма значительной разности между заключеннымъ долгомъ и реализованнымъ капиталомъ. Какъ мы видѣли, по наиважнѣйшимъ государственнымъ займамъ Соединенныхъ Штатовъ Сѣверной Америки, а именно,—заключеннымъ во время междоусобія и въ первое время послѣ него (въ 1862—68 г.г.), разность между капиталомъ заключенныхъ долговъ и реализованнымъ капиталомъ допускаетъ самое полное сравненіе съ любыми европейскими государствами, даже наиболѣе отличившимися въ этомъ отношеніи, Англіею и Франціею.

130. Такимъ образомъ указаніе на опытъ, будто-бы представляющій примѣръ того, что были государственные дѣятели, желавшіе избѣгать множественности видовъ капитала и роста въ публичныхъ долгахъ и въ томъ успѣвшіе достигнуть благопріятныхъ результатовъ, ни на чемъ не основано. Напротивъ, опытъ въ семъ отношеніи совершенно единогласно и категорически обнаруживаетъ повсюду и всегда тоже самое: что когда приходилось первоначально заключать въ большихъ размѣрахъ публичные долги для значительныхъ чрезвычайныхъ расходовъ, то приходилось мириться съ означенною множественностью, какъ съ неминуемымъ фактомъ, нераздѣльно связаннымъ съ заключеніемъ публичныхъ долговъ. Одно время вышеупомянутый Прейсъ сумѣлъ пріобрѣсти большое вліяніе на англійскаго государственнаго дѣятеля, Питта младшаго, на долю котораго выпало произвести одно изъ самыхъ значительныхъ увеличеній государственнаго долга, какіе вообще извѣстны во всемірной исторіи. Прейсъ успѣлъ такъ склонить Питта въ пользу своихъ взглядовъ, что, приступая въ 1793 году къ значительнымъ чрезвычайнымъ расходамъ по войнѣ съ Франціею (извѣстно, что эти расходы въ 1793—1815 годахъ достигли 820.000.000 ф. ст. или 5.170.000.000 м. руб.), Питтъ имѣлъ вря-

мое намѣреніе отдать предпочтеніе высокопроцентнымъ займамъ. Но это намѣреніе оказалось неосуществимымъ, несоотвѣтствующимъ опыту, построеннымъ на произвольныхъ, субъективныхъ и односторонніхъ обобщеніяхъ, противорѣчащимъ живой дѣйствительности, ея нуждамъ и ея средствамъ, ея видимымъ и скрытымъ вліяніямъ, которыми она направляетъ дѣйствія государственныхъ людей. Почему Питтъ отказался отъ своего намѣренія, это и было имъ объяснено въ парламентѣ, а впослѣдствіи повторено въ парламентѣ-же другимъ выдающимся государственнымъ дѣятелемъ, Гэсскисономъ, тоже игравшимъ въ Англіи роль одного изъ людей почина въ ея экономическихъ судьбахъ. Объясненія, которыя при этомъ далъ Гэсскисонъ, имѣютъ такое основное значеніе для нашего предмета, что мы поставимъ ихъ во главѣ нашего изложенія.

131. Защитники высокопроцентныхъ займовъ, отдавая имъ предпочтеніе предъ низкопроцентными, исходятъ изъ мысли, что между доходностью публично-долговыхъ бумагъ и ихъ цѣною существуетъ самая полная пропорціональность, то есть, что цѣна этихъ бумагъ оплачиваетъ *только* связанный съ ними платежъ для должника и доходъ для заимодавца. Исходя изъ господствующей въ иностранныхъ государствахъ формы займовъ, а именно безсрочныхъ, какъ болѣе удобныхъ для ближайшаго объясненія тѣмъ, что въ нихъ дѣло не усложняется погашеніемъ и его вліяніемъ на цѣну бумагъ, мы можемъ представить дѣло такъ. Еслибъ дѣйствительно цѣны государственно-долговыхъ бумагъ были пропорціональны только связаннымъ съ ними платежамъ или доходамъ, то каждый рубль платежа для должника или дохода для заимодавца оплачивался бы одинаково въ 3%-ной, 4%-ной и 5%-ной бумагѣ. Если въ 3%-ной бумагѣ одинъ рубль платежа или дохода оплачивается 20 рублями, а всѣ 3 рубля платежа стоятъ 60 рублей, то всѣ 4 рубля платежа по 4%-ной бумагѣ должны были-бы стоить 80 рублей, а всѣ 5 рублей 5%-ной бумаги должны были-бы стоить 100 рублей. Защитники высокопроцентныхъ займовъ и бумагъ и исходятъ изъ мысли, что въ дѣйствительности такая пропорціональность существуетъ, но это несправедливо: въ дѣйствительности пропорціональности между платежами или доходами, связанными и процентными бумагами, и ихъ цѣнами (курсами), *нѣтъ* и, какъ мы ниже увидимъ, *не можетъ* быть. Пока ограничимся эмпирическимъ фактомъ, какъ его обнаруживаетъ дѣйствительность. Въ дѣйствительности каждый рубль дохода имѣетъ *различную* цѣну, смотря по тому, отъ какой бумаги онъ получается, высокопроцентной или низкопроцентной (конечно, при равенствѣ прочихъ условій, слѣдовательно, между прочимъ, и при одинаковой вѣрности дохода, его одинаковой продолжительности и т. д.) Если въ 3%-ной бумагѣ каждый рубль дохода стоитъ 20 рублей наличнаго капитала, то въ 4%-ной бумагѣ онъ стоитъ *дешевле*; этого мало, если въ 4%-ной бумагѣ онъ стоитъ дешевле, напримѣръ, на $1^1/_2$ рубля и оплачивается лишь $18^1/_2$ рублями, то въ 5%-ной бумагѣ онъ еще дешевле, напримѣръ уже на $2^1/_2$ рубля, и оплачивается уже лишь 16 рублями. Такимъ образомъ въ то время, когда 3%-ная бумага стоитъ 60, 4%-ая бумага стоитъ, примѣрно, 74, а 5%-ная бумага стоитъ, примѣрно, 80 рублей. Иными словами, если въ 3%-ной бумагѣ за наличный капиталъ требуютъ 5%, то въ 4%-ной за него требуютъ больше, уже $5,_4$%, а въ 5%-ной еще больше, уже $6^1/_4$. Это конечно не можетъ не имѣть вліянія на заемщика, особенно въ чрезвычайныя эпохи, когда государство находится въ за-

труднительномъ финансовомъ положеніи, когда ему нужно заключать большіе долги, когда для платежей по этимъ долгамъ нужно устанавливать новые налоги, а для населенія и тягостность старыхъ налоговъ чувствительно возрастаетъ. Въ такое-то время совсѣмъ не безразлично, приходится-ли заключать долги съ уплатою за наличный капиталъ 5% или 6¼%. «Дорого яичко къ Христову дню». Важно, чтобъ наличный капиталъ былъ возможно дешевле, когда онъ всего сильнѣе нуженъ, когда его волею-неволею приходится добывать и въ большихъ суммахъ: *тогда* важно, чтобъ лучшее состояніе государственнаго кредита осязательно выразилось въ меньшемъ ростѣ, платимомъ за наличный капиталъ, а не тогда, когда въ мирное время капиталъ «самъ собою» удешевляется. Но этого мало. Когда старые налоги платить трудно, а новые установлять еще труднѣе, когда въ такомъ положеніи министръ, напримѣръ, имѣетъ въ своемъ распоряженіи для платежей по новому займу 5.000.000 рублей отъ налоговъ, то для него всего важнѣе на эти 5.000.000 р. добыть займомъ *наибольшую* (максимальную) сумму, которую вообще можно добыть займомъ, именно въ видахъ заботливости о налогоплатежныхъ силахъ страны въ то время, когда онѣ всего болѣе требуютъ заботливаго вниманія къ нимъ. Въ тяжелое время нужно ихъ щадить и возможно менѣе обременять, а не въ легкое, мирное время. Но если на одни и тѣже 5.000.000 рублей, полученные отъ налоговъ, можно добыть 100.000.000 рублей выпускомъ 3%-ныхъ бумагъ по 60 $\left(\text{или } \frac{5.000\,000 \times 60}{3}\right)$, только 92.500.000 рублей выпускомъ 4% бумагъ по 74 $\left(\text{или } \frac{5.000.000 \times 74}{4}\right)$ и даже лишь 80.000.000 рублей выпускомъ 5%-ныхъ бумагъ по 80 $\left(\text{или } \frac{5.000.000 \times 80}{5}\right)$, то очевидно, что реализаціею 3% бумагъ достигается то, что суммою, имѣющеюся отъ налоговъ, при такомъ способѣ возможно удовлетворить требованіе для *наибольшей* суммы расходовъ. Очевидно, что еслибъ предпочтеніе было отдано, напр., 5%-ной бумагѣ, то сумма расходовъ въ 20.000.000 рублей потребовала-бъ прибѣганія новаго источника: съ одной стороны министръ опять долженъ былъ-бы протянуть одну руку къ капиталистамъ, домогаясь новаго займа, а съ другой—онъ долженъ былъ-бы протягивать другую руку къ населенію, домогаясь у него еще налоговъ, и это—для расходовъ въ предѣлахъ 100.000.000 рублей, для которыхъ при реализаціи займа въ 3%-ной бумагѣ онъ пощадилъ-бы и государственный кредитъ, и государственные налоги.

132. Эти-то весьма осязательные доводы, внушенные реальными явленіями жизни, могущественно вліяютъ на мысль государственныхъ людей и оттого опредѣляютъ ихъ образъ дѣйствій. Цифровыя данныя, въ которыхъ выражаются означенныя явленія, совершенно однородны и единогласно доказываютъ одно и тоже; возьмемъ-ли мы ихъ изъ биржевыхъ бюллетеней, нашего времени, или изъ бюллетеній, которымъ уже 100—150 лѣтъ, будутъ-ли это бюллетени Лондонскіе или Петербургскіе, Нью-Іоркскіе или Франкфуртскіе, Парижскіе или Берлинскіе и т. д. Этими данными не трудно было-бы наполнить цѣлую книгу; съ насъ достаточно будетъ привести изъ нихъ въ видѣ примѣра какія нибудь, относящіяся къ особенно замѣчательной эпохѣ. Такъ какъ данныя современныя весьма легко всякій можетъ себѣ сопоставить изъ общедоступныхъ современныхъ биржевыхъ бюллетеней, то мы для нашего примѣра выберемъ тѣ самыя данныя, которыя въ свое время переубѣдили знаменитаго Вильяма

Питта и опредѣлили его образъ дѣйствій въ эпоху, когда произошло самое значительное увеличеніе самого значительнаго изъ государственныхъ долговъ, а именно англійскаго, въ эпоху революціонныхъ и наполеоновскихъ войнъ въ концѣ прошлаго и началѣ текущаго столѣтій. Такъ какъ для чрезвычайныхъ расходовъ по борьбѣ изъ-за независимости Соединенныхъ Штатовъ Сѣверной Америки было въ Англіи выпущено много 4%-ной и 5%-ной безсрочной ренты, то на Лондонской биржѣ въ это время обѣщались три главные сорта ея: 3%-ная, 4%-ная и 5%-ная. Посмотримъ сначала, какія были цѣны каждаго изъ этихъ видовъ ренты передъ войною. Это намъ раскрываютъ высшія цѣны марта, апрѣля, августа, октября и ноября 1792 года *).

	Дѣйствительныя цѣны Лондонской биржи на безсрочную ренту:			Еслибъ цѣны были пропорціональны доходности, то онѣ были-бы на ренту:		
	3%-ную.	4%-ную.	5%-ную.	3%-ю.	4%-ю.	5%-ю.
Въ мартѣ 1792 г.	96—97	104—105½	119 —120	96	128	160
» апрѣлѣ »	92—97	100—105½	118½—120	94	125	156
» августѣ »	90—92½	101—103	117 —118	91	121	152
» октябрѣ »	89—91	100½	116 —118½	90	120	150
» ноябрѣ »	83—90½	95—100½	113 —118½	85	113	141

Такимъ образомъ мы видимъ, что и передъ войною цѣны разныхъ видовъ безсрочной ренты настолько были непропорціональны ихъ доходности, что напримѣръ въ мартѣ 1792 года, когда соотвѣтственно дѣйствительной цѣнѣ 3%-ной ренты, 4%-ная рента должна была-бы стоить 128 за сто, она стоила лишь 104—105½ или на 23¾% ниже, а 5%-ная рента вмѣсто 160% стоила лишь 119—120 или на 40½% ниже внутренней цѣны (valeur intrinsèque) ея доходности. Пріобрѣтая 3%-ную ренту по 96 за сто, капиталистъ довольствовался 3⅛% на наличный капиталъ, тогда какъ платя лишь 119½ за сто за 5%-ную ренту, онъ въ тоже время желалъ имѣть 4⅕% на свой капиталъ или съ лишнимъ на ⅓ больше: разница, очевидно, громадная. Таковы данныя періода возвышенныхъ цѣнъ (hausse). Теперь посмотримъ на данныя періода пониженія тѣхъ-же цѣнъ (baisse). Докладывая парламенту 17 марта 1793 г. о результатахъ переговоровъ по заключенію государственнаго займа для чрезвычайныхъ расходовъ по начинавшейся войнѣ, Питтъ объяснилъ, что онъ желалъ заключить заемъ въ 4%-ной или 5%-ной рентѣ, но нашелъ это непрактичнымъ (impracticable), потому что объявленіе войны понизило 3%-ную ренту лишь на 9%, тогда какъ 4%-ную ренту оно понизило на

*) Приводимые примѣры заимствованы изъ обширныхъ таблицъ, составленныхъ по этому предмету англійскимъ статистикомъ и экономистомъ, В. Ньюмарчемъ.

13%, а 5%-ную ренту даже на 24%. Было-бы очевиднымъ безумiемъ заключать заемъ какъ разъ на условiяхъ, наименѣе выгодныхъ для момента, когда нужда чувствовалась наиболѣе напряженная. Изъ дальнѣйшаго развитiя цѣнъ приведемъ слѣдующiе примѣры.

	Дѣйствительныя цѣны Лондонской биржи на безсрочную ренту.			При пропорцiональности цѣнъ доходу должны были стоять цѣны на безср. ренту.		
	3%-ную..	4%-ную.	5%-ную.	3%-ю.	4%-ю.	5%-ю
Въ маѣ 1793 г.	74½—77	89—90	108—107	75	100	125
» ноябрѣ »	74 —75	88—89	106—108	75	100	125
» апрѣлѣ 1794 г.	67 —71	84—85	103—104	70	93	117
» ноябрѣ »	66 —68	85—83	100—102	67	89	112
» маѣ 1795 г.	65 —66	78—79	99— 97	65	87	109
» октябрѣ »	67 —69	84—85	100—101	68	91	113
» сентябрѣ 1796 г.	56 —58	74—77	82— 88	57	76	95
» мартѣ 1797 г.	50 —51	67	72— 77	50	67	83
» маѣ »	48	60—62	74— 76	48	60	81

Можно ограничиться этими данными, такъ какъ они достаточно характеризуютъ предметъ. Очевидно, что, по мѣрѣ пониженiя, цѣны разныхъ сортовъ уравнивались въ томъ смыслѣ, что онѣ на разные сорта были очень убыточныя. Но въ этомъ вся суть: *одинаково* хорошими онѣ не могутъ быть; подняться на соразмѣрно такую-же высоту, на которую поднимаются низкопроцентныя бумаги, высокопроцентныя бумаги не въ состоянiи. Напротивъ, понизиться также сильно, какъ могутъ понизиться низкопроцентныя бумаги, высокопроцентныя бумаги очень и очень въ состоянiи. Это разъ. Другое, что въ данномъ случаѣ важно, заключается въ фактѣ, что какъ ни уравниваются передъ пониженiемъ высокопроцентныя и низкопроцентныя бумаги, все-таки послѣднiя сохраняютъ нѣкоторое преимущество надъ первыми и своей большой выгодности во всякое данное время не теряютъ. И третье обстоятельство, при этомъ очень важное, рѣшающее дѣло, заключается въ томъ, что когда всѣ виды бумагъ уже очень сильно понизились и, какъ мы видимъ на майскихъ цѣнахъ 1797 г., когда 3%-ная англiйская рента дошла до 48, а 5%-ная до 75 за сто, и это какъ разъ въ моментъ очень сильной нужды, когда потребность въ новыхъ займахъ совсѣмъ не прекратилась, а напротивъ предвидѣлась еще на самыя значительныя суммы, уже возникала забота о необходимости локализировать, такъ сказать, бѣдствiе пониженiя: сосредоточить его на 3%-ныхъ бумагахъ и, значительнымъ увеличенiемъ 5%-ныхъ бумагъ не доводить и ихъ еще далѣе до еще болѣе глубокаго паденiя, чѣмъ какое ихъ уже постигло. Конечно, нужно гораздо больше умѣнiя и искусства, при подобныхъ обстоятельствахъ, для оперированiя 3%-ными бумагами, когда капиталисты уже

безцеремонно очень сильно обезцѣнивають и 5%-ныя бумаги, но когда это искусство оказывается на лицо, то оно, очевидно, приноситъ громадную государственную пользу, щадя рессурсъ, представляемый высокопроцентными бумагами и оберегая ихъ, какъ рессурсъ для самого крайняго положенія.

133. Если мы теперь сосредоточимъ вниманіе на другой изъ заинтересованныхъ въ расматриваемомъ предметѣ сторонъ, на сторонѣ капиталистовъ-заимодавцевъ, то и имъ явленіе, о которомъ мы говоримъ, не только вполнѣ и всегда знакомо, но они даютъ себѣ полный и ясный отчетъ о его существѣ. Они отлично знаютъ, почему они больше платятъ за низкопроцентныя бумаги, чѣмъ за высокопроцентныя, почему одинъ и тотъ же рубль дохода для нихъ представляетъ не одинаковую, а различную цѣнность, смотря по тому, образуетъ-ли онъ доходъ отъ высокопроцентной или низкопроцентной бумаги. Капиталисты вполнѣ сознаютъ, что въ цѣнѣ процентныхъ бумагъ они оплачиваютъ не только доходъ отъ нихъ, но еще нѣчто другое, содержащееся въ бумагахъ, что тоже имѣетъ свою особую цѣну, независимую отъ цѣны дохода, стоющее того, чтобъ за него уплачивали отдѣльную цѣну. Это нѣчто въ процентныхъ бумагахъ заключается въ присущемъ ихъ цѣнѣ стремленіи возвышаться, когда этому стремленію не ставятся искусственныя преграды. Не пускаясь въ философію и не доискиваясь причинъ этого явленія, заимодавцы-капиталисты цѣпко держатся прямого и категорическаго указанія опыта, что помимо вліянія спекуляціи и оставляя въ сторонѣ временныя вліянія на цѣны процентныхъ бумагъ и колебанія этихъ цѣнъ,—расматриваемыя за болѣе продолжительное время, въ теченій котораго временныя вліянія сглаживаются и уравновѣшиваются, если они противуположныя, — въ концѣ-концовъ означенныя цѣны стремятся къ повышенію. Но для того, чтобъ это стремленіе осуществилось, ему нуженъ свободный просторъ, требуется открытое поле, и чѣмъ этого простора больше, чѣмъ поле обширнѣе, тѣмъ съ большею силою осуществляется упомянутое стремленіе, тѣмъ больше поднимаются цѣны. А такъ какъ возвышеніе цѣнъ процентныхъ бумагъ представляетъ источникъ весьма значительныхъ выгодъ для капиталистовъ, то естественно, что они этотъ источникъ весьма и весьма оцѣниваютъ и готовы за него заплатить тѣмъ больше, чѣмъ онъ обильнѣе, чѣмъ больше онъ способенъ давать выгодъ, чѣмъ больше изъ него можно извлекать пользы. А это-то зависитъ отъ соотношенія между нарицательною и реализаціонною или выпускною стоимостью процентной бумаги. Чѣмъ больше разность между тою и другою стоимостью, тѣмъ обширнѣе поле и тѣмъ больше просторъ, которыми можетъ воспользоваться присущее цѣнамъ процентныхъ бумагъ стремленіе къ повышенію, тѣмъ обильнѣе источникъ выгодъ отъ этого повышенія и тѣмъ дороже за него готовъ заплатить капиталистъ. Совершенно ошибочно представляютъ себѣ дѣло тѣ, которые воображаютъ, что низкая выпускная цѣна процентныхъ бумагъ есть «подарокъ», подносимый капиталистамъ, нѣчто въ родѣ манны небесной, ниспосланной имъ свыше, нарочито для ихъ обогащенія и осчастливленія. И совершенно неосновательно сравненіе процентныхъ бумагъ, выпускаемыхъ ниже ихъ нарицательной цѣны, съ обязательствами, которыя безразсудныя или бѣдствующія частныя лица должны выдавать ростовщикамъ на гораздо болѣе значительныя суммы, чѣмъ дѣйствительно получаемыя въ наличности. Когда такъ поступаетъ частное лицо, то оно дѣйствительно подобнымъ способомъ только прикрываетъ

(замаскировываетъ) *болѣе высокій* ростъ за наличный капиталъ, которое оно вынуждено уплачивать, находясь подъ ножемъ у ростовщика. Но когда публичное установленіе выдаетъ обязательство на болѣе значительную сумму, чѣмъ какую оно получаетъ въ наличности, то оно не только совсѣмъ не уплачиваетъ болѣе высокаго роста за наличный капиталъ, но напротивъ, именно благодаря этому способу, поставлено въ возможность уплачивать за добываемый наличный капиталъ *дешевле, а не дороже*. Финансовая исторія и финансовый опытъ не знаютъ ни одного примѣра, чтобъ по низкопроцентной бумагѣ уплачивался болѣе высокій реализаціонный ростъ, чѣмъ по высокопроцентной бумагѣ (конечно, при равенствѣ прочихъ условій). Да никогда ничего подобнаго не утверждали даже защитники высокопроцентныхъ бумагъ, ибо это было бы слишкомъ яснымъ противорѣчіемъ всякому указанію жизненнаго опыта. Но въ такомъ случаѣ сравненіе съ ростовщическими сдѣлками должно быть устранено, какъ неосновательное и неумѣстное. Капиталистъ предпочитаетъ низкопроцентную бумагу, не какъ подарокъ и не какъ манну небесную, а какъ реальный предметъ денежной цѣнности, подобно всякому иному, имѣющему цѣну, за которую предметъ покупается и продается. То, что капиталистъ сознаетъ источникомъ выгодъ, онъ желаетъ пріобрѣсти, уплативъ его цѣну, соразмѣрно его пользѣ и общимъ основаніямъ, на которыхъ устанавливаются денежныя цѣны на все то, что нельзя иначе пріобрѣсти, какъ за денежную плату. И согласно съ этимъ дѣйствуетъ капиталистъ, когда онъ готовъ уплатить больше за низкопроцентную бумагу, имѣющую просторъ въ 40% для возвышенія ея цѣны до нарицательной ея стоимости, чѣмъ имѣющаго такового простора вдвое или вчетверо меньше, или совсѣмъ его не имѣющую. Мы видѣли выше возможность такихъ случаевъ, что одновременно капиталистъ по низкопроцентной бумагѣ довольствуется $3^1/_8$% на капиталъ, тогда какъ по высокопроцентной онъ требуетъ $4^1/_5$%, или иначе говоря: за одинъ и тотъ-же доходъ онъ готовъ уплатить въ одномъ случаѣ (въ высокопроцентной бумагѣ) только 100 рублей, а въ другомъ случаѣ (въ низкопроцентной бумагѣ) 134 р. 40 коп. или слишкомъ на 34% больше. Эти-то 34% вѣдь означаютъ очень реальную плату, при которой говорить о подаркѣ и о манѣ небесной, очевидно, можно только, разсуждая совершенно произвольно и не желая считаться съ указаніями живой дѣйствительности.

134. Никакихъ сомнѣній, однако, не можетъ быть и въ томъ, что одни только приведенныя указанія эмпирическія, хотя и могутъ достаточно объяснять образъ дѣйствій государственныхъ людей и капиталистовъ, недостаточны для полнаго и всесторонняго объясненія самаго предмета. Для этого необходимо научное его объясненіе, то-есть — указаніе причинъ, дѣлающихъ данное явленіе (множественность видовъ капитала и роста при публичныхъ займахъ) необходимымъ, притомъ необходимымъ не только для корыстныхъ интересовъ отдѣльныхъ лицъ, но для общаго блага; а такъ какъ публичные займы имѣютъ выдающееся значеніе для государственныхъ финансовъ, то отъ научнаго объясненія множественности видовъ капиталовъ и роста при публичныхъ займахъ требуется выясненіе обстоятельствъ, опредѣляющихъ ея значеніе для пользы государственныхъ финансовъ: необходима-ли множественность для этой пользы, какъ слѣдовало-бъ заключить изъ того, что практика такъ исключительно ея придерживается, не допуская почти никакихъ отъ нея уклоненій, или напротивъ никакой внутренней необхо-

димости въ ней нѣтъ, какъ думаютъ приведенные выше авторитеты теорстики. Къ сожалѣнію ихъ мнѣнія даже не соображены съ имѣющимися эмпирическими указаніями и высказаны не на основаніи всесторонняго анализа предмета, но лишь въ видѣ предположеній, которыя авторы ихъ желали-бы видѣть когда-нибудь испробованными, не разобравъ, однако, возможно-ли (осуществимо-ли) такое «пробованіе» и не обойдется-ли оно слишкомъ дорого, не пострадаютъ-ли отъ него государственные интересы, которыми жертвовать не слѣдуетъ. Такъ какъ множественность видовъ капитала и роста при публичныхъ займахъ совсѣмъ еще не была предметомъ научнаго анализа, ни въ литературѣ теоріи финансовъ, ни въ финансово-математической литературѣ (которой этотъ предметъ ближе касается), то нижеслѣдующія объясненія могутъ имѣть лишь значеніе перваго и поэтому еще весьма несовершеннаго опыта восполнить указываемый пробѣлъ.

135. Исходнымъ пунктомъ нашего анализа мы можемъ взять наблюденіе, что стремленіе къ повышенію, присущее цѣнамъ процентныхъ бумагъ, одинаково присуще и цѣнамъ всякой недвижимости, городской, сельской, горнозаводской, лѣсной и т. д., а также всякаго рода предпріятіямъ и установленіямъ, дающимъ опредѣленный, постоянный, болѣе или менѣе обезпеченный доходъ. *Всякій* источникъ дохода, *постояннаго и обезпеченнаго въ извѣстныхъ предѣлахъ*, съ теченіемъ времени возвышается въ цѣнѣ, и притомъ независимо отъ причинъ, въ немъ самомъ коренящихся, а отъ причины внѣшней: накопленія капиталовъ въ прогрессивно увеличивающихся массахъ. Возрастающее накопленіе капиталовъ ведетъ за собою все бо́льшее и бо́льшее удешевленіе новообразуемыхъ капиталовъ, а потому и усиливающееся уменьшеніе ихъ денежной доходности, вслѣдствіе чего всякій «старый» (неизмѣняющійся) доходъ, обезпеченный въ своемъ «прежнемъ» размѣрѣ, становится все болѣе и болѣе цѣннымъ, пріобрѣтаетъ цѣну, стремящуюся къ возвышенію. Капиталъ въ сто рублей или въ сто фунтовъ стерлингъ, накопленный въ 1751 году и тогда обезпеченный въ его доходности на продолжительное время, представлялъ болѣе высокую цѣнность, чѣмъ капиталъ въ сто рублей или сто фунтовъ стерлингъ, накопленный въ 1801 году и обезпеченный въ доходности соотвѣтственно условіямъ своего времени; еще меньшую цѣнность представлялъ капиталъ въ сто рублей или сто фунтовъ стерлингъ, накопленный и обезпеченный въ доходности соотвѣтственно условіямъ своего времени въ 1851 году, и наконецъ еще меньшую цѣнность представляетъ капиталъ въ сто рублей или сто фунтовъ стерлингъ, накопленный и обезпеченный въ доходности сообразно условіямъ нашего времени, въ исходѣ второй половины XIX вѣка. Всѣ знаютъ, что съ теченіемъ времени цѣны на землю возрастаютъ и цѣны домовъ тоже возвышаются; но о капиталахъ привыкли слишкомъ неопредѣленно и обще говорить только, что съ теченіемъ времени они дешевѣютъ. Но послѣднее, какъ общее положеніе, вполнѣ правильно лишь въ примѣненіи къ новымъ капиталамъ; старые-же капиталы, давно уже или задолго прежде накопленные и современно обезпеченные въ ихъ доходности на продолжительное время, вовсе не должны необходимо терять часть своей первоначальной цѣны, не непремѣнно должны обезцѣниваться противъ своей первоначальной стоимости. Отъ ихъ владѣльцевъ зависитъ своевременно имѣть объ этомъ соотвѣтственное попеченіе. Пріобрѣтая землю или домъ, напримѣръ, владѣлецъ капитала обезпечиваетъ себя на то время, когда его капиталъ сдѣлается «старымъ»:

устраивая ему доходъ, котораго цѣна будетъ рости, владѣлецъ имѣстѣ съ тѣмъ не только охраняетъ свой капиталъ отъ будущаго удешевленія и обезцѣненія, но напротивъ ставитъ себя въ условія, при которыхъ онъ еще въ состояніи получить выгоду отъ будущаго удешевленія ново-образуемыхъ капиталовъ. Покупатель недвижимости обыкновенно хорошо знаетъ свойство дѣлаемаго имъ пріобрѣтенія и поэтому онъ, отдавая свой капиталъ за недвижимость, довольствуется меньшимъ ростомъ на свой капиталъ, чѣмъ какой онъ получилъ-бы, еслибъ далъ своему капиталу краткосрочное помѣщеніе. Вмѣсто 8% онъ соглашается получать только 6%, или вмѣсто 6% онъ соглашается получать только $4^1/_2$ % и т. д., потому что этимъ путемъ, *жертвуя въ настоящемъ частью выгоды*, которыя онъ получилъ бы отъ краткосрочной затраты капитала, онъ обезпечиваетъ (страхуетъ) себя отъ неминуемаго въ противномъ случаѣ болѣе сильнаго уменьшенія доходности его капитала. Вмѣстѣ съ тѣмъ продавецъ недвижимости, получая за нее движимый капиталъ, исчисленный по росту въ 6% вмѣсто 8%, или въ $4^1/_2$ % вмѣсто 6%, можетъ безъ опасенія идти на встрѣчу будущему, когда наличный капиталъ будетъ приносить 6% вмѣсто 8% или $4^1/_2$ % вмѣсто 6%. Или: давая своему капиталу краткосрочное помѣщеніе и получая 8% или 6% (вмѣсто 6% или $4^1/_2$ %, приносимыхъ недвижимостью), владѣлецъ наличнаго капитала можетъ откладывать часть своего дохода (въ размѣрѣ 2%-ной или $1^1/_2$ %-ной разности между доходностью краткосрочныхъ и долгосрочныхъ помѣщеній) и присоединяя эту разность къ капиталу, *образовать изъ этой разности фондъ, которымъ погашается будущее удешевленіе или обезцѣненіе*, и оно для стараго капитала дѣлается безопаснымъ. Такимъ образомъ, всякій владѣлецъ капитала еще прежде, чѣмъ наступило удешевленіе капиталовъ, имѣетъ возможность охранить себя отъ этого удешевленія и избѣгнуть ея вліянія. Способъ этотъ, одинаковый для всѣхъ капиталистовъ, заключается *въ пожертвованіи частью дохода, дѣйствительно получаемаго отъ капитала, пока онъ еще не удешевился*, или дохода, который можно было-бы получить отъ капитала, пока онъ еще не удешевился, въ прямыхъ видахъ таковымъ пожертвованіемъ «купить» охрану отъ неминуемо предстоящаго удешевленія: *образовать посредствомъ означеннаго пожертвованія фондъ, погашающій* потерю отъ удешевленія. Нельзя отвергать, конечно, что вполнѣ естественно, если и владѣлецъ капитала, покупающій процентную бумагу, своевременно озабочивается тѣмъ-же, чѣмъ озабоченъ всякій другой капиталистъ, и если онъ также принимаетъ мѣры для охраны своего имущества отъ неминуемаго въ будущемъ уменьшенія цѣны его. Сами учрежденія, заключающія публичные займы, и въ ихъ числѣ государство, заинтересованы въ томъ, чтобъ помѣщеніе капитала въ публичныхъ займахъ, не представляло-бъ въ разсматриваемомъ отношеніи убыточнаго уклоненія отъ общаго правила; да такое уклоненіе и невозможно, потому что оно само себя уничтожало-бы: еслибъ помѣщеніе капитала въ публичныхъ займахъ было-бъ связано съ убыткомъ, не свойственнымъ инымъ помѣщеніямъ, то всякій его избѣгалъ-бы и предпочиталъ-бы другія помѣщенія капитала; а именно это такъ удешевляло-бы процентныя бумаги, что упадкомъ ихъ цѣны устранялась-бы ихъ меньшая выгодность и уравнивались-бы условія помѣщенія въ нихъ капитала со всякими иными однородными помѣщеніями.

136. Публичные займы, которымъ присуща подлежащая объясненію особен-

ность, состоящая въ множественности видовъ капитала и роста, отличаются и тою особенностью, что они заключаются на долгіе сроки. Этимъ опредѣляется очень важное ихъ значеніе, какъ для выгодъ, на которыя при реализаціи капитала вправѣ разсчитывать отъ нихъ получить должники по нимъ, такъ и для выгодъ, которыя они представляютъ для капиталистовъ. Заемщики по публичнымъ долгамъ, въ виду того, что по нимъ отчуждаются платежи, которые для капиталистовъ будутъ представлять опредѣленный и обезпеченный на долгое время доходъ, вправѣ разсчитывать, что наличный капиталъ охотно будутъ давать за такой доходъ по удешевленной цѣнѣ, потому что капиталу при этомъ легче себя охранить отъ угрожающей ему въ будущемъ потери части своей цѣны. Располагая продолжительнымъ временемъ, на которое ему обезпеченъ опредѣленный доходъ, капиталистъ можетъ незамѣтнымъ пожертвованіемъ очень небольшой доли получаемаго имъ дохода образовать тотъ фондъ, который уравновѣситъ и погаситъ предстоящую въ будущемъ потерю. И очевидно, чѣмъ продолжительнѣе срокъ, на который публичный заемъ заключается, тѣмъ онъ въ этомъ отношеніи удобнѣе для капиталиста, и потому тѣмъ больше должна быть уступка въ цѣнѣ наличнаго капитала, на которую вправѣ разсчитывать публичное установленіе, заключающее заемъ. Въ этомъ отношеніи государство, заключая безсрочный заемъ съ выпускомъ по нему такъ называемой «вѣчной» ренты, поставлено въ наиболѣе выгодное положеніе, и оттого, когда въ иныхъ отношеніяхъ не представляется препятствій, государства нынѣ повсюду преимущественно заключаютъ свои долгосрочные долги посредствомъ выпуска безсрочной или такъ называемой «вѣчной» ренты, за которую дѣйствительно (при равенствѣ прочихъ условій) капиталисты соглашаются отдавать свой наличный капиталъ по наинисшей цѣнѣ. Такимъ образомъ, всякая процентная бумага въ силу долгосрочнаго дохода, ею приносимаго, какъ при ея первоначальной реализаціи, такъ и при послѣдующихъ оборотахъ ею, представляетъ для наличнаго капитала помѣщеніе, особенно удобное въ видахъ его охраны отъ будущаго обезцѣненія, и оттого *капиталъ въ нихъ всегда помѣщается уже по удешевленной цѣнѣ*, также точно какъ по удешевленной цѣнѣ наличный капиталъ отдается при пріобрѣтеніи недвижимости.—Но долгіе сроки, на которые заключаются публичные долги, отличаются очень существеннымъ своеобразіемъ. Капиталистъ, соглашающійся участвовать своими средствами въ публичномъ займѣ, долженъ быть готовъ уступить свой капиталъ *на весь срокъ* займа, вплоть до послѣдней единицы времени, входящей въ составъ срока, когда срокъ опредѣленный, *и даже на всегда*, «на вѣки», когда заемъ безсрочный или «вѣчный». Но въ обязательномъ видѣ публичные займы — долгосросные или даже «вѣчные» *только* для капиталиста. Напротивъ, для должника они строятся на такомъ договорномъ основаніи, чтобъ онъ могъ ихъ сдѣлать краткосрочными, если онъ того пожелаетъ: когда онъ для того найдетъ средства и когда это ему будетъ выгодно. Въ этихъ видахъ за должникомъ оставляется право — погасить заключаемый долгъ *ранѣе* условленнаго срока (если долгъ былъ срочный), или чрезъ 10—15—20, много 25 лѣтъ (но не болѣе), если долгъ—«вѣчный» (для капиталиста). Такимъ образомъ публичные долги, въ силу права должниковъ по нимъ, могутъ превратиться изъ вѣчныхъ» или заключенныхъ на очень долгіе сроки 100, 80, 60, 40 лѣтъ, въ такіе, наибольшій срокъ коихъ не превышаетъ 25 лѣтъ, чаще-же всего въ новѣйшее

время не превышаетъ 10 лѣтъ. И очевидно, что оставляя за собою право погасить долгъ въ короткій или сильно сокращенный срокъ, должники по нимъ имѣютъ большой интересъ дорожить этимъ правомъ, такъ какъ положеніе публичнаго кредита можетъ, съ теченіемъ времени улучшаться и открывать возможность замѣны долговъ, заключенныхъ первоначально на тяжелыхъ или менѣе выгодныхъ условіяхъ, новыми долгами, заключенными на болѣе льготныхъ условіяхъ. Именно, наиглавнѣйше въ этихъ-то видахъ защитники займовъ съ высокими нарицательными по нимъ интересами, и отдаютъ имъ предпочтеніе предъ займами съ низкими нарицательными интересами. Но если то обстоятельство, что публичные долги реализуются, какъ долгосрочное помѣщеніе для наличнаго капитала, не остается (и не можетъ оставаться) безъ удешевляющаго вліянія на послѣдній, то очевидно, что съ другой стороны на обстановку реализаціи публичныхъ займовъ не можетъ оставаться безъ вліянія и то обстоятельство, что должникъ по нимъ желаетъ за собою сохранить право дѣлать соединенные съ нимъ платежи (доходы капиталиста) не только не вѣчными, но даже и не обязательно долгосрочными. Если въ силу перваго обстоятельства, за предложеніе долгосрочнаго помѣщенія для наличнаго капитала, заемщикъ по публичнымъ долгамъ требуетъ уступки ему капитала по удешевленной цѣнѣ и капиталистъ на это соглашается, — то спрашивается, что вправѣ требовать отъ условій и обстановки публичнаго займа — капиталистъ, когда у него берутъ капиталъ по удешевленной цѣнѣ еще прежде, чѣмъ наступило всеобщее удешевленіе капиталовъ, и онъ, капиталистъ, соглашается на уступку въ цѣнѣ капитала именно и единственно въ видахъ огражденія себя отъ того, чтобъ удешевленіе его не настигло въ расплохъ, но на самомъ дѣлѣ можетъ такъ выйти, что онъ не только отъ опасности себя не оградилъ, но даже прямо лишилъ себя средствъ для этого и тѣмъ поставленъ въ положеніе худшее, чѣмъ положеніе всякаго другаго капиталиста?

137. Очевидно, что какъ возможность самой постановки этого вопроса, такъ и затрудненія, связанныя съ его разрѣшеніемъ, всецѣло коренятся только въ своеобразныхъ обстоятельствахъ, опредѣляющихъ положеніе заемщика по публичнымъ долгамъ, какъ при ихъ заключеніи, такъ и впослѣдствіи, пока долгъ продолжается, — и никоимъ образомъ не могутъ быть приведены въ связь съ какими бы то ни было, правильными или неправильными, требованіями капиталистовъ-заимодавцевъ. Требованія послѣднихъ не могутъ идти далѣе того, что всякій капиталистъ имѣетъ отъ доходнаго помѣщенія принадлежащаго ему капитала, совмѣщаясь съ готовностью сдѣлать и уступку въ цѣнѣ наличнаго капитала, насколько такая уступка оправдывается свойствами дохода, пріобрѣтаемаго при публичномъ займѣ за наличный капиталъ. Но положеніе заемщика по публичнымъ долгамъ, очевидно, противурѣчивое: оно одно — при заключеніи долга, когда въ интересахъ заемщика добиваться удешевленія реализуемаго займомъ капитала, и совершенно иное, когда принятыя по долгу обязательства оказываются по истеченіи нѣкотораго времени несоотвѣтствующими, ни новому положенію заемщика, ни условіямъ, на которыхъ ново-образуемые капиталы ему предлагаются при заключеніи новыхъ долговъ. И это противурѣчивое положеніе заемщика по публичнымъ долгамъ — не случайное, а глубоко коренящееся въ самомъ существѣ того положенія, въ которомъ находится, и не можетъ не находиться, всякое публичное хозяйство,

поставленное въ необходимость дѣлать долги. Какъ-бы ни были велики богатства страны и ея населенія, — они оказываются еще недостаточно значительными, если публичныя установленія (особенно—государства) должны прибѣгать къ заключенію долговъ, чтобъ ими добывать средства для своихъ расходовъ. Именно заключеніе долговъ и доказываетъ, что налогами не могутъ быть добыты средства, получаемыя отъ займовъ. Тоже самое обнаруживаютъ и прямыя наблюденія явленій жизни, взятыя не какъ грубо-эмпирическія указанія, а какъ научныя обобщенія статистики и исторіи финансовъ. Въ этомъ отношеніи особенно важны исторія и статистика финансовъ Англіи, въ которой на значеніи долговъ въ государственномъ хозяйствѣ сосредоточено вниманіе теоретиковъ и практиковъ уже съ конца XVII вѣка, слѣдовательно вотъ уже 200 лѣтъ. Никакая страна въ мірѣ не можетъ похвастать столь блестящими результатами, какіе въ государственномъ хозяйствѣ достигнуты въ Англіи, потому что, за правильнымъ покрытіемъ всѣхъ обыкновенныхъ государственныхъ расходовъ доходами отъ налоговъ, изъ суммы чрезвычайныхъ государственныхъ расходовъ за это время въ размѣрѣ около 1350 милліоновъ фунтовъ стерлинговъ (8511¾ милл. мет. рублей) безъ долговъ или обыкновенными рессурсами изъ налоговъ покрыта часть, составляющая свыше 42% всего итога или до 570 милл. ф. ст. (почти 3600 милл. металл. рублей), чего никакою иною страною никогда достигнуто не было. Но гораздо болѣе значительную часть чрезвычайныхъ государственныхъ расходовъ за два столѣтія, до 58% ихъ итога, или на 780 милл. ф. ст. (4917,9 милл. мет. рублей), даже въ Англіи не было возможно произвести иначе, какъ привлеченіемъ на помощь и долговъ. На континентѣ-же Европы всегда были очень довольны, если удавалось сводить концы съ концами въ области обыкновенныхъ государственныхъ доходовъ; о покрытіи-же обыкновенными государственными доходами части значительныхъ чрезвычайныхъ государственныхъ расходовъ, никогда и помышленій не могло быть и никогда не было. Поэтому Англія представляетъ единственный примѣръ постановки въ финансовой литературѣ вопроса о фактическомъ положеніи, допускающемъ или недопускающемъ возможность обойтись безъ долговъ: а именно, одно время въ Англіи спорили, могли-ли расходы по революціоннымъ и наполеоновскимъ войнамъ 1793—1815 гг. быть произведены безъ содѣйствія «будущаго» то есть, безъ заключенныхъ насчетъ будущаго долговъ? Къ сожалѣнію, тѣ, которые подняли этотъ споръ и которые разрѣшали поставленный вопросъ положительно, нѣсколько запоздало явились со своимъ мнѣніемъ: когда чрезвычайные расходы уже были сдѣланы; да и тогда представленные ими аргументы оказались столь легковѣсными, что при первомъ прикосновеніи къ нимъ серьезной критики обнаружилась ихъ несостоятельность и они разлетѣлись, какъ дымъ *). Въ свое-же время, въ 1793—1815 гг., совсѣмъ подобнаго разногласія не было, потому что налоги, тогда установленные для полнаго покрытія всѣхъ сильно возросшихъ обыкновенныхъ государственныхъ расходовъ и для покрытія части чрезвычайныхъ расходовъ были такъ неслыханно

*) Въ ученой литературѣ за мнѣніе, что чрезвычайные расходы 1793—1815 гг. можно было покрыть безъ содѣйствія будущаго, стоялъ главнымъ образомъ *Мэкъ-Коллохъ* (On taxation and the funding system); а несостоятельность этого мнѣнія блестяще доказалъ *В. Ньюмарчъ*, въ знаменитомъ своемъ изслѣдованіи On the loans raised by Pitt etc. Journ. of the Lond. Statistical soc. vol. XVIII.

многочисленны и высоки и такъ невыносимо тягостны, что единогласіе было на сторонѣ противуположнаго мнѣнія, по которому все возможное въ дѣлѣ налоговъ уже было выдумано и установлено и дальше въ этомъ направленіи идти было некуда *). Очевидно, что при такомъ положеніи, дѣлающемъ неминуемою необходимость обратиться за помощью къ «будущему», эта помощь не только можетъ, но и должна быть двоякая. Во-первыхъ, будущее должно быть привлечено къ ежесрочнымъ платежамъ по тѣмъ займамъ, которые должны доставить средства, не могущія быть добытыми посредствомъ налоговъ. И во-вторыхъ, такъ какъ въ распоряженіи будущаго будетъ находиться источникъ выгодъ, заключающійся въ удешевленіи капиталовъ, то отъ будущаго можетъ быть потребовано, чтобъ оно подѣлилось и этими выгодами, то есть — часть ихъ уступило-бы настоящему для облегченія тягости чрезвычайныхъ расходовъ. Какимъ-же образомъ, будущее можетъ уступить настоящему часть выгодъ, предстоящихъ отъ удешевленія капиталовъ? Очевидно, для этого существуетъ-ли лишь одинъ способъ: возложить на будущее такой платежъ, по заключаемымъ въ трудное время займамъ, который нѣсколько будетъ превышать платежъ, соотвѣтствующій всей выгодѣ отъ удешевленія капиталовъ, но за то доставитъ уже и настоящему часть выгоды отъ этого удешевленія. Если, напримѣръ, выгода будущаго отъ удешевленія капитала, составляла бы вся 1% или $1^1/_2$%, то для раздѣленія этой выгоды между настоящимъ и будущимъ, будущее должно довольствоваться лишь частью выгоды, скажемъ, половиною ея и, слѣдовательно поплатиться другою ея половиною, которую оно будетъ переплачивать, но которою за то успѣетъ воспользоваться и настоящее. Очевидно, что если такой способъ дѣйствій осуществимъ, то во-первыхъ пользованіе имъ составляетъ предметъ не свободнаго выбора, а необходимости извѣстнаго положенія, и во-вторыхъ, даже еслибъ по отношенію къ означенному способу дѣйствій и была возможна свобода выбора, то всѣ соображенія благоразумія требовали-бы, чтобъ имъ воспользовались. Ибо очевидно, что когда какъ разъ во время наинапряженнѣйшей нужды въ занимаемыхъ капиталахъ, когда приходится заключать займы на наибольшія суммы, имѣется возможность получать удешевленные капиталы, то ни-

*) Вотъ какъ одинъ очень извѣстный въ свое время англійскій публицистъ описывалъ въ 1820 году налоги той эпохи. «Налоги на все, принимаемое человѣкомъ внутрь, покрывающее его снаружи и лежащее подъ его налогами, на все, что пріятно для глаза, слуха, вкуса, обонянія и осязанія, на свѣтъ и тепло, на передвиженіе, на все, что надъ землею и подъ нею, что провзводится дома или привозится извнѣ, на всякое сырье и всякое издѣліе, на всякую приправу для возбужденія аппетита и на всякое снадобье для охравы и возстановленія здоровья, на парадные галуны и на веревку для повѣшенія осужденнаго преступника, на соль бѣдняка и пряности богача, на мѣдные гвозди гробовъ и ленты подвѣнечнаго платья, въ постели или за столомъ, вставая и ложась спать: мы должны платить всегда. Ребенокъ играетъ обложенною игрушкою, юноша катается на обложенной лошади, съ обложенной сбруей, по обложенной дорогѣ, и умирающій англичанинъ, проглатывая послѣднюю ложку лекарства, оплоченнаго 7%-нымъ сборомъ, въ ложкѣ, оплоченной 15%-нымъ сборомъ, откидывается на подушки, оплоченныя 22%-нымъ сборомъ, и умираетъ въ объятіяхъ врача, уплатившаго 100 фунтовъ стерл. за свидѣтельство, дающее право отправить его къ предкамъ. Затѣмъ вся его собственность немедленно облагается сборомъ отъ 2—10% и еще кое-что слѣдуетъ уплатить за право похоронить его, о добродѣтеляхъ его оповѣщается потомство на обложенной могильной доскѣ и только тогда онъ присоединяется къ праотцамъ, чтобъ уже не быть болѣе обложеннымъ». *Stephen Dowell* A history of taxes in England, Lon. 1884, vol. II pp. 249—250.

какое благоразуміе не можетъ подсказывать, что лучше откладывать пользованіе этими удешевленными капиталами до будущаго, когда они совсѣмъ не будутъ нужны, или когда ихъ будетъ нужно гораздо меньше, и когда во всякомъ случаѣ никакихъ иныхъ, кромѣ дешевыхъ капиталовъ совсѣмъ и не будетъ, все равно, пользовались-ли ими ранѣе, или не пользовались. И при этомъ отказъ отъ пользованія удешевленными капиталами въ моментъ наиболѣе напряженной нужды въ нихъ не можетъ даже оправдываться ссылкою на то, что это сдѣлано въ интересахъ будущаго, чтобъ уменьшить оставляемыя ему въ наслѣдіе тягости. Ибо потребности во всякомъ скучаѣ должны быть удовлетворены, слѣдовательно—займы во всякомъ случаѣ должны быть заключены, и если по нимъ за занятые капиталы не будетъ производиться платы, какъ за удешевленные, то плата будетъ, какъ за болѣе дорогіе капиталы, и будущее, унаслѣдовавъ тягость этой болѣе высокой, платы, *отъ этого*, конечно во всякомъ случаѣ будетъ не въ выигрышѣ, а въ проигрышѣ. Такимъ образомъ, съ точки зрѣнія заемщика *въ моментъ заключенія займа* положеніе такое, что при существованіи способа, открывающаго возможность заранѣе пользоваться предстоящимъ въ будущемъ удешевленіи капиталовъ, весьма вѣскія соображенія не только не отклоняютъ, а напротивъ подталкиваютъ его къ тому, чтобъ онъ долженъ былъ и желалъ получить всѣ возможныя отъ означеннаго способа выгоды. Но для того, чтобъ заемщикъ по публичному долгу могъ этимъ способомъ воспользоваться, необходима уступка заимодавцу-капиталисту такого обезпеченнаго дохода на достаточно продолжительное время, который вызвалъ бы у заимодавца готовность разстаться съ своимъ наличнымъ капиталомъ за удешевленную цѣну еще прежде, чѣмъ наступило общее удешевленіе капитала. Очевидно, что эта готовность заимодавца будетъ находиться въ прямой зависимости отъ продолжительности времени, на которое онъ пріобрѣтаетъ за свой наличный капиталъ уступаемый ему доходъ. Чѣмъ продолжительнѣе это время, тѣмъ меньше дохода согласится взять заимодавецъ и тѣмъ больше будетъ удешевленіе капитала, на которое онъ уже въ настоящемъ согласится, — и наоборотъ. Но съ этимъ кореннымъ условіемъ возможности удешевленія капитала очевидно находится въ явномъ противурѣчіи то условіе публично-долговыхъ договоровъ, которое охраняетъ будущую свободу дѣйствій заемщика и оставляетъ ему открытый выходъ въ правѣ, по истеченіи кратчайшаго (минимальнаго) срока погасить заключенный въ тяжелое время долгъ. Чѣмъ меньше этотъ наикратчайшій срокъ, то есть, чѣмъ больше свобода дѣйствій, которую за собою оставляетъ заемщикъ, тѣмъ меньше удешевленіе капитала, для него возможное. И наоборотъ, чѣмъ больше удешевленіе, для него необходимое, тѣмъ болѣе онъ долженъ связывать свою будущую свободу дѣйствій.

138. Это противорѣчіе, однако, не безвыходное, потому что допущеніе множественности видовъ капитала и роста представляетъ такой способъ заключенія публичныхъ займовъ, при которомъ заемщикъ сохраняетъ за собою наибольшую свободу дѣйствій и въ то же время достигаетъ наибольшаго удешевленія капитала, оставаясь при этомъ на почвѣ полной эквивалентности, то-есть, не уступая заимодавцу никакихъ выгодъ безъ полноцѣнной и равноцѣнной ихъ оплаты. Выведенныя въ предыдущей главѣ формулы разности между погашаемымъ и реализуемымъ капиталомъ и свойствъ этой разности и ея элементовъ наводятъ на мысль,

что допущеніе погашаемаго капитала, превышающаго реализуемый капиталъ на извѣстную сумму, соотвѣтствующую разности между нарицательнымъ и реализаціоннымъ ростомъ, представляетъ лишь способъ, который дѣлаетъ возможною свободу дѣйствій, остающуюся за должникомъ, и только охраняетъ заимодавцевъ отъ убытковъ, иначе неминуемо связанныхъ съ означенною свободою и оттого дѣлающихъ ее неосуществимою. При такомъ взглядѣ на значеніе множественности видовъ капиталовъ и роста, присущей публичнымъ займамъ, ея назначеніе — всецѣло служить выгодамъ только должника, котораго очень важные интересы безъ нея не были-бы ограждены; для капиталиста-же совершенно безразлично, пользуется-ли ею должникъ, или обходится безъ нея; заимодавецъ во всякомъ случаѣ имѣетъ и безъ нея полную возможность оградить всѣ свои интересы и выгоды. Для наглядности выяснимъ это на отдѣльныхъ примѣрахъ, приведенныхъ въ связь съ относящимися къ этому предмету и изложенными выше формулами. Положимъ, что 5%-ный заемъ на 100.000,000 рублей заключается на 81 годъ, поэтому съ ежегоднымъ расходомъ для интересовъ и погашенія по 5.097,963 руб., и что онъ реализуется изъ $5^1/_2$ % за наличный капиталъ. Курсъ реализаціи оттого будетъ $100\,\frac{\varphi_{81(5^1/_2\%)}}{\varphi_{81(5\%)}} = 100\,\frac{\frac{1}{0.055}\left(1-\frac{1}{(1.055)^{81}}\right)}{\frac{1}{0.05}\left(1-\frac{1}{(1,05)^{81}}\right)} = 91,_{478}$ за 100, а весь реализованный по займу капиталъ составитъ $A\varphi_{81(5^1/_2\ \%)} = 5097963 \times 17.9440312 = 91.478.000$ рублей. Мы предполагаемъ, конечно, что къ этому займу примѣнятся погашеніе по жребію, и поэтому должны сначала отдѣльно отмѣтить особенности, которыми заемъ будетъ отличаться отъ примѣненія къ нему «тиража». Мы уже знаемъ, что эти особенности, главнѣйшія, заключаются въ двойственномъ характерѣ, который заемъ получаетъ отъ «тиража»: для заемщика онъ — постепенно погашаемый, для заимодавцевъ онъ — единовременно погашаемый. Въ связи съ этимъ находятся различныя не только счетныя, (въ смыслѣ пріемовъ вычисленія), но и численныя основанія, изъ которыхъ должны исходить въ своихъ разсчетахъ должникъ съ одной стороны и заимодавцы — съ другой. Основанія и пріемы разсчетовъ должника заключаются въ приведенныхъ только-что суммахъ и выкладкахъ; но для заимодавцевъ они и не годятся. Тиражъ, сообщая лотерейный характеръ займу, къ которому онъ примѣняется и съ которымъ связана множественность видовъ капитала и роста, является источникомъ весьма реальныхъ выгодъ для заемщика и нѣкоторыхъ довольно сомнительныхъ выгодъ для заимодавцевъ. Единственная дѣйствительная выгода заимодавцевъ отъ тиража заключается въ уплатѣ должнаго имъ капитала безъ раздробленія на части; призрачныя выгоды, порождаемыя жребіемъ погашенія для одной части заемщиковъ насчетъ другой ихъ части, заключается въ возможности получить доходъ на капиталъ по болѣе высокому росту, чѣмъ какой должникъ уплачиваетъ. Такъ какъ, однако, все, что при этомъ одна часть заимодавцевъ выгадываетъ, другая часть заимодавцевъ теряетъ въ пользу первой, то съ точки зрѣнія всѣхъ заимодавцевъ, вмѣстѣ взятыхъ, нѣтъ ни выгоды, ни потери, или иначе говоря, всѣ заимодавцы, вмѣстѣ взятые, получаютъ тотъ именно ростъ, который уплачиваетъ заемщикъ. И такъ какъ этотъ ростъ они получаютъ по единовременно-погашаемому (каждому въ отдѣльности и всѣмъ вмѣстѣ)

займу, то различные сроки, въ которые получаютъ это единовременное погашеніе отдѣльные заимодавцы (и отъ разнообразія въ которыхъ они получаютъ не одинаковый доходъ на свой капиталъ) сливаются въ одинъ обще-сложный для всѣхъ заимодавцевъ срокъ, исчисляемый по формулѣ:

$$m = \frac{\log(K\tau - Kt) - \log(C\tau - K\tau)}{\log(1+\tau)}.$$

Въ нашемъ примѣрѣ этотъ срокъ составляетъ

$$m = \frac{1{,}2085644}{0{,}0232324586} = 51{,}642 \text{ лѣтъ},$$

потому что только при этомъ срокѣ, при курсѣ реализаціи въ 91,478 за сто и при единовременномъ погашеніи заимодавцы получаютъ $5^1/_2$ % на наличный капиталъ, или только при этомъ срокѣ заимодавцы, вычисляя наличную стоимость платежей по займу при $5^1/_2$ % на капиталъ, могутъ опредѣлить эту стоимость въ 91,478 за сто. А такъ какъ они всѣ вмѣстѣ и каждый въ отдѣльности столько именно уплачиваютъ за соединенные съ займомъ платежи, то мы соотвѣтственно этому должны принять общесложнымъ срокомъ займа для всѣхъ заимодавцевъ указанные 51,642 лѣтъ, опредѣляющіе результатъ расчета заимодавцевъ по формулѣ:

$$C = Kt\varphi_{m(\tau)} + \frac{K}{(1+\tau)^m} = 5.000{,}000\varphi_{51{,}642\ (5^1/_2\,\%)} + \frac{100.000.000}{(1{,}055)^{51{,}642}}$$

что и даетъ дѣйствительно реализованный капиталъ 91.478.000 рублей. Этому вполнѣ соотвѣтствуетъ и полное тождество результатовъ расчета заемщика, исходящаго изъ 81 лѣтняго срока, и заимодавцевъ, исходящихъ изъ срока въ 51,642 лѣтъ, при отдѣльномъ опредѣленіи наличной стоимости интересовъ и наличной стоимости погашенія по нашему примѣрному займу. Опредѣляется-ли наличная стоимость платежей въ счетъ интересовъ по формулѣ $R = \frac{Vt}{\tau - t}$ (при чемъ V означаетъ разность между погашаемымъ и реализованнымъ капиталомъ, t нарицательный ростъ, а τ реализаціонный ростъ) или по выраженію $R = Kt\varphi_{m(\tau)}$, въ томъ и другомъ случаѣ въ нашемъ примѣрѣ $R = 85.220.000$ рублей. И также точно, какъ бы ни исчислялась стоимость погашенія по формулѣ-ли заемщика:

$$E = \frac{A}{\tau - t}\left[\frac{1}{(1+t)^n} - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right] = \frac{5097963}{0.005}\left[\frac{1}{(1{,}05)^{81}} - \frac{1}{(1{,}055)^{81}}\right],$$

или по одной изъ формулъ для заимодавцевъ

$$E = \frac{C\tau - Kt}{\tau - t} = \frac{K}{(1+\tau)^m} = \frac{Kt}{(1+\tau)^m - 1}\varphi_{m(\tau)};$$

въ нашемъ примѣрѣ:

$$E = \frac{31290}{0.005} = \frac{100000.000}{(1{,}055)^{51{,}642}} = 367167\varphi_{51{,}642\ (5^1/_2\,\%)},$$

во всякомъ случаѣ результатъ разсчета одинаковый и даетъ $E = 6.258.000$. — Однако, отъ того обстоятельства, что заимодавцы не могутъ основывать своихъ разсчетовъ на продолжительномъ 81-лѣтнемъ срокѣ, и что они срокъ этотъ должны въ своихъ расчетахъ брать уменьшеннымъ почти на $^3/_8$, для нихъ всѣхъ, вмѣстѣ взятыхъ, не проистекаетъ ни выгоды, ни потери. Напротивъ, для заемщика съ этимъ обстоятельствомъ связана очень существенная и реальная выгода, проистекающая отъ того, что примѣненіе жребія къ опредѣленію очереди погашенія даетъ ему возможность сильно удлинить срокъ займа и соотвѣтственно сократить расходы на погашеніе. Но хотя дѣйствіе это примѣненіе «тиража» для опредѣленія жребія

погашенія производить только при множественности видовъ капитала и роста, тѣмъ не менѣе «тиражъ» — главная ихъ причина, а множественность видовъ и капитала и роста — только почва, на которую онъ вліяетъ. Собственныя-же дѣйствія множественности видовъ капитала и роста при публичныхъ займовъ, независимыя отъ тиража, сосредоточиваются на томъ значеніи, которое имѣетъ разность (V) между нарицательнымъ (погашаемымъ) капиталомъ (K) и реализуемымъ капиталомъ (C), въ нашемъ примѣрѣ

$$V = K - C = 100.000.000 - 91.478.000 = 8.522.000.$$

Объ этой разности мы знаемъ, что

$$V = K(\tau - t)\varphi_{m(\tau)} = (C\tau - Kt)\omega_{m(\tau)}$$

и дѣйствительно, въ нашемъ примѣрѣ:

$$V = 500.000\,\frac{1}{0.055}\left[1 - \frac{1}{(1.055)^{81.642}}\right] = 31.290\,\frac{(1.055)^{81.642} - 1}{0,055} = 8.522.000.$$

Какой-же смыслъ имѣютъ эти выраженія? Для отвѣта на этотъ вопросъ необходимо вспомнить изложенныя выше противурѣчивыя обстоятельства, при которыхъ заключаются публичные займы. А именно, заключая заемъ для чрезвычайныхъ государственныхъ расходовъ въ трудное время, должникъ желаетъ прежде всего получить въ свое распоряженіе и обезпечить за собою занимаемый капиталъ на возможно болѣе продолжительный срокъ: для этого-то онъ заключаетъ заемъ на 81 годъ, если капиталисты на это соглашаются. Выгода должника отъ этого двоякая: во-первыхъ, тревоги и расходы по возврату занятаго капитала этимъ уменьшаются до наименьшаго ихъ уровня, возможнаго въ данномъ случаѣ, и во-вторыхъ, предлагая — заимодавцу помѣщеніе для капитала на очень долгій срокъ, а слѣдовательно и опредѣленный, обезпеченный доходъ на очень долгій срокъ, заемщикъ вправѣ расчитывать на нѣкоторую уступку въ цѣнѣ занимаемаго имъ капитала. И эта уступка дѣйствительно всегда *уже содержится въ реализаціонномъ ростѣ*, по которому заемъ заключается. Въ нашемъ примѣрѣ реализаціонный ростъ въ 5½ % уже означаетъ, что капиталистъ на него согласился именно въ виду долгосрочности помѣщенія, при краткосрочномъ-же помѣщеніи онъ потребовалъ-бы больше, можетъ быть, 8% или 9%. Но этого мало: заключая заемъ на долгій срокъ и добиваясь на этомъ основаніи удешевленія капитала, желая въ теченіи этого-же долгаго срока свести расходы по возврату занятаго капитала до наименьшаго уровня, заемщикъ къ этимъ двумъ выгодамъ желаетъ присоединить еще третью выгоду; онъ ожидаетъ, что въ будущемъ онъ въ состояніи будетъ, можетъ быть, добиться еще большаго удешевленія капитала по заключаемымъ имъ займамъ, и въ этихъ видахъ онъ еще желаетъ сохранить за собою право погасить ранѣе заключенный долгъ, когда это ему будетъ выгоднѣе и когда онъ найдетъ для того новые, еще болѣе, чѣмъ прежде, удешевленные капиталы. Но очевидно, что послѣдняя выгода исключаетъ первую изъ указанныхъ выше двухъ выгодъ и, совсѣмъ безъ всякихъ оговорокъ, безъ особыхъ условій и обезпеченій, конечно на нее не согласится никакой заимодавецъ-капиталистъ въ здравомъ умѣ и твердой памяти. Если заимодавецъ-капиталистъ именно въ виду только долгосрочнаго помѣщенія согласился отдать капиталъ за 5½ %, а иначе потребовалъ-бы больше, то это значитъ, что заимодавецъ, идя на встрѣчу предстоящему уде-

шевленію капиталовъ, не желалъ потерять имѣющійся вполнѣ въ его распоряженіи способъ оградить себя отъ этого удешевленія. Онъ можетъ, или сдѣлавъ уступку въ стоимости капитала, купить себѣ недвижимость и этимъ путемъ себя оградить отъ будущаго удешевленія капиталовъ, или никому не дѣлая уступки въ цѣнѣ наличнаго капитала, стоящей въ данное время, капиталистъ можетъ получить всю эту цѣну, отдавая капиталъ на короткій срокъ, и удѣлить *себѣ* часть ея, для образованія фонда, погашающаго потерю отъ будущаго удешевленія капитала. Отдавая капиталъ на долгій срокъ и соглашаясь на этотъ долгій срокъ уступить капиталъ за болѣе дешевую цѣну, чѣмъ за какую онъ могъ-бы его помѣстить на короткій срокъ, заимодавецъ можетъ довольствоваться меньшею нормою дохода отъ капитала единственно лишь въ видахъ образованія упомянутаго погасительнаго фонда, такъ какъ въ теченіи продолжительнаго времени, вполнѣ обезпеченнаго, дѣйствительно возможно образовать фондъ, меньше для него откладывая. Но совсѣмъ отказаться отъ образованія этого фонда, конечно, никакой капиталистъ не станетъ, такъ какъ это было-бъ равносильно завѣдомому уничтоженію части капитала. Да капиталисту нѣтъ надобности и углубляться въ мысли объ «фондѣ» потому что образованіе этого фонда идетъ само собою, какъ послѣдствіе заботъ лишь о томъ, чтобъ капиталъ не уменьшался отъ убытка, чтобъ ему не давали невыгоднаго помѣщенія. Ничего иного, никакой особенной выгоды, не можетъ добиваться капиталистъ и тогда, когда онъ участвуетъ въ качествѣ заимодавца, въ публичномъ займѣ. *Для него* поэтому не можетъ не быть безразлично, какъ этотъ заемъ заключается, съ допущеніемъ множественности видовъ капитала и роста, или безъ нея, или инымъ способомъ, лишь-бы, въ качествѣ заимодавца по публичному займу онъ не оказался-бъ въ худшемъ положеніи, чѣмъ при всякомъ иномъ помѣщеніи капитала. Поэтому въ тѣхъ-же предѣлахъ, въ которыхъ всякое другое помѣщеніе давало-бы капиталисту возможность обезпечить себя отъ убытка вслѣдствіе возможнаго въ будущемъ удешевленія капитала, и публичные займы не могутъ не давать ему такого-же обезпеченія. И вотъ это-то обезпеченіе капиталистъ-заимодавецъ по публичному займу можетъ получить однимъ изъ двухъ путей: или ему дадутъ погашаемый капиталъ, превышающій реализуемый, и тогда онъ можетъ согласиться на сохраненіе за должникомъ права погасить долгъ, когда это для должника сдѣлается выгоднымъ; — или-же должникъ отъ этого права откажется именно въ видахъ предоставленія капиталисту достаточно продолжительнаго срока для образованія фонда, ограждающаго его отъ убытка, вслѣдствіе удешевленія капитала, и тогда заимодавецъ не будетъ имѣть основанія не согласиться на реализацію по 100 за 100 при равенствѣ прочихъ условій, слѣдовательно, при той-же уступкѣ въ цѣнѣ капитала. Фондъ, ограждающій капиталиста отъ убытка, вслѣдствіе предстоящаго въ будущемъ удешевленія капитала, при публичныхъ займахъ и представляется выраженіемъ *V*. Поэтому и въ нашемъ примѣрѣ для заимодавцевъ безразлично: предпочтетъ-ли должникъ взять капиталъ изъ $5^1/_2$ % съ реализаціею по 100 за 100, но за то съ обязательствомъ дать заимодавцамъ срокъ въ 51,642 слѣдовательно, съ тѣмъ, чтобъ ранѣе истеченія этого срока должникъ не имѣлъ-бы права погасить заключенный долгъ и, на это время, отказался-бы отъ права и возможности воспользоваться выгодами отъ удешевленія капитала, если онѣ въ это время представятся. Или-же должникъ на это не

согласенъ, онъ желаетъ сохранить за собою свободу и желаетъ получить наличный капиталъ изъ тѣхъ-же $5^1/_2$ %; тогда и на это заимодавецъ можетъ согласиться, если 5%-ная облигація ему будетъ дана по 91,478 за сто. Съ точки зрѣнія наличной стоимости платежей по займу, заимодавецъ въ томъ и другомъ случаѣ наличнымъ капиталомъ въ 91.478,000 рублей *оплачиваетъ одно и тоже.* Мы видѣли выше, что когда заемъ заключается съ реализаціею 5%-ной облигаціи по 91478 за сто, то наличный капиталъ въ 91.478,000 рублей представлялся, какъ равноцѣнность:

$$C = \left(Kt + \frac{K\tau}{(1+\tau)^m - 1}\right)\varphi_{m(\tau)},$$

при чемъ $Kt = 5.000.000$ р., а $\frac{K\tau}{(1+\tau)^m - 1} = 367.167$ рублей, всего-же реализуемый капиталъ представлялъ для заимодавцевъ равноцѣнность ежесрочной суммы въ 5.367.167 рублей; но и при реализаціи по 100 за 100 интересы по $5^1/_2$% на капиталъ 91.478.000 р. составляютъ 5.031.290 рублей, а для погашенія 91.478.000 рублей въ срокъ 51,642 лѣтъ, при $5^1/_2$% на капиталъ, необходимо $\frac{C\tau}{(1+\tau)^m - 1} =$ $= 335.877$ рублей, а всего интересы и погашеніе или 5.031.290 и 335.877 составляютъ ту-же ежесрочную сумму 5.367.167 рублей. Такимъ образомъ при реализаціи по 91,478 за сто и при реализаціи по 100 за сто реализуемый капиталъ въ 91.478.000 р. составляетъ равноцѣнность одной и той-же ежесрочной суммы 5.367.167 р. и для заимодавца безразлично, въ какомъ видѣ у него берутъ его наличный капиталъ, потому что для него во всякомъ случаѣ

$$K\tau + \frac{K\tau}{(1+\tau)^m - 1} = C\tau + \frac{C\tau}{(1+\tau)^m - 1},$$

какъ естественное послѣдствіе формулы, по которой для него исчисляется наличная стоимость платежей по займу:

$$C = \left(C\tau + \frac{C\tau}{(1+\tau)^m - 1}\right)\varphi_{m(\tau)} = \left(Kt + \frac{K\tau}{(1+\tau)^m - 1}\right)\varphi_{m(\tau)}.$$

Для заемщика, однако, уже и съ точки зрѣнія расходуемой имъ ежесрочной суммы и срока погашенія совсѣмъ не безразлично, какой онъ избираетъ способъ реализаціи займа. Реализуя 5% заемъ по 91,478 за сто, онъ можетъ заключить заемъ на срокъ 81 года и соотвѣтственно уменьшить расходы на погашеніе, вслѣдствіе чего его ежесрочный расходъ составитъ лишь 5.097.963 рубля. Но реализуя по 100 за 100 за $5^1/_2$%, онъ уже не можетъ прельщать капиталиста тиражемъ, сообщающимъ лотерейный характеръ займу: лотерея исчезаетъ совсѣмъ и заемщикъ долженъ исходить изъ расчета на тотъ-же срокъ, по которому расчитываетъ заимодавецъ, или на 51,642 лѣтъ. А отъ сокращенія срока займа почти на $^3/_8$ неминуемо должны увеличиться расходы погашенія и оттого ежесрочная сумма, которую заемщикъ долженъ уплачивать по займу, неминуемо должна подняться до тѣхъ 5.367.167 рублей, на которые расчитываетъ капиталистъ. Слѣдовательно, ежесрочная сумма по займу, дѣйствительно расходуемая должникомъ, должна увеличиться на 269.204 рубля. Конечно, за это должникъ выигрываетъ на капиталѣ погашаемаго долга $V = 8.522.000$ рублей, которыхъ ему не придется въ теченіи 51,642 лѣтъ переплатить заимодавцамъ, реализуя по 100 за 100 и принимая на себя ежесрочный перерасходъ въ 269.204 рубля. Но для сравненія этого-то ежесрочнаго

перерасхода 269.204 рублей съ перерасходомъ въ теченіи 51,642 лѣтъ на капиталѣ погашаемаго долга $V = 8.522.000$ р. и полезны, приведенныя выше выраженія V. Когда заемъ заключается съ реализаціею по 91,478 за сто, то хотя заемщикъ ежесрочно расходуетъ лишь по 5.097.963 рубля, но заимодавецъ долженъ дѣлать свой расчетъ, исходя изъ

$$C = \left(Kt + \frac{K\tau}{(1+\tau)^m - 1}\right)\varphi_{m(\tau)} = (5000000 + 367167)\varphi_{m(\tau)}$$

слѣдовательно, какъ еслибъ заемщикъ ежегодно расходовалъ тѣже 5,367.167 р., причемъ именно наличная стоимость погашенія $\left(\frac{K}{(1+\tau)^m - 1} = \frac{K\tau}{(1+\tau)^m - 1}\varphi_{m(\tau)}\right)$ опирается на основанія, равносильныя предположенію, что на погашеніе ежесрочно расходуется $\frac{K\tau}{(1+\tau)^m - 1} = 367.167$ рублей. Но для погашенія реализованнаго капитала $C = 91.478.000$ рублей, исходя изъ $\tau = 5^1/_2{}^0/_0$, нужно только $\frac{C\tau}{(1+\tau)^m - 1} =$ $= 335.877$ рублей или на 31.290 рублей менѣе, чѣмъ считаетъ заимодавецъ при опредѣленіи наличной стоимости платежей по займу. Присоединяя эти 31.290 руб. къ уплачиваемымъ по займу нарицательнымъ интересамъ или $Kt = 5.000.000$ р., заимодавецъ получаетъ 5.031.290 рублей или $C\tau$, то есть $5^1/_2{}^0/_0$ на реализованный капиталъ; такимъ образомъ въ этомъ случаѣ мы видимъ, что (см. стр. 106—7)

$$C\tau - Kt = \frac{K\tau}{(1+\tau)^m - 1} - \frac{C\tau}{(1+\tau)^m - 1} = (K - C)\frac{\tau}{(1+\tau)^m - 1} = \frac{V\tau}{(1+\tau)^m - 1}$$

что и было уже выше выведено при изложеніи свойствъ V. Но на дѣлѣ при реализаціи 5%-наго займа по 91.478 за сто заемщикъ все-таки расходуетъ ежегодно лишь 5.097.963 рубля, въ томъ числѣ на интересы онъ расходуетъ не $C\tau$, не $5^1/_2{}^0/_0$ на 91.478.000, составляющіе 5.031.290 рублей, а лишь $Kt = 5.000.000$ р., слѣдовательно, интересовъ должникъ во все время продолженія долга *не доплачиваетъ* заимодавцамъ $C\tau - Kt = 31.290$. Въ какомъ-же видѣ заимодавцы получаютъ эту, очевидно слѣдующую, имъ ежесрочную сумму? На это-то даетъ отвѣтъ только-что приведенное равенство, показывая, чѣмъ можно, какъ равнымъ, замѣнить $C\tau - Kt$. Обязуясь погасить капиталъ въ 100.000.000 рублей по долгу, по которому занято лишь 91.478.000 рублей, должникъ переплачиваетъ на погашаемомъ капиталѣ только то, *чего онъ не доплачиваетъ на ежесрочномъ расходѣ для уплаты интересовъ*. Для того, чтобъ заимодавцы получили $5^1/_2{}^0/_0$ на отданный ими наличный капиталъ 91.478.000 р., они должны были-бы получать $C\tau = 5.031.290$ р., но они получаютъ въ видѣ интересовъ только $Kt = 5.000.000$ р., слѣдовательно имъ не доплачиваютъ интересовъ $C\tau - Kt = 31.290$ рублей, а между тѣмъ своевременно получая эти 31.290 рублей и предоставляя ихъ наростанію изъ $5^1/_2{}^0/_0$, они въ срокъ займа изъ нихъ могли-бы образовать $(C\tau - Kt)\omega_{m(\tau)} = 8.522.000$, которые и составили-бы добавочный, страховой или погасительный, фондъ, ограждающій ихъ, или погашающій ихъ потери, отъ предстоящаго въ будущемъ удешевленія ихъ капитала, дѣйствительно отданнаго ими взаймы и подлежащаго возврату имъ, въ составѣ условленнаго погашенія, въ размѣрѣ 91.478.000 рублей. Но если заимодавцы, отдавая этотъ наличный капиталъ изъ $5^1/_2{}^0/_0$, прямо расчитывали изъ нихъ составить себѣ обезпечительный фондъ въ 8.522.000 рублей, то въ какомъ нибудь видѣ средства для этаго фонда имъ должны быть даны, иначе они окажутся только отъ того, что они участвуютъ своими ка-

питалами въ публичномъ займѣ, въ худшемъ положеніи, чѣмъ другіе капиталисты, да и условія займа не будутъ осуществлены. Если средства для образованія обезпечительнаго фонда въ 8.522.000 рублей не выдаются заимодавцамъ посредствомъ уплаты имъ $5^1/_2{}^0/_0$ интересовъ на дѣйствительно отданный ими въ займы капиталъ, то въ томъ-же размѣрѣ, тотъ же фондъ долженъ быть обезпеченъ имъ инымъ способомъ. Это и дѣлается обязательствомъ должника погасить капиталъ, на сумму $V=(Cz-Kt)\omega_{m(\tau)}=8.522.000$ превышающій дѣйствительно полученный должникомъ въ займы капиталъ. Принявъ на себя это обязательство, должникъ только квитовался съ заимодавцами, уравнивъ то, что онъ отдаетъ, съ тѣмъ, что онъ получилъ. Но это не только открываетъ для него возможность остаться при срокѣ займа въ 81 годъ и при томъ удешевленіи наличнаго капитала, на которое заимодавцы въ данномъ случаѣ согласны, но ставитъ его еще въ одномъ отношеніи въ выгодное положеніе относительно заимодавцевъ. Разъ должникъ *принимаетъ на себя*, такъ сказать, образованіе того фонда, которое обезпечиваетъ капиталистовъ отъ убытковъ вслѣдствіе дальнѣйшаго удешевленія капитала, сливая это образованіе съ ходомъ погашенія долга, капиталистамъ уже нечего заботиться и безпокоиться о томъ, будетъ-ли у нихъ имѣться этотъ фондъ къ тому времени, когда къ нимъ возвратится отданный ими взаймы капиталъ. *Ко времени погашенія* заключеннаго долга ихъ обезпечительный фондъ *во всякомъ случаѣ* составится, такъ какъ его составленіе входитъ въ погашеніе, какъ его непремѣнная составная часть. Поэтому для капиталистовъ дѣлается безразличнымъ, когда и какъ пойдетъ погашеніе. Полное погашеніе ранѣе условленнаго срока состоится очевидно только тогда, когда дальнѣйшее удешевленіе капитала это допуститъ. Но тогда то же удешевленіе капитала, которое дозволитъ должнику ускоренное погашеніе, подниметъ облигаціи по займу до нарицательной ихъ цѣны. Это можетъ случиться уже чрезъ 10 лѣтъ по заключеніи займа, можетъ случиться лишь 15—20—30 и т. д. лѣтъ; все равно, только тогда, когда оно случится, въ немъ, но никоимъ образомъ не помимо его, выразится то удешевленіе капиталовъ, которое можетъ вызвать у должника желаніе (сдѣлавъ для него выгоднымъ и осуществимымъ) произвесть полное погашеніе прежде заключеннаго долга ранѣе предполагавшагося при его заключеніи срока. Но тогда это погашеніе уже никакой опасности для заимодавца представлять не будетъ: оно его не застанетъ врасплохъ, не успѣвшимъ подготовиться и образовать тотъ фондъ, который его ограждаетъ отъ убытка вслѣдствіе новаго удешевленія капитала. Возвышеніе цѣны бумагъ или погашеніе по нарицательной цѣнѣ, превышающей реализаціонную, дастъ ему этотъ фондъ, и поэтому съ его стороны уже не можетъ быть никакихъ препятствій къ тому, чтобъ должникъ воспользовался новымъ удешевленіемъ капиталовъ и, заключивъ заемъ на болѣе выгодныхъ, чѣмъ прежде, условіяхъ, расчитался-бы по старому займу. Но когда заемщикъ не желаетъ взять на себя образованіе того ограждающаго заимодавцевъ фонда въ $V=(Cz-Kt)\omega_{m(\tau)}$, равнаго 8.522.000 р. въ нашемъ примѣрѣ,—когда заемщикъ предпочитаетъ—не постепенное погашеніе этихъ 8.522.000 р. для котораго въ теченіи $51{,}_{642}$ л. нуженъ лишь ежегодный расходъ 31.290 р. съ наростающими на нихъ процентами, — а заключеніе долга лишь на сумму равную реализуемому капиталу, или въ нашемъ примѣрѣ — реализацію $5^1/_2{}^0/_0$-наго займа по 100 за 100, съ уплатою заимодавцамъ $5^1/_2{}^0/_0$ на реализуемые 91.478.000 р. или

5.031.290 руб. и, слѣдовательно, съ выдачею имъ на руки тѣхъ 31.290 р., изъ коихъ образуется фондъ обезпеченія капиталиста отъ убытка вслѣдствіе удешевленія,— то очевидно двоякое: во-первыхъ вмѣстѣ съ этими ежесрочными 31.290 руб. заемщикъ долженъ дать заимодавцамъ *и время*, чтобъ въ теченіи его заимодавцы были въ состояніи, откладывая ежесрочные 31.290 р., изъ нихъ и нароспихъ на нихъ процентовъ образовать себѣ тотъ-же фондъ $V = 8.522.000$ р. Заимодавцы отъ этого ничего не выиграютъ и не потеряютъ. Но заемщику совсѣмъ не безразлично, *отдать-ли время*, въ теченіи котораго заимодавцы будутъ сами составлять себѣ фондъ V, то есть — *связать-ли себя на это время*, отказаться-ли отъ возможности воспользоваться всякимъ новымъ удешевленіемъ капиталовъ, могущимъ представиться въ теченіи этого времени, слѣдовательно, не только въ данное время взять на себя болѣе значительный платежъ по долгу, не только пожертвовать интересами настоящаго, но и возложить это увеличенное бремя и на будущее, пожертвовать на продолжительный срокъ и будущимъ, лишивъ его возможности воспользоваться удешевленіемъ капиталовъ, когда оно представится. Но этого мало. Желая сохранить за собою «потерю на реализаціи» или $V = 8.522.000$ и предпочитая реализацію высокопроцентнаго займа по 100 за 100, заемщикъ долженъ еще (во-вторыхъ) махнуть рукою и на ту выгоду, которую тиражъ даетъ при множественности видовъ капитала и роста. Онъ долженъ дать заимодавцамъ время, въ теченіи котораго они изъ $C\tau - Kt$ образуютъ себѣ фондъ $V = (C\tau - Kt)\omega_{m(\tau)}$, и долженъ связать себя на срокъ m; но при реализаціи займа по 100 за 100 онъ долженъ взять на себя и расходы погашенія всего занятаго капитала въ этотъ-же срокъ m лѣтъ, или онъ долженъ расходы погашенія весьма чувствительно увеличить. Очевидно, что къ тому-же времени, которое заемщикъ долженъ дать заимодавцамъ для возможности образованія фонда, заемщикъ долженъ также обязаться возвратить имъ и занятый у нихъ капиталъ, иначе они опять не будутъ обезпечены отъ убытка вслѣдствіе новаго удешевленія капитала (если возвратъ дѣйствительно взятаго у нихъ капитала произойдетъ позже, чѣмъ у нихъ наконится фондъ для обезпеченія этаго капитала отъ убытковъ вслѣдствіе удешевленія, то фондъ уже не окажется достаточнымъ, чтобъ служить своему назначенію, потому что въ промежутокъ времени между образованіемъ фонда и возвратомъ капитала можетъ произойти новое удешевленіе). Поэтому при реализаціи займа по 100 за 100 заемъ не можетъ быть заключенъ на срокъ n съ тѣмъ, чтобъ при этомъ заимодавцы могли основывать свои расчеты на сроки m. Въ нашемъ примѣрѣ n составлялъ 81 годъ, а m былъ 51,642 года; но совмѣщеніе этихъ двухъ сроковъ было возможно только вслѣдствіе примѣненія къ займу тиража при условіи множественности видовъ капитала и роста. Но разъ эта множественность исчезаетъ, заемщикъ не можетъ выходить изъ предѣловъ срока $m = 51,642$ г., на который должны расчитывать заимодавцы, чтобъ обезпечить свой капиталъ и вознаградить его на условіяхъ, не болѣе убыточныхъ, чѣмъ при всякомъ иномъ помѣщеніи капитала. Но очевидно, что если, вслѣдствіе желанія во что-бы то ни стало реализовать по 100 за 100, заемщикъ долженъ примириться и съ сокращеніемъ срока займа, то его расходы на платежи по займу увеличатся не только на ту, сравнительно небольшую, сумму $(C\tau - Kt)$, которая должна прибавиться къ расходу по уплатѣ интересовъ, но и на гораздо болѣе значительную сумму, которая должна прибавиться

къ расходу на погашеніе, чтобъ оно могло осуществиться въ срокъ $m=51{,}642$ г., вмѣсто $n=81$ г. Въ нашемъ примѣрѣ для погашенія займа въ срокъ n достаточно было ежесрочнаго погасительнаго платежа $\frac{Kt}{(1+t)^n-1}=97.963$ р. при множественности видовъ капитала и роста; безъ ися-же при реализаціи по 100 за 100 потребуется уже ежесрочный погасительный расходъ $\frac{C\tau}{(1+\tau)^m-1}=335.877$ рублей или больше на 237.914 рублей. А значительное увеличеніе расхода для обязательно-ускореннаго погашенія, не соображеннаго ни съ положеніемъ заемщика, ни съ стоимостью капиталовъ, никогда не можетъ быть въ интересахъ должника и всегда избѣгается, какъ вредное въ финансовомъ отношеніи. Этотъ пунктъ достаточно выясненъ въ теоріи финансовъ на основаніи очень обширнаго опыта всѣхъ государствъ (Англіи, Франціи, Пруссіи, Австріи, Россіи и т. д.), и поэтому мы можемъ не останавливаться на немъ. Естественно, конечно, что если расходы по займу должны сильно возрости, даже еслибъ заемщикъ согласился предоставить заимодавцамъ и средства, и время, чтобъ они могли сами образовать себѣ обезпечивающій ихъ фондъ V, то расходы эти должны были-бы еще болѣе сильно возрасти, еслибъ заемщикъ желалъ купить свободу дѣйствій, при могущемъ представиться впослѣдствіи удешевленіи капиталовъ, цѣною прибавки къ уплачиваемому росту на капиталъ, то есть посредствомъ увеличенія уплачиваемыхъ интересовъ на тотъ-же капиталъ, или путемъ увеличенія $C\tau$ посредствомъ возвышенія уплачиваемаго имъ τ, и очевидно, что чѣмъ скорѣе заемщикъ желаетъ пріобрѣсти свободу дѣйствій, чѣмъ короче срокъ m, на который заемщикъ желаетъ себя связывать, тѣмъ больше должно быть $C\tau$, то есть, тѣмъ выше долженъ быть ростъ τ, уплачиваемый за тотъ же реализуемый капиталъ.

139. Такимъ образомъ условія заключенія публичныхъ займовъ безъ допущенія при нихъ множественности видовъ капитала и роста, то есть, заключеніе ихъ лишь на реализуемыя ими суммы, или по 100 за сто, по самому своему существу, не могутъ не быть гораздо болѣе тяжелыми для должника, чѣмъ условія публичныхъ займовъ, при которыхъ допускается означенная множественность. Конечно, при различныхъ обстоятельствахъ большая или меньшая тягостность тѣхъ или иныхъ условій заключаемыхъ займовъ имѣетъ для должника различное значеніе: въ тяжелое время всякое увеличеніе тягости уже иногда чувствуется, какъ непосильное бремя, тогда какъ въ благодатное время даже значительное увеличеніе тягостей выносится съ легкостью. Поэтому, одинаково неправильно и несправедливо—навязывать тяжелому времени то, что соотвѣтствуетъ лишь благодатному времени, и наоборотъ: нельзя къ благодатному времени примѣнять то, что оправдывается лишь обстоятельствами труднаго времени. Все, изложенное выше объ основаніяхъ, дѣлающихъ множественность видовъ капитала и роста необходимою при заключеніи публичныхъ займовъ, очевидно имѣетъ кореннымъ основаніемъ предположеніе, что дѣло идетъ о долгахъ, заключаемыхъ заемщикомъ, находящимся въ такомъ положеніи, когда онъ долженъ дорожить всякою экономіею въ расходахъ по заключаемымъ имъ займамъ, когда онъ только при множественности видовъ капитала и роста можетъ добиться наибольшей экономіи въ означенныхъ расходахъ и только при той-же множественности можетъ совмѣстить эту экономію со свободою

дѣйствій относительно пользованія всякимъ будущимъ удешевленіемъ капиталовъ. Само собою разумѣется, однако, что когда обстоятельства противоположныя: время—мирное, никакихъ настоятельныхъ и неотложныхъ чрезвычайныхъ государственныхъ расходовъ нѣтъ, никакой неотступной нужды въ средствахъ, которыя только посредствомъ долговъ могутъ быть добыты, тоже нѣтъ, когда налоги даютъ государству значительные избытки доходовъ надъ расходами и эти избытки могутъ быть употреблены и дѣйствительно употребляются на погашеніе заключенныхъ въ трудное время долговъ, когда капиталы находятся въ обиліи и за дешевую цѣну предлагаются даже при займахъ на короткое время, — словомъ, когда положеніе такое—какое оно оказалось чрезъ 10 лѣтъ послѣ окончанія междоусобія въ Соединенныхъ Штатахъ Сѣверной Америки, или чрезъ 25 лѣтъ послѣ окончанія Наполеоновскихъ войнъ,—тогда конечно для государствъ съ процвѣтающимъ публичнымъ кредитомъ становится возможнымъ добывать за 3% и даже дешевле наличные капиталы, и заимодавцы соглашаются на эти 3%, не смѣя входить въ разсужденія о срокахъ. Такое положеніе бываетъ всегда уже при очень высокихъ цѣнахъ бумагъ, выпущенныхъ въ трудное время, когда онѣ продаются «выше пари», то есть, погашаемый по бумагѣ капиталъ меньше реализуемаго при ея продажѣ, когда $C = K + V$, или V выражаетъ «премію», а платимые по бумагѣ паричательные интересы получаютъ выраженіе $Kt = C\tau + \frac{V\tau}{(1+\tau)^m - 1}$ (см. выше стр. 117), а вслѣдствіе возможности получить погашеніе (возвратъ капитала) во всякое время или въ теченіи очень короткаго времени m выражаетъ небольшое число (незначительный срокъ), поэтому $\frac{V\tau}{(1+\tau)^m - 1}$ или погашеніе преміи беретъ изъ ежесрочнаго платежа Kt очень большую его часть, оставляя для $C\tau$ или для интересовъ на реализуемый капиталъ уже сравнительно мало; естественно, что при такихъ условіяхъ возможны публичные займы, съ которыми совмѣстимы всевозможныя выгоды: и уплата по нимъ очень малаго роста, и право ихъ погашенія во всякое время, и реализація ихъ по 100 за 100, что и оказывалось на опытѣ, впрочемъ, въ обширныхъ размѣрахъ только въ Англіи и Соединенныхъ Штатахъ Сѣверной Америки и лишь въ видѣ исключенія отчасти и во Франціи и въ Пруссіи, а въ миніатюрныхъ размѣрахъ даже въ нѣкоторыхъ другихъ небольшихъ германскихъ государствахъ съ очень богатымъ внутреннимъ денежнымъ рынкомъ. Однако, подобнаго рода займы даже для названныхъ государствъ оказывались возможными лишь тогда, когда они заключались для уплаты (погашенія или выкупа) прежде заключенныхъ долговъ. Но какъ только капиталы оказывались нужными для дѣйствительныхъ чрезвычайныхъ расходовъ, все равно — военныхъ или мирныхъ, положеніе заемщиковъ оказывалось иное и реализація ниже 100 за сто оказывалась неминуемою, всегда и повсюду: также точно для Англіи и Соединенныхъ Штатовъ, какъ для Франціи и Пруссіи, или Австріи и Россіи, потому что съ одной стороны вопросъ объ экономіи въ платежахъ по заключаемымъ долгамъ получалъ большое значеніе для заемщика, а съ другой стороны заимодавцы уже не находились подъ давленіемъ обилія капиталовъ, преобладало уже не предложеніе капиталовъ надъ спросомъ на нихъ, а напротивъ спросъ на капиталы пересиливалъ предложеніе ихъ. Для заемщиковъ возникалъ интересъ требовать себѣ уступки въ

цѣнѣ добываемыхъ ими капиталовъ, а для заимодавцевъ имѣлось полное основаніе не дѣлать этой уступки (безъ которой они тоже могли помѣстить свои капиталы) иначе, какъ съ условіемъ возмѣщенія имъ той потери, которую для нихъ представляла уступка. Для соглашенія этихъ-то интересовъ множественность видовъ капитала и роста при публичныхъ займахъ и представляетъ наиболѣе соотвѣтственный способъ. Она не предоставляетъ заемщику никакихъ преимуществъ, какъ орудіе для предъявленія заемщику чрезмѣрныхъ требованій. Насколько обстоятельства благопріятствуютъ тому, чтобъ капиталисты могли въ своихъ корыстныхъ видахъ эксплуатировать заемщика и даже злоупотреблять своимъ болѣе выгоднымъ положеніемъ, ничто не мѣшаетъ имъ и безъ множественности видовъ капитала и роста при публичныхъ займахъ предъявлять тѣ требованія, на которыя они могутъ настоять въ силу своего болѣе выгоднаго положенія. Когда же прямой точный расчетъ и эмпирическій опытъ показываютъ намъ, что множественность видовъ капитала и роста ведутъ къ удешевленію, а не удорожанію займовъ, что разность между погашаемымъ и реализуемымъ капиталомъ представляетъ лишь дѣйствительно причитающуюся заимодавцамъ наросшую стоимость недоплачиваемыхъ заимодавцамъ интересовъ на полученный отъ нихъ капиталъ [$V=(C\tau-Kt)\omega_{m(\tau)}$] и что включеніемъ этой разности въ составъ погашаемаго капитала должникъ получаетъ свободу пользоваться всякимъ удешевленіемъ капитала чрезъ очень короткій срокъ послѣ заключенія займа,—то это намъ объяснитъ, почему практика пошла по стопамъ Англіи, которая съ начала второй половины XVIII ст. отказалась отъ практики заключенія займовъ по 100 за 100 и начала заключать займы, по которымъ погашаемый капиталъ больше реализуемаго — и притомъ пошла повсюду съ такою послѣдовательностью, что для чрезвычайныхъ расходовъ правильные публичные займы нигдѣ уже съ тѣхъ поръ инымъ способомъ не заключались.

140. Вмѣстѣ съ тѣмъ это намъ объяснитъ, отчего капиталисты тѣмъ охотнѣе соглашаются на уступку въ стоимости капиталовъ (въ ростѣ на эти капиталы), чѣмъ больше разность между нарицательнымъ и реализаціоннымъ ростомъ. Для наглядпаго представленія дѣйствующихъ при этомъ основаній, присоединимъ къ разсмотрѣнному выше примѣру еще два: пусть въ одномъ случаѣ капиталисты соглашаются удешевить капиталъ до 5% (вмѣсто $5^1/_2$%); если нарицательный ростъ по займу на тотъ-же срокъ 81 года, будетъ 4%-ный (вмѣсто 5%-наго), а въ другомъ случаѣ пусть капиталисты соглашаются на удешевленіе капитала до $4^3/_4$%, если нарицательный ростъ по займу на тотъ-же срокъ 81 г. будетъ 3%-ный. Другими словами это значитъ, что капиталисты согласны на полученіе 5% за наличный капиталъ, если 4%-ная 100-рублевая облигація будетъ имъ отдана по $100 \cdot \frac{\varphi_{81(5)}}{\varphi_{81(4)}} = 81{,}878$, а такая-же 3%-ная облигація будетъ имъ отдана по $100 \cdot \frac{\varphi_{81(4^3/_4)}}{\varphi_{81(3)}} = 67{,}879$. Для реализаціи того-же наличнаго капитала въ 91.478.000 рублей, для котораго требовалось заключить 5%-ный заемъ на 100.000.000 р., реализуемыхъ по 91,478, придется 4%-ный заемъ заключить на нарицательный капиталъ 111.724.344 рублей, реализуемыхъ по 81,878 за 100, а 3%-ный заемъ нужно будетъ заключить на нарицательный капиталъ 134.760.240 рублей, реализуемыхъ по 67,879 за 100. Слѣдовательно, разность между нарицательнымъ

и реализуемымъ капиталами или V, которая составляла при 5%-номъ займѣ лишь 8.522.000 р., при 4%-номъ займѣ увеличится до 20.246.344 р., а при 3%-номъ займѣ поднимется до 43.288.242 рублей. Такимъ образомъ, капиталисты соглашаются на уступку полупроцента въ стоимости наличнаго капитала, когда это дастъ имъ возможность увеличить фондъ, обезпечивающій ихъ наличный капиталъ отъ убытка вслѣдствіе предстоящаго въ будущемъ удешевленія, на 11.724.345 рублей, а при 3%-номъ займѣ заимодавцы согласны уступить въ цѣнѣ капитала $^3/_4$%, потому что это увеличиваетъ ихъ фондъ V на 34.766.240 рублей. Но какъ составляются эти ослѣпляющія съ перваго раза суммы? Мы знаемъ, что $V=(C\tau-Kt)\omega_{m(\tau)}$. Вычисливъ m, составляющій 48,48 лѣтъ для 4%-наго займа и 44,274 г. для 3%-наго займа, и на основаніи этихъ численныхъ значеній m вычисливъ наросшую стоимость ежесрочной единицы или $\omega_{m(5)}=\frac{(1,05)^m-1}{0,05}$ для 4%-наго займа и $\omega_{m(4^3/_4)}=\frac{(1,0475)^m-1}{0,0475}$ для 3%-наго займа, мы получаемъ возможность отдать себѣ ясный отчетъ объ источникѣ, изъ котораго проистекаютъ приведенныя значительныя суммы V. Соглашаясь получить 5% на наличный капиталъ при 4%-номъ займѣ, заимодавцы имѣютъ право ежегодно получать въ видѣ интересовъ 5% на отдаваемый ими наличный капиталъ въ 91.478.000 или $C\tau=4.573.900$, но на дѣлѣ должникъ имъ будетъ уплачивать интересовъ лишь 4% на нарицательный капиталъ 111.724.344 рублей или $Kt=4.468\,974$ рубля; слѣдовательно должникъ ежегодно будетъ недоплачивать заимодавцамъ слѣдующихъ имъ удешевленныхъ интересовъ на $C\tau-Kt=104.926$ рублей. Наросшую стоимость этой-то недоплаты на интересахъ и выражаетъ та сумма $V=20.246.344$ р., которую должникъ постепенно отдастъ заимодавцамъ, погашая не реализованный капиталъ $C=91.478.000$ р. посредствомъ ежесрочнаго платежа $\frac{C\tau}{(1+\tau)^m-1}=474.083$ р., а болѣе значительный нарицательный капиталъ $K=111.724.344$ р. посредствомъ ежесрочнаго расхода $\frac{K\tau}{(1+\tau)^m-1}=579.009$ р., причемъ разность между обоими погасительными расходами или 579.009—474.083=104.926 составляетъ то именно сумму, которую заемщикъ ежегодно не доплачивалъ на интересахъ. Слѣдовательно, если при 4%-номъ займѣ, сопровождаемомъ большею уступкою въ стоимости наличнаго капитала (при уплатѣ 5% за наличный капиталъ) разность между погашаемымъ и реализованнымъ капиталомъ почти въ 2,4 раза больше, чѣмъ при 5%-номъ займѣ при уплатѣ $5^1/_2$% за наличный капиталъ, то это происходитъ лишь оттого, что недоплата въ интересахъ въ первомъ случаѣ еще сильнѣе превышаетъ, а именно съ лишнимъ въ $3^1/_3$ раза, недоплату въ интересахъ во второмъ случаѣ, достигая ежегодной суммы 104 926 р. при 4%-номъ займѣ, тогда какъ она была лишь 31.290 рублей при 5%-номъ займѣ. Иными словами: при 4%-номъ займѣ капиталисты образуютъ себѣ болѣе значительный фондъ $V=20.246.344$ р. не потому, что должникъ увеличиваетъ для этого какіе либо свои расходы, а потому единственно, что при 4%-номъ займѣ они механически (автоматически) ежегодно откладываютъ и сберегаютъ (присоединеніемъ къ погашаемому капиталу) болѣе значительную часть изъ причитающагося имъ вознагражденія за пользованіе дѣйствительно отданнымъ ими наличнымъ капиталомъ, хотя они соглашаются получать

это вознагражденіе при 4%-номъ займѣ въ меньшемъ размѣрѣ, чѣмъ при 5%-помъ займѣ. И тоже самое еще сильнѣе обнаруживается при 3%-номъ займѣ. Соглашаясь на еще болѣе значительное удешевленіе капитала, заимодавцы по 3%-ному займу должны были-бы въ видѣ интересовъ ежегодно получать по $4^3/_4$% на реализуемый капиталъ 91.478.000 рублей или $C\tau = 4.345.205$ рублей, па дѣлѣ-же они будутъ получать въ видѣ интересовъ лишь нарицательные 3% на погашаемый капиталъ 134.766.242 р. или $Kt = 4.042.987$ р., слѣдовательно на интересахъ имъ ежегодно будутъ недоплачивать $C\tau - Kt = 302.218$. И вотъ эти-то ежегодно недоплачиваемые на интересахъ 302.218 рублей должникъ постепенно имъ возвратитъ погашеніемъ не реализованнаго капитала $C = 91.478.000$ посредствомъ ежесрочнаго расхода $\frac{C\tau}{(1+\tau)^m - 1} = 638.655$ р., а болѣе значительнаго капитала $K = 134.766.242$ р. посредствомъ ежегоднаго расхода $\frac{K\tau}{(1+\tau)^m - 1} = 940.873$ р., при чемъ разность между обоими расходами на погашеніе или $940.873 - 638.655 = 302.218$ составляетъ лишь ту-же сумму, которую должникъ не доплачивалъ на интересахъ. Слѣдовательно, при 3%-номъ займѣ капиталисты образуютъ себѣ еще болѣе значительный фондъ $V = 43.288.242$ р. не потому, что должникъ увеличиваетъ какіе либо свои расходы для этого, а потому, что сами они, заимодавцы, при 3%-номъ займѣ имѣютъ возможность автоматически откладывать для образованія этого фонда болѣе значительную часть изъ причитающагося имъ вознагражденія за отданный ими взаймы наличный капиталъ, хотя это вознагражденіе они получаютъ еще въ меньшемъ размѣрѣ, чѣмъ въ предшествовавшемъ случаѣ, согласившись на уступку еще $^1/_4$% въ цѣнѣ наличнаго капитала. Капиталистамъ выгоднѣе имѣть возможно большій фондъ для обезпеченія ихъ наличнаго капитала отъ убытка вслѣдствіе неминуемаго въ будущемъ удешевленія новообразуемыхъ капиталовъ; чѣмъ значительнѣе фондъ, тѣмъ съ меньшимъ страхомъ они могутъ идти на встрѣчу будущему удешевленію, тѣмъ меньшую опасность для нихъ представляетъ болѣе сильное удешевленіе. Но для образованія въ нестѣснимыхъ предѣлахъ этого фонда, источники и размѣръ котораго выражаются формулою

$$V = (C\tau - Kt)\,\omega_{m(\tau)},$$

удешевленіе капитала для должника и составляетъ коренное условіе. При множественности видовъ капитала и роста по публичнымъ займамъ образованіе фонда происходитъ автоматически, и фондъ достигаетъ тѣмъ болѣе значительнаго размѣра, чѣмъ больше разность между реализаціоннымъ и нарицательнымъ ростомъ. Поэтому въ интересахъ капиталиста соглашаться на большее удешевленіе отдаваемаго имъ взаймы наличнаго капитала, если должникъ соглашается на пониженіе нарицательнаго роста и увеличеніе погашаемаго капитала. Заимодавецъ при этомъ получаетъ меньшую плату за свой наличный капиталъ, но за то онъ лучше себя обезпечиваетъ на будущее время: онъ несетъ нѣкоторый убытокъ въ платѣ за наличный капиталъ, но за то онъ получаетъ возможность, автоматически производящимся сбереженіемъ, или механическимъ пожертвованіемъ болѣе значительной части изъ текущихъ доходовъ, образовать болѣе значительный обезпечительный фондъ. Должникъ-же при этомъ не только не несетъ никакой потери, но напротивъ онъ—въ прямомъ выигрышѣ, потому что его расходы по займу (въ ва-

шихъ примѣрахъ: наличнаго капитала въ 91.478.000 р.) значительно сокращаются. Въ самомъ дѣлѣ, сравнимъ $5^1/_2$%-ный заемъ этихъ 91.478.000 р. по 100 за 100 съ уплатою $5^1/_2$% за занимаемый капиталъ съ 3%-нымъ займомъ на 134.766.242 р. реализуемымъ по 67,879 за сто для полученія той-же суммы 91.478.000 р. съ уплатою лишь $4^3/_4$% за этотъ наличный капиталъ. Мы видѣли, что по первому займу должникъ вынужденъ принять на себя обязательство ежегодно уплачивать по 5.367.167 р. въ теченіи 51,642 год. и отречься отъ права ранѣе истеченія этого срока погасить свой долгъ; по второму-же займу, заключаемому на 81 годъ, должникъ обязывается ежегодно уплачивать лишь 4.448.951 руб., сохраняя за собою право погасить долгъ и ранѣе, если это для него окажется выгоднѣе. Слѣдовательно, по 3%-пому займу, заключенному по 67,879 за сто, у должника не только сохраняется свобода дѣйствій, которая теряется по $5^1/_2$%-ному займу, заключенному по 100 за сто, но сверхъ того имѣется еще и ежегодное весьма значительное сбереженіе въ расходахъ для платежей по займу, достигающее 918.216 рублей. А эти ежегодно-сберегаемые 918.216 рублей, оставаясь у налогоплательщиковъ и производительно помѣщенные даже лишь по 3% въ срокъ, на который оцѣниваются платежи по 3%-ному займу заимодавцами по нему (при $m = 44{,}374$ гг.), образуютъ капиталъ

$$918.216 \cdot \frac{(1{,}03)^{44{,}374} - 1}{0{,}03} = 131.520.909 \text{ рублей},$$

или сумму, съ большимъ избыткомъ уравновѣшивающую ту значительную часть 3%-наго займа, которая еще останется непогашенною черезъ 44,374 г. по его заключеніи. Впрочемъ, и помимо возможности образованія этого капитала въ 131.520.909 рублей, ежегодная экономія въ 918.216 рублей, которую даетъ 3%-ный заемъ сравнительно съ $5^1/_2$%-нымъ, во всякомъ случаѣ сохраняетъ свое реальное значеніе. Противъ этого нельзя возразить указаніемъ, что $5^1/_2$%-ный заемъ погашается въ 51,642 гг., тогда какъ 3%-ный заемъ заключается на срокъ 81 гг., ибо подобное указаніе можетъ проистекать лишь отъ недоразумѣнія. Изъ обоихъ сравниваемыхъ займовъ только $5^1/_2$%-ный, именно потому и единственно потому, что онъ предполагается реализуемымъ по 100 за 100 (безъ множественности видовъ капитала и роста), такой, по которому должникъ обязанъ производить платежи въ теченіи всего срока займа, т. е. 51,642 гг.; напротивъ по 3%-ному займу именно множественность видовъ капитала и роста даетъ должнику *право* растянуть долгъ на срокъ 81 г., если это для него выгоднѣе, но освобождаетъ его отъ обязательства не выходить изъ этого срока, предоставляя ему право погасить долгъ и ранѣе, если это для него выгоднѣе. Выгоднымъ же это можетъ оказаться для должника лишь при одномъ изъ двухъ положеній: или когда должникъ можетъ заключить новый долгъ на болѣе выгодныхъ условіяхъ для погашенія перваго, или когда бюджетъ должника и безъ заключенія новаго долга даетъ ему средства для болѣе скораго погашенія заключенныхъ долговъ. Въ первомъ случаѣ само собою очевидно, что представляющаяся возможность добыть удешевившійся капиталъ для должника окажется безпослѣдственною, если онъ заключилъ $5^1/_2$%-ный заемъ по 100 за 100, и тѣмъ лишилъ себя свободы движеній, обязавшись въ теченіи всего срока займа уплачивать $5^1/_2$% на занятый капиталъ. Напротивъ, должнику по 3%-ному займу, заключенному при множественности видовъ

капитала и роста и поэтому съ сохраненіемъ свободы движеній, ничто не можетъ мѣшать замѣнить долгъ, по которому онъ уплачиваетъ $4^3/_4$% за капиталъ, другимъ долгомъ, по которому приходится платить меньше, когда такой долгъ становится возможнымъ. Слѣдовательно, сравненіе можетъ относиться только ко второму изъ указанныхъ выше двухъ положеній, а именно, когда и помимо новыхъ долговъ, благодаря хорошему положенію бюджета, должникъ въ этомъ бюджетѣ имѣетъ обильный источникъ для погашенія долга въ срокъ 51,642 л., и поэтому можетъ казаться, что для такого случая лучше, если долгъ заключенъ $5^1/_2$%-нымъ по 100 за 100, чѣмъ когда онъ заключенъ 3%-нымъ, реализованнымъ по 67,879 за сто, такъ какъ при хорошемъ положеніи бюджета должника для него выгоднѣе въ теченіи 51,642 л. уплачивать ежегодно по 5.367.167 р., чѣмъ въ теченіи 81 года ежегодно уплачивать по 4.448.951 р. Но очевидно, что подобное сужденіе ошибочно, насколько оно предполагаетъ, что по 3%-ному займу должникъ на себя принимаетъ *обязательство* производить платежи въ теченіи 81 г., тогда какъ именно при множественности видовъ капитала и роста въ этомъ обязательствѣ должника никакой нужды нѣтъ, никто въ немъ не заинтересованъ, ни должникъ, ни заимодавцы, а есть только право должника, если это ему выгодно, замедлить погашеніе долга на 81 годъ, но при правѣ и ускорить погашеніе, когда это для должника выгодно. Поэтому, если бюджетъ должника такой процвѣтающій, что онъ въ состояніи съ момента заключенія долга расходовать на платежи по долгу ежегодно не 4.448.951 р., а 5.367.167 р., то ничто не можетъ помѣшать расходовать эти 5.367.167 рублей и на платежи по 3%-ному долгу, также точно какъ они расходовались-бы по $5^1/_2$%-ному долгу. Но по 3%-ному долгу на нарицательный его капиталъ въ 134.766.242 р. необходимо для интересовъ $Kt =$ $= 4.042.987$ р. и изъ 5.367.167 р. останется для погашенія 1.324.180 рублей, а при такомъ погашеніи песъ 3%-ный заемъ можетъ быть выкупленъ и погашенъ въ срокъ, опредѣляющійся по формулѣ:

$$n = \frac{\log 5.367.167 - \log 1.324.180}{\log 1{,}03} = 47{,}345,$$

то-есть: въ срокъ болѣе короткій, чѣмъ $5^1/_2$ %-ный долгъ. Очевидно, что въ такомъ случаѣ сравненіе обоихъ займовъ представится въ такомъ видѣ, который совсѣмъ не благопріятенъ для $5^1/_2$ %-наго займа. Въ самомъ дѣлѣ для этого займа должникъ *обязанъ* въ теченіи 51,642 л. ежегодно расходовать по 5.367,167 р., а всего израсходовать эту ежесрочную сумму 51,642 раза или 277.169,560 р. По 3%-ному-же займу до полнаго его погашенія должнику придется ежегодно расходовать по 5.367,167 руб. лишь въ теченіи 47,345 л. и всего израсходовать лишь 254.116,706 рублей. Сбрасывая съ того и другаго итога реализованный каждымъ изъ займовъ наличный капиталъ въ 91.478,000 рублей, мы получаемъ, что собственно расходъ на вознагражденіе за пользованіе этимъ капиталомъ по $5^1/_2$%-ному займу достигалъ 185.691,560 рублей, а по 3%-ному онъ составлялъ 162.638,706 рублей. Въ составѣ этой-то послѣдней суммы по 3%-ному займу входилъ обезпечительный фондъ $V = 43.288,242$ р., какъ разность между погашаемымъ и реализованнымъ капиталомъ. Вычтемъ эти 43.288,242 р. изъ всей суммы 162.638,706 р., представляющей интересы уплоченные по 3%-ному займу за реализованный имъ капиталъ въ 91.478,000 рублей, и тогда мы получимъ сумму въ 119.350,464 руб.,

представляющую ту часть интересовъ, которую заимодавцы по 3%-ному займу считали благоразумнымъ прожить, какъ «доходъ». Если мы предположимъ, что и у заимодавцевъ по 5½ %-ному займу будетъ столько-же благоразумія, то сбросивъ 119.350,464 р. съ итога въ 185.691,560 рублей полученнаго ими отъ должника вознагражденія за пользованіе наличнымъ капиталомъ въ 91.478,000 р., мы увидимъ, что у заимодавцевъ по 5½ %-ному займу оказывается остатокъ въ 66.341,096 рублей, изъ коего они въ состояніи себѣ образовать обезпечительный фондъ, на половину болѣе значительный, чѣмъ тотъ, который себѣ могли составить заимодавцы по 3%-ному займу. Слѣдовательно, въ выигрышѣ отъ реализаціи 5½ %-наго займа вмѣсто 3%-наго не должникъ, а заимодавцы. Само собою разумѣется, что когда положеніе должника совсѣмъ не оказывается благопріятнымъ, ни въ отношеніи возможности добыть наличный капиталъ дешевле 5½ % и 4¾ %, ни въ отношеніи обилія бюджета его избытками для ускореннаго погашенія долговъ въ болѣе короткіе сроки, или иными словами — когда при займѣ наличнаго капитала въ 91.478,000 р. бюджетъ можетъ выносить ежегодный расходъ въ 4.448,951 р., а расходъ по такому же займу въ 5.367,167 р. оказывается для бюджета непосильнымъ, порождая дефициты, покрываемые заключеніемъ новыхъ долговъ, и когда такое неблагопріятное положеніе продолжается долго, напримѣръ 81 годъ (что совсѣмъ не рѣдкость на практикѣ) — тогда погашеніе 5½ %-наго займа, заключеннаго по 100 за 100 въ срокъ $51{,}_{642}$ окажется фиктивнымъ, то-есть — лишь кажущимся, на дѣлѣ-же (что также многократно наблюдалось на практикѣ даже при займахъ не столь тягостныхъ) мѣсто погашаемаго долга занимаетъ новый долгъ, только подъ инымъ названіемъ; въ существѣ-же при такомъ положеніи и по долгу, заключенному лишь на $51{,}_{642}$ г. платежи будутъ продолжаться гораздо болѣе долго, можетъ быть только 81 г., а можетъ быть и еще болѣе продолжительное время. И вотъ, когда платежи во всякомъ случаѣ должны продолжаться не менѣе 81 года, очевидно выгоднѣе, если эти платежи обязательно составляютъ лишь 4.448,951 р., чѣмъ когда они составляютъ 5.367,167 рублей. Къ лучшему положенію всегда легко приспособиться и имъ всегда нетрудно воспользоваться; поэтому-то благоразуміе заключается въ расчетѣ не на лучшее, а на худшее положеніе.

141. Примѣнимъ теперь изложенныя объясненія къ критическому разбору приведеннаго выше мнѣнія теоретиковъ, порицающихъ множественность видовъ капитала и роста при публичныхъ займахъ. Мнѣніе это имѣетъ самый благопріятный видъ, если оно понимается въ смыслѣ сожалѣнія о тѣхъ суммахъ, которыя заимодавцы по публичнымъ займамъ получаютъ (*за весь срокъ займа*) для образованія ихъ обезпечительнаго фонда (V), даже когда на самомъ дѣлѣ заемщику не приходится пользоваться занятымъ капиталомъ въ теченіи всего срока займа и онъ погашаетъ свой долгъ ранѣе. Напримѣръ, въ разобранномъ у насъ выше случаѣ заключенія 3%-наго займа, реализованнаго по $67{,}_{879}$ за сто, заимодавцы во всякомъ случаѣ получаютъ обезпечительный фондъ $V = 43.288{,}242$ р., расчитанный, какъ наросшая стоимость суммы ежегодно недоплачиваемыхъ имъ интересовъ въ размѣрѣ $Ct - Kt = 302.218$ р. при срокѣ займа, который для всѣхъ, вмѣстѣ взятыхъ, заимодавцевъ составляетъ $m = 44{,}_{274}$ г. Въ этомъ случаѣ $V = 302.218\omega_{m(4^3/_4{}^0/_0)}$, и хотя-бы должникъ удержалъ за собою занятые 91.478.000 рублей только 15 лѣтъ, напримѣръ, онъ все-таки долженъ возвратить заимодавцамъ

не только эти занятые 91.478.000 р., но весь нарицательный капиталъ долга или $K = 134.766.242$ р., слѣдовательно — и упомянутое $V = 43.288.242$ р. А между тѣмъ за 15 лѣтъ наросшая стоимость недоплаченныхъ интересовъ составляетъ лишь $V' = 302.218\omega_{15(4^3/_4\%)} = 6.400.050$, слѣдовательно, въ этомъ случаѣ должникъ какъ-бы переплачиваетъ 36.888,192 рубля. И вотъ въ виду этой-то переплаты и можетъ возникнуть мысль, что лучше за 15 лѣтъ дѣйствительнаго пользованія капиталомъ допустить болѣе дорогую за него плату въ эти 15 лѣтъ, такъ какъ по ихъ истеченіи можетъ представиться случай понизить эту плату. Но какъ-же высока будетъ эта временная плата? Въ неправильномъ отвѣтѣ на этотъ вопросъ заключается коренное заблужденіе авторовъ разбираемаго мнѣнія, упускающихъ изъ виду, что въ цѣнѣ процентныхъ бумагъ оплачивается не только и не просто приносимый ими доходъ (не только его количественная сторона), но и свойства этого дохода (его качественная сторона), при чемъ очень большую роль играютъ обстоятельства, при которыхъ, и условія, на которыхъ доходъ пріобрѣтается заимодавцами и съ которыми сообразуется требуемый заимодавцами ростъ на ихъ наличный капиталъ. Капиталисты, конечно, во всякомъ случаѣ будутъ ограждать свои интересы, и не трудно указать, какой ростъ они потребуютъ, если заемщикъ не пожелаетъ имъ дать во всякомъ случаѣ наросшую стоимость $C\tau - Kt = 302.218$ р. за срокъ $m = 44{,}274$ л., а будетъ настаивать на желаніи исходить изъ срока, не превышающаго 15 лѣтъ: они очевидно настолько поднимутъ реализаціонный ростъ или τ, чтобъ разность $C\tau - Kt$ достигла такой высоты, при которой ея наросшая стоимость и за 15 лѣтъ дастъ тотъ-же фондъ V. Слѣдовательно, они будутъ исходить изъ равенства:

$$(C\tau - Kt)\omega = V \text{ или } C\tau - Kt = \frac{V}{\omega}, \text{ поэтому } C\tau = \frac{V}{\omega} + Kt \text{ и слѣдовательно}$$

$$\tau = \frac{1}{C}\left(\frac{V}{\omega} + Kt\right);$$

такимъ образомъ исходнымъ основаніемъ расчета заимодавцевъ будетъ наросшая стоимость сжесрочной единицы при тѣхъ-же $4^3/_4\%$, но срокомъ въ 15 лѣтъ, вмѣсто $44{,}274$ лѣтъ, или $\omega_{15(4^3/_4)} = 21{,}17695412$. Раздѣливъ на эту стоимость $V = 43.288.242$ р., они опредѣлятъ $C\tau - Kt = 2.048.831$ р., а сложивъ эту сумму съ суммою нарицательныхъ интересовъ или $Kt = 4.042.987$ р., которые они получили бы при 3%-номъ займѣ, они опредѣлятъ $C\tau = 6.091.818$ р., отъ раздѣленія же этой суммы на реализуемый капиталъ или $C = 91.478.000$, они получатъ ростъ, который они потребуютъ, или $\tau = \frac{6.091.818}{91.478.000} = 6{,}6593\%$, вмѣсто $4^3/_4\%$, или на $1{,}9093\%$ больше, чѣмъ они потребовали-бы при 3%-номъ займѣ реализуемомъ по $67{,}879$ за сто. При такомъ ростѣ на капиталъ заимодавцы имѣютъ возможность образовать себѣ въ 15 лѣтъ тотъ-же фондъ V, который имъ далъ-бы 3%-ный заемъ, и они не будутъ имѣть основанія не соглашаться на реализацію займа по 100 за 100 и на предоставленіе заемщику права возвратить имъ занятый капиталъ уже чрезъ 15 лѣтъ послѣ заключенія займа, хотя-бы заемъ былъ заключенъ на срокъ тѣхъ-же $44{,}274$ лѣтъ, на которомъ основанъ расчетъ всѣхъ заемщиковъ, вмѣстѣ взятыхъ, при 3%-номъ займѣ, заключенномъ на 81 годъ. Защитники разбираемаго мнѣнія и полагаютъ, что лучше для заемщика согласиться на платежъ болѣе высокаго роста, хотя-бъ и $6{,}6593\%$, вмѣсто $4^3/_4\%$, потому что это даетъ

должнику возможность чрезъ 15 лѣтъ произвести болѣе сильное пониженіе уплачиваемаго имъ роста, если къ тому времени капиталъ сильно подешевѣетъ. А если они въ это время не подешевѣютъ? Вѣдь и это тоже возможно. Очевидно въ такомъ случаѣ не только никакой выгоды не окажется, но окажется прямой и значительный убытокъ. При 3%-номъ займѣ заимодавцы получили-бы чрезъ 15 лѣтъ послѣ заключенія займа на руки весь фондъ $V = 43.288{,}242$ р. только въ томъ случаѣ, еслибъ къ этому времени капиталы дѣйствительно удешевились-бы и должнику было-бы выгодно возвратить имъ весь нарицательный капиталъ 3%-наго займа; при займѣ-же по 100 за 100 съ уплатою роста въ $6{,}6593$ % за наличный капиталъ заимодавцы во всякомъ случаѣ уже чрезъ 15 лѣтъ имѣютъ въ своихъ рукахъ тотъ-же фондъ $V = 43.288.242$ р., даже еслибъ капиталы чрезъ 15 лѣтъ оказались-бы совсѣмъ не удешевившимися. И въ этомъ послѣднемъ случаѣ должникъ жестоко поплатится за желаніе «испробовать» разбираемую теорію. Въ самомъ дѣлѣ при ростѣ на капиталъ въ $6{,}6593$ % и при срокѣ въ $44{,}274$ лѣтъ, наличная стоимость ежесрочнаго рубля составляетъ $\frac{1}{0{,}066593}\left(1-\frac{1}{(1{,}066593)^{44{,}274}}\right) = 14{,}1507872$ р. и поэтому ежегодный расходъ должника на уплату интересовъ и погашенія составитъ $\frac{91.478.000}{14{,}1507872} = 6.464.520$ рублей, въ томъ числѣ на интересы, какъ выше показано, 6.091.818 р. и на погашеніе 372.702 р. Еслибъ такъ случилось, что чрезъ 15 лѣтъ послѣ заключенія займа на 91.478.000 р., реализованнаго по 100 за 100 съ уплатою роста по 6.6593%, должникъ по какой-либо причинѣ, напримѣръ, вслѣдствіе участія въ новой войнѣ, совсѣмъ лишенъ былъ-бы возможности помышлять объ операціяхъ для уменьшенія расходовъ по старымъ займамъ, а напротивъ поставленъ былъ-бы въ необходимость заключать новые займы для новыхъ чрезвычайныхъ расходовъ, и еслибъ это отсрочило возможность уменьшенія расходовъ по старымъ займамъ на дальнѣйшія 15 лѣтъ (что на практикѣ совсѣмъ не рѣдкость), то очевидно тѣмъ временемъ заимодавцы по нашему примѣрному займу, реализованному по 100 за 100, продолжая получать по 6.6593% роста на капиталъ, успѣли-бы во второй разъ составить себѣ фондъ $V = 43.288.242$ р. чего ужъ никоимъ образомъ не случилось-бы, еслибъ заключенъ былъ 3%-ный заемъ, реализованный по 67.879 за сто. И все-таки отъ займа реализованнаго по 100 за 100 еще оставалась-бы часть, которая подлежала-бы погашенію, и при томъ значительная, въ 49.425.000 рублей. А между тѣмъ, еслибъ финансовое положеніе должника было столь благопріятно, чтобъ дозволить ему расходовать, по займу наличнаго капитала въ 91.478.000, ежегодно по 6.464.520 р., то заключивъ 3%-ный заемъ на нарицательный капиталъ 134.766.242 р., должникъ расходовалъ-бы на интересы лишь 3% или 4.042.987 р., а изъ 6.464.520 рублей остальные 2.421.533 р. онъ могъ-бы расходовать на погашеніе и тогда по элементарной формулѣ

$$n = \frac{\log 6464520 - \log 2421533}{\log 1{,}03} = 33{,}219$$

весь трехпроцентный заемъ былъ-бы погашенъ въ срокъ 33 лѣтъ съ небольшимъ, потому что

$$\frac{(1{,}03)^{33{,}219} - 1}{0{,}03} \cdot 2421533 = 134.766.242$$

тогда какъ по займу, реализованному по 100 за 100 было-бы погашено лишь $372.702 \cdot \frac{(1,066593)^{33,210}-1}{0,066593} = 42.052.580$ и оставалась-бы еще неногашенная часть въ 49.425.420 рублей. Еще наглядиѣе представляется опасность, которой подвергается должникъ, который пожелалъ-бы испробовать разбираемую теорію, когда вмѣсто отвлеченнаго примѣра мы ее примѣнимъ къ даннымъ изъ финансовой статистики. Такъ, мы видѣли выше, что по 6%-нымъ займамъ для чрезвычайныхъ расходовъ во время междуусобія въ Соединенныхъ Штатахъ Сѣверной Америки, заключеннымъ на нарицательную сумму 1.873.817.250 долл., было реализовано лишь 1.307.558.400 долл., то-есть, разность между нарицательнымъ и реализованнымъ капиталами достигала 566.258.850 долларовъ. Заимодавцы не постѣснились въ этомъ случаѣ потребовать ростъ на капиталъ, составлявшій въ общей сложности по всѣмъ займамъ, какъ мы видѣли, 9,5918%, даже при множественности видовъ капитала и роста. Что-же было бы съ ростомъ, если въ Сосд. Штатахъ послѣдовали теоріи, по которой лучше заплатить дороже, лишь бы реализовать по 100 за 100. Чтобы составить себѣ объ этомъ приблизительное представленіе, допустимъ, что должникъ рѣшается на испробованіе разсматриваемой теоріи, выговаривая себѣ право чрезъ 10 лѣтъ возвратить занятый капиталъ, заимодавцы-же для осторожности берутъ основаніемъ своихъ расчетовъ наросшую стоимость ежесрочной единицы срокомъ въ 10 лѣтъ при ростѣ въ 5% или $\omega_{10(5\%)} = \frac{(1,05)^{10}-1}{0,05} = 12,57789254$. Въ такомъ случаѣ $\frac{V}{\omega_{10(5\%)}} = Cт - Kt = \frac{566258850}{12,57789254} = 45.020.157$ долл.; прибавляя къ этой суммѣ еще 6% на нарицательный капиталъ займовъ (1873.817,250 д.) или Kt=112.429,035 д., получаемъ $Cт$ = 157.449,192 долл., а раздѣленіемъ этой суммы на реализованный капиталъ займовъ (1307.550,400 дол.) получаемъ ростъ $т = 12,01876$ %, или за реализацію по 100 за 100 на 2,422 % больше, чѣмъ заимодавцы получили при реализаціи 6%-ныхъ бумагъ по 69.78 за 100. Если заимодавцы не стѣснялись требовать 9,59% даже при реализаціи 6%-ной бумаги на $30^1/_5$ % ниже ея нарицательной стоимости, то конечно они не стѣснились-бы потребовать еще $2^1/_2$ % за реализацію по 100 за 100. Какія-же имѣла-бы послѣдствія для государственныхъ финансовъ Соединенныхъ Штатовъ увеличеніе ихъ расходовъ для платежей интересовъ по государственнымъ долгамъ ежегодно на 45 милльоновъ долл., а въ 10 лѣтъ на 450 милльоновъ долларовъ? На это даютъ отвѣтъ цифры, въ конхъ выразился блестящій результатъ исполненія бюджетовъ перваго десятилѣтія послѣ междуусобія (1866—75) результатъ, благодаря которому только и было возможно въ Соед. Штатахъ Сѣверной Америки такъ скоро и такъ сильно уменьшить расходы по государственнымъ долгамъ. Въ это первое десятилѣтіе послѣ междуусобія итогъ избытковъ доходовъ надъ расходами составлялъ 491,98 милльоновъ долларовъ. Поэтому, еслибъ интересы по государственнымъ долгамъ вслѣдствіе реализаціи займовъ по 100 за 100 были на 450 милльоновъ долларовъ больше, то это сократило-бъ итогъ бюджетныхъ избытковъ до сравнительно-ничтожной цифры 41,69 милл. долл. за все первое десятилѣтіе послѣ междуусобія. Естественно, конечно, что подобный ничтожный избытокъ, свидѣтельствующій не о процвѣтаніи, а о томъ, что государственное хозяйство еле-еле сводитъ концы съ концами, не въ

силахъ былъ бы поднять государственный кредитъ Соед. Штатовъ на ту высоту, на какую ихъ поднялъ дѣйствительный избытокъ, почти въ 12 разъ болѣе значительный, и еслибъ это только на 2—3 года замедлило приступъ по операціямъ по уменьшенію расходовъ для платежей по государственнымъ долгамъ, то уже въ первые 12—13 лѣтъ послѣ междуусобія на болѣе высокомъ ростѣ вслѣдствіе реализаціи по 100 за 100 была-бы переплочена болѣе значительная сумма, чѣмъ какую составляла разность между нарицательнымъ и реализованнымъ капиталомъ займовъ. На дѣлѣ же именно благодаря тому, что процентные платежи по государственнымъ долгамъ были менѣе высоки, было возможно не только сейчасъ-же послѣ войны располагать очень крупными бюджетными избытками для погашенія государственныхъ долговъ и сильнаго подъема этимъ путемъ государственнаго кредита, но скоро послѣ междуусобія приступить и къ налоговымъ преобразованіямъ для облегченія населенія отъ непосильныхъ тягостей, которыми его необходимо было обременить во время войны. Въ окончательномъ-же результатѣ то обстоятельство, что займы для чрезвычайныхъ расходовъ по междуусобію были заключены при множественности видовъ капитала и роста нисколько не помѣшало получить весьма крупныя выгоды и отъ постепеннаго пониженія нарицательнаго роста публичныхъ займовъ съ 6% на 5%, потомъ на 4%, а потомъ и до $3^1/_2$% и 3%. Конечно, послѣдняго рода выгоды въ Соединенныхъ Штатахъ Сѣв. Америки находились въ тѣсной зависимости отъ того, что первоначально займы были заключены при очень высокомъ нарицательномъ ростѣ. Но въ свое время это совсѣмъ не представляло никакого преимущества, а проистекало лишь отъ того, что даже на 30% съ лишнимъ ниже 100 можно было заключать займы лишь подъ условіемъ, чтобъ они приносили даже нарицательный ростъ въ размѣрѣ не менѣе 6%. Въ однородномъ положеніи находились и европейскія государства въ наихудшіе моменты, когда ихъ 5%-ныя и 4% бумаги падали такъ сильно въ цѣнѣ, что капиталисты могли уже почти совсѣмъ пренебрегать нарицательнымъ ростомъ въ 3% и считать наименьшимъ уровнемъ нарицательнаго роста 4% и 5%. Такъ было въ Англіи въ 1797 и 1798 гг. и отчасти однородное было положеніе во Франціи въ 1871 и 1872 г., когда Тьеръ заключилъ свои два колоссальные займа. Эти примѣры, однако, показываютъ лишь, что понятія о «высокомъ» и «низкомъ» нарицательномъ ростѣ—очень относительныя, зависящія отъ уровня реализаціоннаго роста. Чѣмъ дешевле капиталы для заемщика въ моментъ, когда онъ въ нихъ всего сильнѣе нуждается, чѣмъ ниже реализаціонный ростъ, въ которомъ эта дешевизна выразится, тѣмъ ниже будетъ тотъ уровень, на который въ состояніи опуститься нарицательный ростъ заключаемыхъ займовъ. А это будетъ прямое выраженіе *полученныхъ уже* выгодъ, *реализованныхъ уже при самомъ заключеніи займовъ*, въ моментъ наиболѣе напряженной нужды, и этимъ самымъ уже исчерпанныхъ. Напротивъ, по мѣрѣ того какъ капиталы дорожаютъ и это выражается въ реализаціонномъ ростѣ, стремящемся къ сильному возвышенію, это означаетъ, что для должника становятся *недоступными* выгоды отъ очень низкаго нарицательнаго роста (напримѣръ въ 3%) *и онъ объ нихъ долженъ отложить попеченіе до болѣе благопріятнаго времени.* Въ разобранныхъ нами выше примѣрахъ мы могли исходить изъ нарицательнаго роста въ 3%, какъ наиболѣе выгоднаго для заемщика, потому что мы при этомъ предполагали реализаціонный ростъ въ $4^3/_4$% при множественности видовъ капи-

тала и роста, а безъ нея соотвѣтственный реализаціонный ростъ опредѣлялся не выше $6^2/_3$%. Но это—такое положеніе, котораго благопріятность въ томъ именно и выражается, что при немъ *уже при заключеніи займовъ* (въ моментъ наинапряженнѣйшей нужды въ дешевыхъ капиталахъ) *предвосхищаются и получаются* всѣ тѣ выгоды, *которыя при менѣе благопріятномъ положеніи могутъ быть достигаемы лишь впослѣдствіи*, когда представляется случай посредствомъ особыхъ кредитныхъ операцій уменьшить расходы по заключеннымъ прежде долгамъ. Если, напримѣръ, изъ двухъ странъ, нуждавшихся въ милліардѣ рублей для чрезвычайныхъ расходовъ, въ одной онъ добытъ посредствомъ 3%-ныхъ займовъ (по типу разсмотрѣннаго выше), реализованныхъ по 67,879 за сто, а въ другой такой-же милліардъ добытъ 6%-ными займами (по типу американскихъ), реализованными по 69,78 за сто,—то въ первой странѣ приходится заключить 3%-ныхъ займовъ на 1.473.209,000 р. и по нимъ годовые интересы составятъ 44.196,270 рублей, а во второй 6%-ныхъ займовъ будетъ заключено на — 1.433.075,000 р., при чемъ годовые интересы составятъ 85.984,500 рублей. Очевидно, что страна, имѣющая возможность добыть нужный ей милліардъ рублей 3%-ными займами, уже съ момента ихъ заключенія имѣетъ отъ того ежегодную выгоду въ 41.788,230 рублей, на которые она должна расходовать ежегодно менѣе для уплаты интересовъ, чѣмъ другая страна, добывшая свой милліардъ 6%-ными займами. И очевидно также что когда современемъ эта послѣдняя страна посредствомъ особыхъ операцій превратитъ свои 6%-ные займы въ 3%-ные, то она тогда лишь тоже получитъ выгоды, которыми первая страна обладала уже въ моментъ производства чрезвычайныхъ расходовъ. Но какое было-бы положеніе обѣихъ этихъ странъ еслибъ онѣ заключили свои займы безъ разности между погашаемымъ и реализованнымъ капиталами, слѣдовательно, обѣ лишь на милліардъ рублей каждая, хотя-бъ съ уплатою при этомъ роста на капиталъ въ размѣрѣ сдѣланныхъ выше вычисленій, въ 6,6593 % для страны 3%-ныхъ займовъ и 12,01376% для страны 6%-ныхъ займовъ? Конечно, у нихъ были-бы надежды на то, что когда капиталы подешевѣютъ и ихъ можно будетъ добыть за 3% или 4%, то эти 3% или 4% придется платить за гораздо меньшій долговой капиталъ. Но пока-что, въ пріятномъ ожиданіи будущихъ благъ, страна 3%-ныхъ займовъ должна была-бы ежегодно расходовать на уплату интересовъ по 66.593,000 р. вмѣсто 44.196,270 р. или увеличить свои расходы ежегодно на 22.396,730 р.; а страна 6%-ныхъ займовъ должна была ежегодно расходовать на уплату интересовъ по 120.137,600 р. вмѣсто 85.984,500 р., или увеличить свои расходы ежегодно на 34.153,100 рублей. И достаточно было-бы имъ пребыть въ этомъ ожиданіи будущихъ благъ: странѣ 3%-ныхъ займовъ 21 годъ, а странѣ 6%-ныхъ займовъ даже лишь 12 лѣтъ, чтобъ съ 22-го года для первой страны и съ 13-го года для второй страны ихъ ожидаемыя выгоды превратились-бы въ ощутительные убытки. А опытъ показываетъ, что капиталы совсѣмъ не такъ быстро накопляются и дешевѣютъ, чтобъ дѣйствительная цѣна ихъ, не временная, а окончательная, въ какіе нибудь 12 лѣтъ или 22 года съ 7% или даже 12% опустились не только до 3% или 4%, но даже до уровня болѣе высокаго на половину и больше. Удешевленіе, конечно, происходитъ, и даже въ 25-лѣтній періодъ оно уже замѣтно чувствуется, но въ томъ-то и дѣло, что въ этой области замѣтно чувствуется даже весьма медленное удешевленіе, сказывающееся напримѣръ за

четверть столѣтія въ пониженіи роста на 1%—и много-много 2%. А между тѣмъ должники по публичнымъ займамъ, особенно въ отношеніи кредита, находятся въ тѣсной зависимости отъ хода того рода политическихъ обстоятельствъ, которыя всего менѣе поддаются предусмотрѣнію: отъ усложненій, угрожающихъ или заканчивающихся войнами. Еслибъ заемщики по публичнымъ зяймамъ могли себя застрахопать отъ этого рода усложненій: еслибъ они могли расчитывать, что каждый разъ за періодомъ, когда заключались долги, будетъ слѣдовать продолжительный 30—40—50-лѣтній періодъ мирнаго преуспѣянія: тогда быть можетъ и въ военныя эпохи не столь опасно было-бы рисковать заключеніемъ займовъ, реализуемыхъ по 100 за 100. Но этого на дѣлѣ нѣтъ и быть не можетъ. Военныя-же усложненія совсѣмъ не единственная причина, которая въ состояніи разстроить слишкомъ сангвиническія ожиданія отъ будущаго удешевленія капиталовъ: неурожаи и всякія иныя бѣдствія, со одной стороны, а съ другой—крупныя открытія и техническія усопершенствованія, порождающія большой спросъ на новые капиталы (вспомнимъ, напримѣръ, желѣзныя дороги), дѣйствуютъ въ этомъ случаѣ въ одинаковомъ направленіи. Поэтому намѣренное увеличеніе расхода на уплату интересовъ по публичнымъ долгамъ въ расчетѣ на будущее удешевленіе капиталовъ во всякомъ случаѣ представляетъ весьма рискованную спекуляцію для заемщика, такъ какъ сомнительно и ненадежно всякое предусмотрѣніе, когда ожидаемое удешевленіе наступитъ, а еще болѣе сомнительно, дозволятъ-ли обстоятельства должнику воспользоваться удешевленіемъ, даже когда оно наступитъ, и въ какой именно мѣрѣ дозволятъ, если окажется возможнымъ воспользоваться удешевленіемъ. Публичныя установленія вообще терпятъ неудачи и убытки, когда они пускаются въ рискованныя спекуляціи. Но требовать отъ публичныхъ установленій совмѣщенія займовыхъ операцій съ рискованными спекуляціями значитъ упускать изъ виду, во-первыхъ, что заемщикамъ совсѣмъ не до спекуляцій, когда они должны входить въ долги, особенно для чрезвычайныхъ военныхъ расходовъ, и во-вторыхъ, что рискованность означеннаго совмѣщенія явилось-бы добавочною причиною, подгоняющею къ перху ростъ на занимаемые капиталы. Еслибы во время войны и нашлась смѣлость, необходимая для того, чтобъ отказаться отъ нынѣшняго типа низко-процентныхъ займовъ (съ паритательнымъ ростомъ въ 3—4—5—6%) для замѣны ихъ займами 7%-ными, 8%-ными и т. д. вплоть до 12%-ныхъ и даже, быть можетъ, еще болѣе высокопроцентныхъ, то очевидно, что всякія тревожныя обстоятельства (напримѣръ неблагопріятныя извѣстія съ театра войны) совсѣмъ не останавливались бы болѣе почтительно предъ высокопроцентными бумагами, чѣмъ предъ низкопроцентными, а напротивъ также безцеремонно роняли бы первыя, какъ и вторыя. Переходъ отъ низкопроцентныхъ къ высокопроцентнымъ займамъ при такихъ обстоятельствахъ оказался-бы лишь деградаціею или низведеніемъ публичнаго кредита съ достигнутой имъ высоты, или—въ его историческомъ развитіи — шагомъ назадъ, а не впередъ. Какъ извѣстно, историческое развитіе публичныхъ долговъ началось съ ростовщическихъ займовъ съ очень тяжелыми условіями уплаты весьма высокихъ интересовъ и стѣснительными условіями возврата занятыхъ суммъ. Только съ XVII столѣтія начались въ большихъ европейскихъ государствахъ систематическія заботы и старанія объ облегченіи этой тягостной обстановки публичныхъ долговъ, въ томъ числѣ объ удешевленіи зани-

маемыхъ капиталовъ, посредствомъ возвышенія публичнаго кредита на основаніи благоустройства государственнаго хозяйства и при содѣйствіи правильныхъ пріемовъ, основанныхъ на точномъ расчетѣ. Но даже въ Англіи, гдѣ ранѣе всего удалось достигнуть финансоваго благоустройства и тотъ-же государственный дѣятель, Робертъ Вальполь, которому Англія обязана этимъ раннимъ успѣхомъ, съумѣлъ удешевить и государственные долги, результатъ этотъ въ теченіи полустолѣтія съ лишнимъ достигался лишь посредствомъ соединенія правильныхъ займовъ съ выигрышными займами въ самыхъ разнообразныхъ видахъ. Вплоть до третьей четверти XVIII столѣтія соединеніе всякаго государственнаго займа съ какою либо болѣе или менѣе хитро устроенною лотереею, было непремѣннымъ условіемъ успѣха реализаціи займа. И на первыхъ порахъ отъ этого искуственнаго пріема невозможно было отказаться, даже когда съ послѣдней трети XVIII вѣка (въ 1760-хъ годахъ) въ Англіи начала практиковаться множественность видовъ капитала и роста при заключаемыхъ займахъ. Но это не долго продолжалось и уже съ 1770-хъ годахъ лотерея въ Англіи исчезла изъ числа чрезвычайныхъ рессурсовъ, превратившись въ одну изъ регалій, доходы отъ которой числились между обыкновенными доходами, проистекая только отъ премій на выпущенные выигрышные билеты (tickets, а не stock), такъ какъ нарицательная стоимость билетовъ всецѣло расходовалась на выигрыши. Съ этого времени низкій нарицательный ростъ по заключаемымъ займамъ выражалъ уже прямое стремленіе публичнаго кредита собственною силою, безъ искуственныхъ придатковъ, быть основаніемъ дешевизны занимаемыхъ капиталовъ. Поэтому повсюду въ Европѣ съ завистью уже съ конца XVIII ст. смотрѣли на Англію, когда говорили о ея 3%-ныхъ займахъ. Только послѣ наполеоновскихъ войнъ остальныя европейскія государства въ состояніи были начать правильное движеніе по слѣдамъ Англіи, и съ тѣхъ поръ уровень нарицательнаго роста публичныхъ займовъ сталъ однимъ изъ важнѣйшихъ критеріевъ для сужденія о сравнительномъ состояніи, въ которомъ находится публичный кредитъ въ различныхъ странахъ, потому что онъ былъ наглядымъ и непосредственнымъ выраженіемъ большей или меньшей обременительности тѣхъ тягостей, которыя должны на себя брать заемщикъ, заключая долгъ. Естественно, конечно, что повсюду крѣпко держатся достигнутыхъ въ этомъ отношеніи результатовъ. Пожертвованіе ими было бы лишь возвращеніемъ къ тому, что на опытѣ оказалось убыточнымъ и несостоятельнымъ и поэтому-то и было брошено.

XXIII.

Множественность видовъ капитала и роста въ займахъ съ ежесрочными суммами, измѣняющимися въ арифметической прогрессіи.

142. Такъ какъ изъ займовъ съ измѣняющимися ежесрочными суммами ближайшее практическое (историческое) значеніе въ русской финансовой исторіи и практикѣ имѣли лишь займы съ ежесрочными суммами, измѣняющимися въ арифметической прогрессіи, то мы только на нихъ остановимся, чтобъ разсмотрѣть вліяніе на нихъ множественности видовъ капитала и роста и въ связи съ нею примѣненіе къ этого рода займамъ способа опредѣленія жребіемъ той очереди, въ которой ежегодно расходуемое погашеніе служитъ для погашенія различныхъ частей капитала заключеннаго долга.

Разсмотримъ прежде всего, какой видъ принимаетъ общая формула наличной стоимости ежесрочной суммы, измѣняющейся въ арифметической прогрессіи, когда она должна устанавливаться при реализаціонномъ (оцѣночномъ) ростѣ, отличномъ отъ нарицательнаго. Пусть будетъ ежесрочная сумма A, разность арифметической прогрессіи d, нарицательный ростъ t и нарицательный капиталъ K''. Какъ мы знаемъ изъ раздѣла перваго (§ 58—59), наличная стоимость ежесрочной суммы, измѣняющейся въ арифметической прогрессіи съ разностью d, равняется наличной стоимости двухъ постоянныхъ ежесрочныхъ суммъ A и $\frac{d}{t}$, измѣненной на учтенную стоимость n разъ взятой суммы $\frac{d}{t}$ или на $\frac{nd}{t(1+t)^n}$. Вслѣдствіе сего, если арифметическая прогрессія—возрастающая, то капиталъ K'' будетъ выражать наличную стоимость нашей ежесрочной суммы, возрастающей въ арифметической прогрессіи, въ такомъ видѣ:

$$K'' = \left(A + \frac{d}{t}\right)\varphi_{n(t)} - \frac{nd}{t(1+t)^n}$$

и это будетъ выраженіе нарицательнаго капитала. Само собою очевидно, и безъ разъясненій, что если мы означимъ чрезъ C'' реализованный капиталъ, а чрезъ τ реализаціонный ростъ, то реализаціонное выраженіе наличной стоимости той-же ежесрочной суммы A приметъ слѣдующій видъ:

$$C'' = \left(A + \frac{d}{\tau}\right)\varphi_{n(\tau)} - \frac{nd}{\tau(1+\tau)^n} = \left(A + \frac{d}{\tau} + nd\right)\varphi_{n(\tau)} - \frac{nd}{\tau}.$$

Для займовъ съ ежесрочною суммою, убывающею въ арифметической прогрессіи, выраженія нарицательнаго и реализаціоннаго капитала будутъ имѣть слѣдующій видъ:

$$K''' = \left(A - \frac{d}{t}\right)\varphi_{n(t)} + \frac{nd}{t(1+t)^n} \qquad C''' = \left(A - \frac{d}{\tau}\right)\varphi_{n(\tau)} + \frac{nd}{\tau(1+\tau)^n}.$$

Наконецъ, для займовъ съ убывающею въ арифметической прогрессіи ежесрочною суммою слѣдствіе того, что на ихъ погашеніе ежесрочно расходуется по $\frac{1}{n}$ части ихъ нарицательнаго капитала или по $\frac{K'''}{n}$, формулы упрощаются отъ того,

что въ такомъ случаѣ $A = K'''t + \frac{K'''}{n}$, $d = \frac{K'''t}{n}$, $nd = K'''t$ и $\frac{d}{t} = \frac{K'''}{n}$. Поэтому:

$$C''' = \left(K'''t + \frac{K'''}{n} - \frac{K'''t}{n\tau}\right)\varphi_{n(\tau)} + \frac{K'''t}{\tau(1+\tau)^n},$$

или выведя K''' за скобки

$$C''' = \left[\left(t + \frac{1}{n} - \frac{t}{n\tau}\right)\varphi_{n(\tau)} + \frac{t}{\tau(1+\tau)^n}\right]K'''.$$

Если принять во вниманіе, что въ этомъ случаѣ интересы будутъ составлять: въ 1-ую единицу времени Kt, во вторую $K'''t - \frac{K'''t}{n}$, въ третью — $K'''t - \frac{2K'''t}{n}$, въ четвертую $K'''t - \frac{3K'''t}{n}$ и т. д., наконецъ, въ послѣднюю или n-ую $Kt - \frac{(n-1)}{n}K'''t$, тогда какъ погашеніе въ каждую единицу времени будетъ составлять по $\frac{K'''}{n}$, то при капитализаціи этихъ платежей изъ $\tau^0/_0$, ихъ наличная стоимость образуется изъ $Kt\varphi_{n(\tau)} + \frac{K'''}{n}\varphi_{n(\tau)} = A\varphi_{n(\tau)}$ за вычетомъ капитализованныхъ изъ $\tau^0/_0$ суммъ, на которыя уменьшаются платежи интересовъ: $\frac{K'''t}{n} + \frac{2K'''t}{n} + \frac{3K'''t}{n} + \frac{4K'''t}{n} + \cdots + \frac{(n-1)Kt}{n}$. Какъ объяснено выше (стр. 46), наличная стоимость этихъ суммъ при $\tau^0/_0$ роста составитъ $(x - \varphi_{n(\tau)})\frac{K'''t}{n} = \left(\frac{1}{\tau}\varphi_{n(\tau)} - \frac{n}{\tau(1+\tau)^n}\right)\frac{K'''t}{n}$, поэтому при указанныхъ условіяхъ:

$$C''' = A\varphi_{n(\tau)} - \left(\frac{1}{\tau}\varphi_{n(\tau)} - \frac{n}{\tau(1+\tau)^n}\right)\frac{K'''t}{n} = A\varphi_{n(\tau)} - \frac{t}{\tau}\left(\frac{K'''}{n}\varphi_{n(\tau)} - \frac{K'''}{(1+\tau)^n}\right),$$

что, впрочемъ, и прямо можетъ быть выведено изъ перваго выраженія C'''.

143. Наличная стоимость погашенія (означимъ ее чрезъ E'') при ежесрочной суммѣ, возрастающей въ ариѳметической прогрессіи, и при оцѣнкѣ его изъ реализаціоннаго роста τ, опредѣлится, если мы его возьмемъ въ томъ видѣ, въ какомъ его нарицательная величина опредѣляется на основаніи разъясненій, данныхъ въ первомъ раздѣлѣ (стр. 62), и установимъ наличную стоимость производимаго въ каждую единицу времени погашенія, исходя изъ роста τ. Результатъ получится отъ слѣдующаго сложенія:

$$\frac{1}{1+\tau}\left(\frac{A+nd}{(1+t)^n} - d\varphi_{n(t)}\right) + \frac{1}{(1+\tau)^2}\left(\frac{A+nd}{(1+t)^{n-1}} - d\varphi_{n-1(t)}\right) + \frac{1}{(1+\tau)^3}\left(\frac{A+nd}{(1+t)^{n-2}} - d\varphi_{n-2(t)}\right) + \cdots$$
$$\cdots + \frac{1}{(1+\tau)^n}\left(\frac{A+nd}{(1+t)} - d\varphi_{1(t)}\right) = E''.$$

Поставимъ вмѣсто символовъ $\varphi_{n(t)}$, $\varphi_{n-1(t)}$, $\varphi_{n-2(t)}$ и т. д. соотвѣтствующія выраженія и тогда будутъ ясны всѣ слагаемыя:

$$\frac{1}{1+\tau}\left[\frac{A+nd}{(1+t)^n} - \frac{d}{t}\left(1 - \frac{1}{(1+t)^n}\right)\right] + \frac{1}{(1+\tau)^2}\left[\frac{A+nd}{(1+t)^{n-1}} - \frac{d}{t}\left(1 - \frac{1}{(1+t)^{n-1}}\right)\right] + \cdots$$
$$\cdots + \frac{1}{(1+\tau)^n}\left[\frac{A+nd}{1+t} - \frac{d}{t}\left(1 - \frac{1}{(1+t)}\right)\right] = E''.$$

Очевидно, что при этомъ сложеніи $A + nd - \left(-\frac{d}{t}\right) = A + nd + \frac{d}{t}$ можно бу-

детъ вывести за скобки, какъ величины, которыя приходится одинаково помножать на одинъ и тотъ же многочленъ въ слѣдующемъ видѣ:

$$\left(A+nd+\frac{d}{t}\right)\left(\frac{1}{(1+\tau)(1+t)^n}+\frac{1}{(1+\tau)^2(1+t)^{n-1}}+\frac{1}{(1+\tau)^3(1+t)^{n-2}}+\cdots\right.$$
$$\left.\cdots+\frac{1}{(1+\tau)^n(1+t)}\right)=\left(A+nd+\frac{d}{t}\right)\frac{1}{\tau-t}\left(\frac{1}{(1+t)^n}-\frac{1}{(1+\tau)^n}\right);$$

съ этимъ многочленомъ мы уже встрѣчались выше (§ 97, стр. 80), поэтому мы прямо написали его результатъ; затѣмъ еще остается вычесть многочленъ:

$$\frac{d}{t}\left(\frac{1}{(1+\tau)}+\frac{1}{(1+\tau)^2}+\frac{1}{(1+\tau)^3}+\cdots\cdots+\frac{1}{(1+\tau)^n}\right)=\frac{d}{t}\varphi_{n(\tau)}.$$

Такимъ образомъ

$$E''=\frac{A+\frac{d}{t}+nd}{\tau-t}\left(\frac{1}{(1+t)^n}-\frac{1}{(1+\tau)^n}\right)-\frac{d}{t}\varphi_{n(\tau)}\ ^{*}).$$

144. Наличная стоимость интересовъ (означимъ ее чрезъ R'') опредѣлится изъ равенства

$$R''=C''-E''.$$

145. Само собою разумѣется, что если арифметическая прогрессія ежесрочной суммы—убывающая, то въ такомъ случаѣ формула E'' съ противоположными знаками при членахъ съ d принимаетъ такой видъ:

$$E''=\frac{A-\frac{d}{t}-nd}{\tau-t}\left(\frac{1}{(1+t)^n}-\frac{1}{(1+\tau)^n}\right)+\frac{d}{t}\varphi_{n(\tau)}.$$

146. Это выраженіе значительно упрощается, когда ежесрочная сумма представляетъ убывающую арифметическую прогрессію отъ того, что на погашеніе ежесрочно назначается равномѣрно по $\frac{1}{n}$-ой части нарицательнаго капитала или $\frac{K}{n}$, то есть, когда $d=\frac{Kt}{n}$. Въ такомъ случаѣ наличная стоимость погашенія очевидно составитъ:

$$E''=\frac{K'''}{n}\left(\frac{1}{1+\tau}+\frac{1}{(1+\tau)^2}+\frac{1}{(1+\tau)^3}+\cdots\cdots+\frac{1}{(1+\tau)^n}\right)=\frac{K'''}{n}\varphi_{n(\tau)}.$$

147. Наличная-же стоимость интересовъ этого рода займовъ въ указываемомъ видѣ (въ какомъ она заключалась въ Россіи), будетъ:

$$R'''=C'''-\frac{K'''}{n}\varphi_{n(\tau)}=K'''t\varphi_{n(\tau)}-\frac{t}{\tau}\left(\frac{K'''}{n}\varphi_{n(\tau)}-\frac{K'''}{(1+\tau)^n}\right)=$$
$$=K'''t\left[\varphi_{n(\tau)}\left(1-\frac{1}{n\tau}\right)+\frac{1}{\tau(1+\tau)^n}\right].$$

148. Само собою разумѣется, что допущеніе жребія въ видѣ способа такого распредѣленія ежегодно расходуемаго должникомъ погашенія, чтобъ заимодавецъ, на долю коего оно упадаетъ, единовременно получилъ нераздробленную полную уплату должной ему суммы по данному долговому документу, производитъ вышеразъясненное его дѣйствіе и въ случаѣ его примѣненія къ займамъ съ измѣняющимися ежесрочными суммами. Поэтому, между ними, и займы съ ежесрочными

*) Нарицательная стоимость погашенія (капитализованная изъ $t^0/_0$) очевидно будетъ составлять:

$$\left(A+\frac{d}{t}+nd\right)\frac{n}{(1+t)^{n+1}}-\frac{d}{t}\varphi_{n(t)}.$$

суммами, измѣняющимися въ арифметической прогрессіи, отъ тиража погашенія получаютъ вышеразъясненный двойственный характеръ. Для должника они постепенно погашаемые, для заимодавца они единовременно погашаемые. Для должника наличная стоимость всей ежесрочной суммы и отдѣльныхъ ея частей, расходуемыхъ на уплату погашенія и на уплату интересовъ, опредѣляется или свойствами всей ежесрочной суммы, или отдѣльныхъ частей, служащихъ для уплаты интересовъ или погашенія. Напротивъ заимодавецъ получаетъ равномѣрно уплачиваемые одни и тѣже интересы въ одномъ и томъ-же размѣрѣ (по неизмѣннымъ купонамъ) впредь до времени, когда до него доходитъ очередь погашенія по жребію. Поэтому свойства измѣняющейся въ арифметической прогрессіи ежесрочной суммы для него безразличны и онъ опредѣляетъ наличную стоимость во всякомъ случаѣ на основаніи формулы:

$$C' = Kt\varphi_{n(\tau)} + \frac{K}{(1+\tau)^n},$$

при чемъ онъ и въ семъ случаѣ не можетъ руководствоваться срокомъ, на который заемъ заключенъ, потому что въ дѣйствительности многіе заимодавцы получатъ погашеніе ранѣе этого срока, и только та ихъ часть, которую жребій погашенія поставитъ въ наименѣе благопріятное положеніе, получатъ погашеніе въ срокъ n, на который заемъ заключенъ. Напримѣръ, если мы возьмемъ пять 4%-ныхъ займовъ, заключенныхъ въ 1840-хъ годахъ (Канкринскихъ) на нарицательную сумму 67.000.000 р. съ условіемъ ежегоднаго расхода на погашеніе $2^1/_2\%$ этой суммы для погашенія ихъ въ 40 лѣтъ, или при $\frac{K}{n} = 1.675.000$, то при реализаціонномъ ростѣ $\tau = 5\%$, реализованный капиталъ составилъ

$$C = \left[\left(t + \frac{1}{n} - \frac{t}{n\tau}\right)\varphi_{n(\tau)} + \frac{t}{\tau(1+\tau)^n}\right] K = 59.348.300 \text{ рублей},$$

тогда какъ (при $n = 40$)

$$Kt\varphi_{n(\tau)} + \frac{K}{(1+\tau)^n} = 55.503.418 \text{ рублей}.$$

То есть: еслибъ всѣ заимодавцы должны были получить погашеніе не ранѣе, какъ чрезъ 40 лѣтъ, то при реализаціи изъ 5% они не дали бы больше 55.503.418 р. вмѣсто 59.348.300 р. Но займами все таки могъ быть реализованъ капиталъ въ 59.348.300 руб., потому что при разнообразіи въ срокахъ, въ которые получали погашеніе отдѣльныя группы заимодавцевъ, въ зависимости отъ жребія,—для всѣхъ заемщиковъ, вмѣстѣ взятыхъ, общесложный (средній) срокъ погашенія опредѣлялся по формулѣ $m = \frac{\log(K\tau - Kt) - \log(C\tau - Kt)}{\log(1+\tau)} = 17,_{3466}$ лѣтъ. То есть: для всѣхъ заимодавцевъ, вмѣстѣ взятыхъ, наличная стоимость платежей по расматриваемымъ займамъ была равноцѣнностью, лишь какъ выраженіе:

$$Kt\varphi_{17,3466(5)} + \frac{K}{(1,05)^{17,3466}} = 59.348.300.$$

Безъ множественности видовъ капитала и роста, при реализаціонномъ ростѣ въ 5%, наличный капиталъ въ 59.348.300 рублей былъ бы равноцѣнностью ежесрочной уплаты въ счетъ интересовъ въ размѣрѣ $C\tau = 2.967.417$ р. и въ счетъ погашенія $\frac{C\tau}{(1+\tau)^m - 1} = 2.229.283$ р., а всего 5.196.700 рублей. Въ дѣйствитель-

ности-же уплачиваемые нарицательные интересы составляли $Kt = 2.680.000$ р. и погашеніе $\frac{K}{n} = 1.675.000$ р. или всего 4.355.000. рублей съ уменьшеніемъ этой ежесрочной суммы ежегодно на $\frac{Kt}{n} = 67.000$ рублей. Еслибъ тѣ-же 4%-ные займы были заключены на тотъ-же срокъ 40 лѣтъ съ постоянною (неизмѣняющеюся) ежесрочною суммою, то таковая потребовалась-бы въ размѣрѣ $Kt + \frac{Kt}{(1+t)^n - 1} =$ $= 2.680.000 + 705.074 = 3.385.074$ руб. Если мы вычислимъ капитализованную изъ нарицательнаго роста стоимость интересовъ, которыя уплачивались по 4%-нымъ займамъ при производствѣ по нимъ ежесрочнаго платежа, убывавшаго въ ариѳметической прогрессіи, то по формулѣ

$$R = Kt\varphi_{n(t)} - \left(\frac{K}{n}\varphi_{n(t)} - \frac{K}{(1+t)^n}\right)$$

означенная стоимость опредѣлится въ 33.847.100 руб. Вычисливъ затѣмъ неизмѣняющуюся ежесрочную сумму, равноцѣнную этой капитализованной стоимости интересовъ по равенству $x\varphi_{40(4)} = 33.847.100$, мы получимъ $x = 1.710.074$ руб., которые съ ежегодно расходовавшимися на погашеніе $\frac{K}{n} = 1.675.000$ р. вмѣстѣ составляютъ тѣже 3.385.074 рубля, или ту-же самую ежесрочную сумму, которая ежегодно расходовалась-бы, еслибъ 4%-ные займы на тотъ-же срокъ 40 лѣтъ и ту-же нарицательную сумму 67.000.000 р. были заключены въ видѣ обыкновенныхъ займовъ, по которымъ погашеніе нарастаетъ сложными процентами. Но при займахъ съ убывающею въ ариѳметической прогрессіи ежесрочною суммою нарицательный капиталъ (67.000.000 рублей) слагался изъ указанной нарицательной суммы наличной стоимости уплатъ по интересамъ въ размѣрѣ 33.847.100 р. и нарицательной суммы наличной стоимости уплатъ въ счетъ погашенія въ размѣрѣ $E = \frac{K}{n}\varphi_{n(t)} = 33.152.900$ рублей, слѣдовательно—стоимость погашенія поглощала почти половину нарицательнаго капитала займа; напротивъ, еслибъ тѣже 4%-ные займы на тотъ-же капиталъ 67.000.000 рублей и 40 лѣтъ были заключены съ погашеніемъ, нарастающимъ сложными 4%, то нарицательная сумма наличной стоимости уплатъ въ счетъ погашенія составляла бы $\frac{nA}{(1+t)^{n+1}} = 27.118.220$ рублей, или на 6.034.680 руб. менѣе, чѣмъ въ первомъ случаѣ, нарицательная-же сумма наличной стоимости уплатъ въ счетъ интересовъ при этомъ составляла-бы 39.881.780 рублей и была-бы болѣе, чѣмъ въ первомъ случаѣ, на тѣ-же 6.034.680 рублей. Сумма же этихъ 6.034.680 рублей составляетъ капитализованную стоимость разности между приведенною выше неизмѣняющеюся ежесрочною суммою въ 1.710.074 рубля, равноцѣнною наличной стоимости уплатъ въ счетъ интересовъ, при займахъ съ убывающимъ въ ариѳметической прогрессіи ежегоднымъ расходомъ. и тою неизмѣняющеюся ежесрочною суммою, равноцѣнною капитализованной стоимости уплатъ въ счетъ интересовъ при займахъ съ погашеніемъ, нарастающимъ сложными процентами, которая получается изъ равенства $x'\varphi_{n(t)} = 39.881.780$ рублей, или $x' = 2.014.967$ рублей. Разность между этими двумя суммами составляетъ $2.014.967 - 1.710.074 = 304.893$, а $304.893\,\varphi_{n(t)} = 6.034.680$ рублей. Такъ

какъ должникъ всегда заинтересованъ въ томъ, чтобъ капитализованная стоимость его уплатъ въ счетъ интересовъ была возможно выше, то приведенное сравненіе, показывая, что въ этомъ отношеніи займы съ убывающею въ арифметической прогрессіи ежесрочною суммою сильно отстаютъ отъ займовъ съ погашеніемъ, наростающимъ сложными процентами, не объясняетъ намъ, отчего-же на практикѣ можетъ быть отдаваемо предпочтеніе перваго рода займамъ предъ вторыми? Отвѣтъ на этотъ вопросъ даетъ сравнительное разсмотрѣніе тѣхъ-же займовъ въ связи съ элементами ихъ реализаціи. При реализаціонномъ ростѣ или $\tau = 5\%$, четырехпроцентными займами на наличительный капиталъ 67.000.000 р., погашаемый 40 равными частями впродолженіи 40 лѣтъ, реализуется

$$C'' = K\left[\left(t + \frac{1}{n} - \frac{t}{n\tau}\right)\varphi_{n(\tau)} + \frac{t}{\tau(1+\tau)^n}\right] = 59.348.300 \text{ рублей}$$

или по 88,58 за 100. Напротивъ, 40-лѣтнимъ 4%-нымъ займомъ съ погашеніемъ, наростающимъ сложными процентами, на 67.000.000 р. при томъ-же реализаціонномъ ростѣ въ $\tau = 5\%$ былъ-бы реализованъ капиталъ

$$C = K \cdot \frac{\varphi_{40(5)}}{\varphi_{40(4)}} = 58.084.774 \text{ рубля (по } 86{,}694 \text{ за сто)}$$

или на 1.263.526 руб. менѣе. Для реализаціи-же того-же капитала 59.348.300 рублей, который при реализаціонномъ ростѣ въ 5% реализованъ займами съ убывающею въ арифметической прогрессіи ежесрочною суммою, заемъ съ погашеніемъ, наростающимъ сложными процентами, долженъ былъ-бы быть заключенъ при реализаціонномъ ростѣ не въ 5%, а въ $4{,}84369\%$. Если этотъ послѣдній ростъ въ $4{,}84369\%$ былъ неосуществимъ и капиталы стоили не дешевле 5%, то понятно, что преимущество было отдано займамъ съ убывающею въ арифметической прогрессіи ежесрочною суммою: при данномъ ростѣ въ 5% за наличный капиталъ ими реализовался болѣе значительный капиталъ *). Но было-бы ошибочно останавливаться на этомъ результатѣ сравненія, потому что онъ представляетъ наглядный примѣръ благопріятности «казовой», или «показной», внѣшней, стороны дѣла, при гораздо меньшей благопріятности существа дѣла, и вмѣстѣ съ тѣмъ даетъ намъ поводъ выяснить такую сторону реализаціонныхъ результатовъ, которой мы до сихъ поръ не имѣли случая коснуться. Всмотримся ближе въ эти результаты въ сравниваемыхъ нами примѣрахъ, чтобъ выяснить, почему при займахъ съ погашеніемъ, наростающимъ сложными процентами, реализуется меньшій ка-

*) Такимъ образомъ, съ точки зрѣнія всей реализуемой долгомъ суммы при одномъ и томъ-же реализаціонномъ ростѣ для заемщика долгъ, погашаемый ежегодно равными частями, выгоднѣе долга съ погашеніемъ, наростающимъ сложными процентами; для капиталиста-же выгоднѣе для полученія того-же роста отдавать меньшій капиталъ по долгу, по которому погашеніе наростаетъ сложными процентами, чѣмъ большій капиталъ по долгу, погашаемому ежегодно равными долями. Слѣдовательно, когда мы исходимъ изъ одного и того-же курса реализаціи, напр. 90 за 100, то онъ будетъ соотвѣтствовать менѣе высокому реализаціонному росту при займахъ съ погашеніемъ, наростающимъ сложными процентами, и болѣе высокому росту при займахъ съ ежегодно-равнымъ погашеніемъ; поэтому должнику выгоднѣе по 90 за сто реализовать заемъ съ погашеніемъ, наростающимъ сложными процентами, а капиталисту выгоднѣе по 90 за сто пріобрѣсти бумагу, погашаемую ежегодно равными частями; такъ 5%-ный заемъ съ 30-лѣтнимъ срокомъ при цѣнѣ 90 за 100 соотвѣтствуетъ реализаціонному росту въ $5{,}95\%$, при погашеніи, наростающемъ сложными процентами, а при погашеніи ежегодно-равными частями $6{,}12\%$.

питалъ. Въ этихъ видахъ сравнимъ капитализованную стоимость уплатъ отдѣльно въ счетъ интерессовъ и въ счетъ погашенія при реализаціонномъ ростѣ $\tau = 5\%$. При реализаціи займами съ погашеніемъ, наростающимъ сложными процентами, за варицательный капиталъ въ 67.000.000 р. наличнаго капитала лишь въ 58.084.774 руб. и, слѣдовательно, съ потерею на реализаціи или $V = 8.915.226$ рублей, наличная стоимость уплатъ въ счетъ интерессовъ составляетъ:

$$R = \frac{Vt}{\tau - t} = 35.660.904 \text{ рубля},$$

наличная-же стоимость уплатъ въ счетъ погашенія составляетъ:

$$E = \frac{C\tau - Kt}{\tau - t} \; 22.423.870 \text{ рублей}.$$

Напротивъ, при заключеніи на ту-же нарицательную сумму $K = 67.000.000$ рублей 4%-ныхъ займовъ, погашаемыхъ равными 40 частями въ продолженіи 40 лѣтъ, наличная стоимость интересовъ составляетъ:

$$R''' = Kt\varphi_{n(\tau)} - \frac{t}{\tau}\left(\frac{K}{n}\varphi_{n(\tau)} - \frac{K}{(1+\tau)^n}\right) = 30.606.830 \text{ рублей},$$

а наличная стоимость погашенія составляетъ:

$$E''' = \frac{K}{n}\varphi_{n(\tau)} = 28.741.470 \text{ рублей}.$$

Такимъ образомъ наличная стоимость уплатъ въ счетъ интересовъ при займахъ съ погашеніемъ, наростающимъ сложными процентами, на 5.054.074 рубля больше, чѣмъ при займахъ съ убывающею въ ариѳметической прогрессіи ежесрочною суммою; но такъ какъ капитализованная стоимость уплатъ въ счетъ погашенія въ перваго рода займахъ менѣе, чѣмъ во вторыхъ на 6.317.600 рублей, то въ окончательномъ результатѣ па разность между этими двумя суммами (6.317.600— — 5.054.076 = 1.263.526) реализуемый капиталъ меньше въ перваго рода займахъ, чѣмъ во вторыхъ. Слѣдовательно, окончательное сужденіе при сравненіи займовъ того и другого рода опредѣляется значеніемъ, которое въ составѣ реализуемаго капитала имѣетъ наличная стоимость уплатъ въ счетъ интересовъ и наличная стоимость уплатъ въ счетъ погашенія.

XXIV.

О нѣкоторыхъ расчетахъ, соединенныхъ съ статистикою публичныхъ долговъ.

149. Статистика публичныхъ долговъ повсюду еще весьма неудовлетворительно разработана, даже когда матеріалы по ней собраны и опубликованы въ большой полнотѣ. Объясняется это техническими затрудненіями, съ которыми встрѣчается означенная разработка по двоякаго рода поводамъ. Во-первыхъ, разнообразіе въ системахъ счетоводства и отчетности порождаетъ, такъ сказать, бухгалтерскія причины, по которымъ цифровые матеріалы о публичныхъ долгахъ не всегда удовлетворяютъ требованіямъ научно-статистической ихъ разработки, и дѣлаетъ ихъ не всегда достаточно полными и согласованными съ прочими данными финансовой статистики. Во-вторыхъ, важнѣе въ настоящемъ случаѣ для насъ то, что самые пріемы статистической разработки матеріаловъ о публичныхъ долгахъ большею частью еще недостаточно выяснены. Многіе изъ этихъ пріемовъ, находящіеся въ прямой зависимости отъ коренныхъ особенностей публичныхъ займовъ, связаны съ расчетами, основанія которыхъ непосредственно входятъ въ область политической арифметики, составляющую предметъ нашего изложенія. Наиважнѣйшихъ изъ нихъ мы и предполагаемъ коснуться въ настоящей главѣ.

150. Самая элементарная задача финансовой статистики всегда заключается въ представленіи общей картины (tableau d'ensemble) той части, которой она касается. Такую общую картину всей совокупности публичныхъ долговъ данной эпохи въ одной или многихъ странахъ, а равно въ разныя эпохи, должна была-бы представлять и статистика публичныхъ долговъ. Но соединеніе отдѣльныхъ публичныхъ долговъ въ одну общую картину, установленіе условій однородности данныхъ, которыя подлежатъ сводкѣ или изъ которыхъ должны дѣлаться общіе выводы, способы группировки однородныхъ суммъ для соединенія ихъ въ общіе итоги, исчисленіе общихъ выводовъ, относящихся ко всей совокупности долговъ какой-либо эпохи въ данной странѣ, представленіе сравнительнаго положенія или состоянія всей совокупности публичныхъ долговъ въ разныя эпохи или въ разныхъ странахъ,—все это нерѣдко подастъ поводъ къ политико-арифметическимъ задачамъ, рѣшеніе коихъ требовало-бы предварительнаго научнаго ихъ выясненія, такъ какъ онѣ далеко не отличаются простотою.

151. Конечно, когда всѣ публичные займы однородны и въ той мѣрѣ, въ какой они однородны, это нѣсколько упрощаетъ дѣло, но не всегда все-таки устраняетъ всѣ затрудненія. Такъ, всего легче имѣть дѣло съ данными о государственномъ долгѣ въ той мѣрѣ, въ какой онъ образовался изъ безсрочныхъ публичныхъ займовъ. Поэтому очень часто (напр. въ Англіи и во Франціи) пользуются преобладаніемъ въ составѣ государственнаго долга безсрочныхъ займовъ, чтобъ только о послѣднихъ дать общую картину, или даже лишь матеріалы для того. Такъ, въ очень извѣстномъ оффиціальномъ документѣ, опубликованномъ англійскимъ правительствомъ въ 1858 г., благодаря стараніямъ Гладстона и сэра Дж. Корнуэлла Лью-

иса, и представлявшемъ единственную въ своемъ родѣ статистику англійскаго государственнаго долга за время съ 1688 года до 1858 года, — были сведены въ общіе итоги лишь безсрочные займы, изъ которыхъ образовано было нѣсколько группъ или видовъ по высотѣ уплачивавшагося по нимъ нарицательнаго роста (3%-ные, 3½%-ные, 4-%ные и 5%-ные); по срочнымъ же долгамъ (terminable annuities) сообщены были лишь суммы ежегодно производившихся по нимъ платежей, безъ всякихъ данныхъ о капитализованной стоимости этихъ платежей, то есть, о погашаемыхъ капиталахъ долга по нимъ. И эту же неполноту представляли ежегодные финансовые отчеты англійскіе въ отдѣлѣ о государственныхъ долгахъ до весьма недавняго времени. Только въ видѣ исключенія отъ времени до времени парламенту представлялся расчетъ капитализованной стоимости срочныхъ платежей (terminable annuities), да и этотъ расчетъ производился, исходя изъ какого-нибудь оцѣночнаго (реализаціоннаго) роста, такъ что погашаемый капиталъ все таки оставался неизвѣстнымъ. Лишь въ самое новѣйшее время (съ конца 1860-хъ годовъ) въ связи съ операціями по уменьшенію государственнаго долга, указываемая неполнота устранена изъ англійской финансовой статистики. Также точно и во французской финансовой статистикѣ данныя о срочныхъ долгахъ далеко не отличаются полнотою и таблицы о государственномъ долгѣ составляются лишь изъ данныхъ о безсрочныхъ займахъ.

152. Когда всѣ займы — безсрочные, или насколько они всѣ — безсрочные, соединеніе ихъ въ группы и вычисленіе общихъ по нимъ выводовъ не представляетъ никакихъ затрудненій. Если мы означимъ нарицательные капиталы отдѣльныхъ займовъ чрезъ k_1, k_2, k_3, $\cdots$, k_n, реализованные по нимъ капиталы чрезъ c_1, c_2, c_3, $\cdots$, c_n; нарицательный ростъ чрезъ t_1, t_2, t_3, $\cdots$, t_n, — то сложивъ нарицательные капиталы, по коимъ нарицательный ростъ составлялъ t_1, легко опредѣлить итогъ нарицательнаго капитала (K_1) этой группы займовъ; сложивъ далѣе реализованные по нимъ капиталы $c_1 + c_2 + c_3 + \cdots + c_n = C_1$, получаемъ реализованный по этой группѣ займовъ капиталъ, а раздѣленіемъ $K_1 t_1$ на C_1 приводится въ извѣстность обще-сложный по всей этой группѣ реализаціонный ростъ τ_1. Сдѣлавъ тѣ-же расчеты по группамъ займовъ съ нарицательнымъ ростомъ t_2, t_3, $\cdots t_n$, не трудно свести всѣ отдѣльныя группы въ одну общую картину помощью трехъ итоговъ: итога всѣхъ нарицательныхъ капиталовъ $K = K_1 + K_2 + K_3 + \cdots + K_n$, итога всѣхъ реализованныхъ капиталовъ $C = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots + C_n$ и итога уплачивавшихся по всѣмъ безсрочнымъ займамъ интересовъ, то-есть общаго итога уплачивавшихся по нимъ ежесрочныхъ суммъ. Этотъ послѣдній итогъ можно или сразу получить непосредственнымъ сложеніемъ суммъ, уплачиваемыхся ежесрочно по отдѣльнымъ займамъ; или-же (для контроля) полезнѣе образовать отдѣльные итоги: $A_1 = K_1 t_1 = k_1 t_1 + k_2 t_1 + k_3 t_1 + \cdots + k_n t_1$; $A_2 = K_2 t_2 = k_1' t_2 + k_2' t_2 + k_3' t_2 + \cdots k_n' t_n$; $A_3 = K_3 t_3 = K_1'' t_3 + k_2'' t_3 + k'' t_3 + \cdots + k_n'' t_3$ и т. д., а затѣмъ образовать общій итогъ $A_1 + A_2 + A_3 + \cdots + A_n = Kt = A$. Взявъ затѣмъ отношеніе послѣдняго итога (A) къ общему итогу всѣхъ нарицательныхъ капиталовъ (K), мы получимъ обще-сложный по всѣмъ сгруппированнымъ безсрочнымъ займамъ нарицательный ростъ; а взявъ отношеніе того-же итога платежей (A) къ общему итогу реализованныхъ капиталовъ (C), мы получимъ обще-сложный по всѣмъ сгруппированнымъ безсрочнымъ займамъ

реализаціонный ростъ. Отношеніе-же общаго итога реализованныхъ капиталовъ (C) къ общему итогу нарицательныхъ капиталовъ (K) или $\frac{C}{K}$ дастъ общесложный курсъ реализаціи, или сколько реализованнаго капитала приходилось на каждую единицу нарицательнаго капитала. Подобные расчеты даютъ полную возможность сдѣлать всѣ требуемыя теоріею и практикою сравненія, когда дѣло касается безсрочныхъ займовъ различныхъ эпохъ и странъ.

Если, напримѣръ, въ составъ государственнаго долга входили четыре трехпроцентные безсрочные займа, то группа займовъ при $t_1 = 3\%$ можетъ составиться такъ:

Отдѣльные займы.	Нарицательные капиталы.	Реализованные капиталы.	Ежесрочная уплата (интересы на капиталъ).	Реализаціонный ростъ.
$k_1 =$	75.000.000	$c_1 =$ 47.000.000	$a_1 = k_1 t_1 = 2.250.000$	$\tau_1 = \frac{a_1}{c_1} = 4{,}787\%$
$k_2 =$	25.000.000	$c_2 =$ 14.500.000	$a_2 = k_2 t_1 =$ .750.000	$\tau_2 = \frac{a_2}{c_2} = 5{,}172\%$
$k_3 =$	45.000.000	$c_3 =$ 29.000.000	$a_3 = k_3 t_1 = 1.350.000$	$\tau_3 = \frac{a_3}{c_3} = 4{,}655\%$
$k_4 =$	55.000.000	$c_4 =$ 30.000.000	$a_4 = k_4 t_4 = 1.650.000$	$\tau_4 = \frac{a_4}{c_4} = 5{,}5\%$
$K_1 =$	200.000.000	$C_1 =$ 120.000.000	$A_1 = K_1 t_1 = 6.000.000$	$\tau_1 = \frac{A_1}{C_1} = 5\%$

Положимъ, что такіе-же своды составлены по группѣ безсрочныхъ займовъ 4%-ныхъ (при $t_2 = 4\%$) и 5%-ныхъ (или при $t_3 = 5\%$) и тогда матеріалъ для общаго свода по всѣмъ безсрочнымъ займамъ и общій по нимъ выводъ представится въ слѣдующемъ видѣ:

Нарицательные капиталы.	Реализованные капиталы.	Нарицательный ростъ.	Ежесрочный расходъ.	Реализаціонный ростъ.	Курсъ реализаціи.
$K_1 = 200.000.000$	$C_1 = 120.000.000$	$t_1 = 3\%$	$K_1 t_1 =$ 6.000.000	$\tau_1 = 5$ %	$\frac{c_1}{k_1} = 60\%$
$K_2 = 300.000.000$	$C_2 = 228.571.428{,}5$	$t_2 = 4\%$	$K_2 t_2 = 12.000.000$	$\tau_2 = 5{,}25$ %	$\frac{c_2}{k_2} = 75{,}524\%$
$K_3 = 100.000.000$	$C_3 =$ 90.909.090,9	$t_3 = 5\%$	$K_3 t_3 =$ 5.000.000	$\tau_3 = 5{,}5$ %	$\frac{c_5}{k_3} = 90{,}909\%$
$K = 600.000.000$	$C = 439.480.519{,}4$	$t = 3\%$	$K t = 23.000.000$	$\tau = 5{,}233\%$	$\frac{c}{k} = 73{,}247\%$

153. Мы остановились на безсрочныхъ займахъ, потому что ими наиболѣе наглядно и безъискусственно обнаруживаются свойства тѣхъ общихъ выводовъ, которые могутъ и должны получаться изъ данныхъ объ отдѣльныхъ займахъ. Эти выводы — не просто и не только итоги, а равно не просто среднія, но — *эквивалентныя или равноцѣнныя выраженія*, характеризующія всю совокупность группируемыхъ долговъ. И безъ разъясненій, само-собою, очевидно, что если изъ четырехъ безсрочныхъ 3%-ныхъ займовъ, изъ которыхъ одинъ заключенъ на 75.000.000 р., другой на 25.000.000 р., третій на 45.000.000 р., а четвертый на 55.000.000 рублей, по одному реализовано 47.000.000 рублей при реализаціонномъ ростѣ или $\tau = 4{,}787\%$, по другому 14.500.000 р. при $\tau = 5{,}172\%$, по третьему 29.000.000 р. при $\tau = 4{,}655\%$ и по четвертому 30.000.000 р. при $\tau = 5\frac{1}{2}\%$, — то равную стоимость представляетъ одинъ безсрочный 3%-ный заемъ на нарицательный капи-

талъ, равный итогу нарицательныхъ капиталовъ всѣхъ четырехъ займовъ, или 200.000.000 р., когда по нему реализовано столько-же, сколько по всѣмъ четыремъ означеннымъ займамъ, вмѣстѣ взятымъ, или 120.000.000, и когда по нему годовой платежъ составляетъ столько-же, сколько составляютъ годовые платежи по всѣмъ четыремъ займамъ, вмѣстѣ взятымъ. По 3%-ному-же безсрочному займу на 200.000.000 р., по коему реализовано 120.000.000 р., при ежесрочномъ расходѣ въ 6.000.000 р., реализаціонный ростъ или $\tau = \frac{6.000.000}{120.000.000} = 0{,}05 = 5\%$. И также точно, если въ составъ государственнаго долга входитъ группа безсрочныхъ 3%-ныхъ займовъ на 200.000.000 съ реализованнымъ капиталомъ 120.000.000 при реализаціонномъ ростѣ или $\tau_1 = 5\%$, другая группа 4% безсрочныхъ займовъ на 300.000.000 р. съ реализованнымъ капиталомъ 228.571.428 руб., чему соотвѣтствуетъ реализаціонный ростъ или $\tau_2 = 5^1/_4\ \%$, и наконецъ третья группа 5%-ныхъ безсрочныхъ займовъ на 100.000.000 р. при реализованномъ капиталѣ 90.909.090 р. съ соотвѣтственнымъ реализаціоннымъ ростомъ $\tau_3 = 5^1/_2\ \%$, — то вмѣстѣ взятые, всѣ эти займы представляютъ эквивалентъ или равную стоимость съ долгомъ на нарицательный капиталъ 600.000.000 р., по которому нарицательный ростъ составляетъ $3{,}833\%$, а реализаціонный ростъ составляетъ $5{,}233\ \%$ на реализованный капиталъ 439.480.519 рублей. Мы имѣемъ право это утверждать, потому что итогъ ежесрочныхъ уплатъ по всѣмъ, вмѣстѣ взятымъ, займамъ составляющій 23.000.000 р., даетъ $\frac{23.000.000}{600.000.000} = 0{,}03833 = 3{,}833\%$ на ихъ соединенный нарицательный капиталъ и $\frac{23.000.000}{439.480.519} = 0{,}05233 = 5{,}233\%$ на ихъ соединенный реализованный капиталъ.

154. Такимъ образомъ задача статистической разработки данныхъ о публичныхъ долгахъ въ видахъ извлеченія изъ нихъ общихъ выводовъ заключается въ такомъ группированіи (соединеніи) означенныхъ данныхъ, чтобъ получалась возможность вычисленія или полныхъ эквивалентовъ, то-есть, стоимостей, равныхъ означеннымъ даннымъ, вмѣстѣ взятымъ, или коренныхъ основаній такой эквивалентности. Изъ этихъ основаній наиважнѣйшее представляетъ реализаціонный ростъ и обыкновенно на немъ только и сосредоточивается вниманіе, когда въ сочиненіяхъ по политической ариѳметикѣ изложеніе имѣетъ предметомъ условія равноцѣнности различныхъ видовъ публичныхъ долговъ. Предметъ этотъ обыкновенно трактуется въ очень узкихъ рамкахъ, а именно — въ томъ видѣ, въ какомъ онъ представляетъ интересъ для капиталиста, когда ему приходится сравнивать публично-долговыя бумаги разныхъ видовъ для опредѣленія, насколько одни изъ нихъ болѣе или менѣе выгодны, чѣмъ другія. Относящіяся къ этому сравненію расчеты называются исчисленіемъ паритета цѣнностей. Подъ «паритетомъ» или сравнительною стоимостью какой-либо ежесрочной суммы понимаютъ ея стоимость, исчисленную по такому-же реализаціонному росту, какимъ опредѣляется (извѣстная) стоимость другой данной ежесрочной суммы. Теорія вычисленія паритетовъ очень проста. Если срокъ обѣихъ сравниваемыхъ ежесрочныхъ суммъ одинаковый, то ихъ отношеніе опредѣляетъ и отношеніе ихъ стоимостей: во сколько разъ одна больше или меньше другой, въ столько-же разъ стоимость первой больше или меньше стоимости второй. Если-же срокъ сравниваемыхъ ежесрочныхъ суммъ различный, то по реализаціонному росту одной изъ нихъ опредѣляютъ, какая

должна быть стоимость другой для того, чтобъ и по ней реализаціонный ростъ былъ одинаковый, какъ по стоимости первой. Положимъ, напримѣръ, что наличная стоимость ежесрочной суммы A извѣстна, составляя C при реализаціонномъ ростѣ въ $\tau^0/_0$ и нужно привести въ извѣстность сравнительную или паритетную наличную стоимость (x) другой ежесрочной суммы A'. Если обѣ эти ежесрочныя суммы одинаковой продолжительности, то задача разрѣшается на основаніи пропорціи $C : x = A : A'$. Но если онѣ различной продолжительности, то неизвѣстное вычисляется по формулѣ $x = A'\varphi_{n(\tau)}$. Слѣдовательно, вычисленіе при этомъ очень грубо относится къ природѣ сравниваемыхъ величинъ, односторонне разсматривая ихъ только подъ извѣстнымъ угломъ. Напримѣръ, для капиталиста можетъ быть интересно вычислить, сколько можно заплатить за продолжающуюся въ теченіи 19 лѣтъ ежесрочную сумму въ 2.250 рублей, когда безсрочную сумму въ 3.400 р. можно пріобрѣсти за капиталъ въ 108.800 рублей? Отвѣтъ простой: безсрочная рента въ этомъ случаѣ даетъ $\frac{3.400}{108.800} = 3^1/_8\,^0/_0$, поэтому $2250\varphi_{19(3^1/_8)} = 31874{,}_{79}$ р. Нѣтъ никакого сомнѣнія, что насколько реализаціонный ростъ выражаетъ самый коренной характеристическій признакъ для всякаго долга, онъ неминуемо долженъ на себя сосредоточить полное вниманіе и при статистической разработкѣ данныхъ о государственныхъ долгахъ. Тѣмъ не менѣе несомнѣнно, что съ различными видами публичныхъ долговъ связаны и многіе иные интересы, кромѣ тѣхъ, для которыхъ на первомъ планѣ стоитъ реализаціонный ростъ.

155. Сравнительно съ другими политико-арифметическими задачами при статистической разработкѣ данныхъ о публичныхъ долгахъ, вычисленіе реализаціоннаго роста, какъ по отдѣльнымъ группамъ долговъ, такъ и по всей ихъ совокупности, не представляетъ особенныхъ затрудненій, если первоначальныя данныя о нихъ (объ ихъ нарицательныхъ и реализованныхъ капиталахъ и объ ежесрочныхъ по нимъ платежахъ) имѣются въ надлежащей полнотѣ. Всего проще задача рѣшается вычисленіемъ по каждому отдѣльному займу реализаціоннаго по нему роста или τ и затѣмъ по реализованному каждымъ займомъ капиталу C причитавшейся по нему суммъ интересовъ $C\tau$. Вычисливъ суммы $C\tau$ по каждому изъ займовъ какой либо группы, сложивъ эти суммы и раздѣливъ ихъ итогъ на итогъ капиталовъ, реализованныхъ данною группою займовъ, то есть вычисливъ частное

$$\frac{C_1\tau_1 + C_2\tau_2 + C_3\tau_3 + \cdots + C_n\tau_n}{C_1 + C_2 + C_3 + \cdots\cdots + C_n},$$

мы получимъ реализаціонный ростъ данной группы займовъ. Такимъ-же образомъ опредѣляютъ реализаціонный ростъ второй, третьей и т. д. группы, а соединеніемъ въ новые итоги суммъ $C\tau$ (интересовъ по вычисленному реализаціонному росту на итоги реализованныхъ капиталовъ) и суммъ C (итоговъ реализованныхъ отдѣльными группами капиталовъ), получаютъ отъ раздѣленія первыхъ на вторые дальнѣйшіе выводы. Пусть, напримѣръ, государственный долгъ состоитъ изъ группы займовъ безсрочныхъ, заключенныхъ на металлическую валюту, и безсрочныхъ-же, заключенныхъ на кредитную валюту, и затѣмъ изъ трехъ группъ срочныхъ займовъ, изъ коихъ по одной погашеніе наростаетъ сложными процентами или въ геометрической прогрессіи, по другой оно остается ежегодно одинаковымъ—неизмѣняющимся, а по третьей оно единовременное по истеченіи займовыхъ сроковъ.

Въ такомъ случаѣ общій сводъ по всѣмъ этимъ группамъ будетъ имѣть слѣдующій видъ:

по займамъ	Реализованные капиталы (C).	Вычисленный реализаціонный ростъ (r).	Суммы интересовъ (Cr).
безсрочнымъ металлическимъ . . .	500.000.000	5%	25.000.000
„ кредитнымъ.	600.000.000	$4^3/_4$%	28.500.000
срочнымъ погашенія прогрессивнаго .	800.000.000	$5^1/_8$%	41.000.000
„ „ неизмѣннаго . .	75.000.000	$4^1/_2$%	3.375.000
„ „ единовременнаго	40.000.000	5%	2.000.000
всѣмъ	2.015.000.000	4,93%	99.375.000

Зная, сколько составляетъ въ общей сложности по всѣмъ займамъ реализаціонный ростъ, мы можемъ себѣ выбрать, какой угодно, типъ изъ нихъ, чтобъ на немъ показать результаты реализаціи наличнаго капитала. Такъ, если мы знаемъ, что реализаціонный ростъ получается, какъ въ нашемъ примѣрѣ въ 4,93%, то мы можемъ взять наиболѣе распространенный въ странѣ типъ займа, чтобъ на немъ показать результаты реализаціи: если этотъ типъ 3%-ная безсрочная рента, то по формулѣ $Cr = Kt$ или въ этомъ случаѣ $C \cdot 0{,}0493 = 3$ мы опредѣлимъ $C = 60.85$ за сто. Или если болѣе распространенъ типъ 5% облигаціи, погашаемой въ 81 годъ, мы воспользуемся формулою $C = 100 \cdot \frac{\varphi_{81(4.93)}}{\varphi_{81(5)}}$. Наконецъ, если болѣе въ ходу заемъ единовременно погашаемые или погашаемые ежегодно равными платежами, то мы воспользуемся формулами §§ 104 и 142.

156. Реализаціонный ростъ имѣетъ выдающееся значеніе среди признаковъ, характеризующихъ свойства публичнаго кредита и задолженности въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ; но это нисколько не мѣшаетъ и остальнымъ признакамъ сохранять свое значеніе. Такъ въ случаяхъ, когда публичный долгъ преимущественно образовался изъ срочныхъ займовъ, большой интересъ можетъ заключаться въ ближайшемъ опредѣленіи срочности въ примѣненіи къ общей суммѣ всѣхъ срочныхъ долговъ или ихъ отдѣльныхъ группъ. Политической ариѳметикѣ извѣстна задача вычисленія общаго срока нѣсколькихъ долговъ (échéance commune, échéance moyenne, mittlerer Zahlungstermin, mittlere Verfallszeit); но и эта задача обыкновенно сосредоточиваетъ на себѣ вниманіе лишь въ томъ видѣ, въ какомъ она интересна для отдѣльнаго капиталиста, а не въ томъ видѣ, въ которомъ она имѣетъ финансовое значеніе для публичныхъ займовъ. Задачу ставятъ обыкновенно въ слѣдующемъ видѣ: нѣкій капиталистъ долженъ въ три срока заплатить 2.890 рублей, изъ нихъ первые 1.294 руб. чрезъ 7 мѣсяцевъ, слѣдующіе 735 рублей чрезъ два года и послѣдніе 861 рубль чрезъ $5^1/_2$ лѣтъ; исходя изъ роста въ $5^3/_8$%, спрашивается: въ какой срокъ всѣ 2.890 рублей могутъ быть уплочены единовременно. Если мы означимъ итогъ должныхъ суммъ чрезъ S (въ нашемъ примѣрѣ $S = 2.890$ р.), а итогъ ихъ наличной стоимости чрезъ V (въ нашемъ примѣрѣ $V = 2.562$ р. 67 к.) и ростъ чрезъ t (въ нашемъ примѣрѣ $5^3/_8$%), то очевидно $V(1+t)^x = S$ и поэтому

$$x = \frac{\log S - \log V}{\log (1+t)}$$

(въ нашемъ примѣрѣ 2,297 лѣтъ). Очевидно, однако, что этотъ пріемъ можетъ быть прямо примѣняемъ только къ единовременно погашаемымъ публичнымъ займамъ,

да и то лишь на основаніи предварительно вычисленнаго для нихъ обще-сложнаго нарицательнаго по нимъ роста. Но очевидно, что та-же формула не можетъ быть прямо примѣнена къ займамъ съ погашеніемъ, наростающимъ сложными процентами, или съ неизмѣнно-равнымъ ежегоднымъ погашеніемъ. Въ принципѣ, конечно, и къ нимъ можно примѣнить вычисленіе на основаніи предварительнаго опредѣленія по каждому займу нарицательной суммы наличной стоимости причитающагося по нему погашенія, чтобъ затѣмъ по общесложному нарицательному росту всѣхъ займовъ и итогу ихъ нарицательныхъ капиталовъ вычислить ихъ общій срокъ по приведенной формулѣ. Но это только безъ надобности очень усложнило-бы дѣло. Проще опредѣленіе общаго срока можетъ быть произведено слѣдующимъ образомъ. Для займовъ съ погашеніемъ, наростающимъ сложными процентами, срокъ (n) опредѣляется, какъ извѣстно, по формулѣ $n = \frac{\log A - \log B}{\log (1+t)}$, причемъ A означаетъ всю ежесрочную сумму по займу сумму, B означаетъ часть ея, расходуемую на погашеніе, а t нарицательный ростъ по данному займу. Поэтому, если соединить въ итоги: суммы нарицательныхъ капиталовъ отдѣльныхъ займовъ (означимъ ихъ, какъ прежде, чрезъ K); суммы уплачиваемыхъ по нимъ нарицательныхъ интересовъ (J), суммы основнаго по каждому изъ нихъ погашенія (B) и наконецъ всего ежесрочнаго по каждому изъ нихъ платежа ($A = J + B$), то легко получить общесложный по всѣмъ займамъ процентный множитель по нарицательному росту или $1+t = \frac{K+J}{K}$, а затѣмъ будутъ имѣться всѣ данныя для вычисленія общаго срока по приведенной только что формулѣ n. Еще проще вычисленіе общаго срока по займамъ съ ежегодно ровнымъ погашеніемъ въ размѣрѣ части нарицательнаго капитала или $\frac{K}{n}$. Опредѣливъ суммы $\frac{K}{n}$ по каждому отдѣльному займу, соединивъ ихъ въ итогъ и раздѣливъ на этотъ итогъ общій итогъ нарицательныхъ капиталовъ, мы и получимъ обще-сложный срокъ по группѣ займовъ съ ежегодно-равнымъ погашеніемъ. Само собою разумѣется, что разъ погашеніе различныхъ группъ срочныхъ займовъ основывается на различныхъ началахъ,—этимъ опредѣляется путь для дальнѣйшаго опредѣленія общесложнаго срока займовъ всѣхъ группъ на основаніи предварительнаго опредѣленія нарицательной наличной стоимости погашенія (E) по формулѣ, относящейся къ каждой группѣ: слѣдовательно, для займовъ съ погашеніемъ, наростающимъ сложными процентами, по формулѣ $E = \frac{nA}{(1+t)^{n+1}}$, для единовременно-погашенныхъ займовъ по формулѣ $E = \frac{K}{(1+t)^n}$, а для займовъ съ ежегодно-ровнымъ погашеніемъ въ размѣрѣ $\frac{K}{n}$ по формулѣ $E = \frac{K}{n} \varphi_{n(t)}$. Опредѣливъ затѣмъ общесложный по всѣмъ срочнымъ займамъ процентный множитель нарицательнаго роста $(1+t)$ и выведя итогъ всѣхъ погашаемыхъ капиталовъ $K_1 + K_2 + \cdots K_n = S$, можно затѣмъ принять $E + E_1 \cdots + E_n = V$ и вычислить искомый срокъ по формулѣ

$$x = \frac{\log S - \log V}{\log (1+t)}.$$

157. Нѣтъ надобности останавливаться на прочихъ элементахъ общихъ выводовъ о каждой группѣ срочныхъ займовъ, напримѣръ, нарицательнаго (погаша-

емаго) и реализованнаго по нимъ капитала, которые получаются простымъ сложеніемъ.

158. Вычисленіе общихъ выводовъ по отдѣльнымъ группамъ разрабатываемыхъ матерьяловъ не исчерпываетъ, какъ извѣстно, главнѣйшихъ задачъ статистической ихъ разработки, а напротивъ одинаковую важность съ означенными выводами имѣетъ такое представленіе данныхъ, которое давало бы возможность ихъ сравненія съ различныхъ точекъ зрѣнія, обусловливаемыхъ природою данныхъ. Въ этомъ отношеніи статистическая разработка матерьяловъ о публичныхъ долгахъ должна открывать возможность сравненія, какъ между различными видами займовъ, изъ которыхъ образовался весь данный публичный (напримѣръ, государственный) долгъ въ его состояніи во всякое данное время, такъ и между различными видами тогоже долга въ разныя эпохи или моменты времени.

159. Въ этомъ случаѣ очень важно имѣть въ виду разнородность, которая вносится въ различные виды займовъ основаніями и условіями ихъ погашенія. Чтобъ наглядно показать, какъ велика эта разнородность, возьмемъ три срочныхъ займа, всѣ три — четырехпроцентные (или съ нарицательнымъ ростомъ $t = 4\%$) всѣ срокомъ—сорокалѣтніе (или $n=40$) и всѣ три реализованные при одинаковой стоимости наличнаго капитала въ 5% или при реализаціонномъ ростѣ $\tau = 0{,}05$; но пусть одинъ изъ этихъ займовъ будетъ съ ежегодно равнымъ погашеніемъ части нарицательнаго капитала K или съ погашеніемъ $B = \frac{K}{n}$; пусть другой заемъ будетъ съ погашеніемъ, наростающимъ сложными процентами или $B = \frac{Kt}{(1+t)^n - 1}$, и наконецъ пусть третій заемъ будетъ съ единовременнымъ погашеніемъ нарицательнаго капитала по истеченіи срока займа (при чемъ погашеніе будетъ равноцѣнно $B = \frac{K\tau}{(1+\tau)^n - 1}$, потому что $\frac{K\tau}{(1+\tau)^n - 1}\varphi_{n(\tau)} = \frac{K}{(1+\tau)^n}$). Положимъ, что всѣ три займа заключены на равный нарицательный капиталъ $K = 67.000{,}000$ рублей (русскихъ 4% займовъ, погашавшихся ежегодно равными частями). Посмотримъ, какія при этомъ будутъ численныя выраженія остальныхъ важнѣйшихъ элементовъ разсматриваемыхъ займовъ. Для полноты сопоставленія прибавляемъ еще и соотвѣтственныя численныя выраженія элементовъ безсрочною 4%-наго займа, заключеннаго на тотъ-же нарицательный капиталъ при томъ-же реализаціонномъ ростѣ.

		Займы съ ежегодно равнымъ погашеніемъ.	Займы съ погашеніемъ, наростающимъ сложными процентами.	Займы съ единовременнымъ погашеніемъ.	Займы безсрочные.
K	Нарицательный капиталъ . . .	67.000.000	67.000.000	67.000.000	67.000.000
C	Реализованный капиталъ . . .	59.348.300	58.084.774	55.503.418	53.600.000
R	Наличная стоимость уплатъ въ счетъ интересовъ	30.606.830	35.660.904	45.986.358	53.600.000
E	Наличная стоимость уплатъ въ счетъ погашенія	28.741.470	22.423.870	9.517.060	—
V	Разность между погашаемымъ и реализованнымъ капиталами. .	7.651.500	8.915.226	11.496.582	13.400.000

	Займы съ ежегодно равнымъ погашеніемъ.	Займы съ погашеніемъ, нарастающимъ сложными процентами.	Займы съ единовременнымъ погашеніемъ.	Займы безсрочные.
A_R Ежесрочная сумма, разноцѣнная капитализованной стоимости уплатъ въ счетъ интересовъ . .	1.783.709	2.078.252	2.680.000	2.680.000
A_E Ежесрочная сумма, равноцѣнная капитализованной стоимости уплатъ въ счетъ погашенія .	1.675.000	1.306.822	554.637	—
A_C Ежесрочная сумма, равноцѣнная реализованному капиталу .	3.458.709	3.385.074	3.234.637	2.680.000
Kt Сумма нарицательныхъ интересовъ	2.680.000 *)	2.680.000	2.680.000	2.680.000
B Нарицательное погашеніе (ежесрочное)	1.675.000	705.074	554.637	—
A Дѣйствительно расходуемая ежесрочная сумма	4.355.000 *)	3.385.074	3.234.637	2.680.000
nA Общій итогъ уплатъ за все время займа.	121.940.000 **)	135.402.960	174.200.000	
C Итогъ уплатъ въ счетъ погашенія реализованнаго капитала .	59.348.300	58.084.774	55.503.418	
J Итогъ уплатъ въ счетъ интересовъ $(nA-C)$	62.591.700	77.318.186	118.696.582	

Совершенно естественно, конечно, что кромѣ суммъ нарицательнаго капитала и нарицательныхъ интересовъ всѣ остальныя суммы оказываются весьма разнообразными и ничего общаго не представляющими, потому что формулы реализаціоннаго капитала по разсматриваемымъ видамъ займовъ существенно отличаются одна отъ другой. Въ самомъ дѣлѣ, если мы означимъ чрезъ c курсъ реализаціи, или сколько приходится реализованнаго капитала на 100 единицъ нарицательнаго капитала, то для займовъ съ погашеніемъ:

наростающимъ сложными процентами $$c = 100 \cdot \frac{\varphi_{n(\tau)}}{\varphi_{n(t)}}$$

ежегодно равнымъ $\left(\frac{K}{n}\right)$ $$c' = 100\left[\left(t + \frac{1}{n} - \frac{t}{n\tau}\right)\varphi_{n(\tau)} + \frac{t}{\tau(1+\tau)^n}\right]$$

единовременнымъ по истеченіи срока займа $$c'' = 100\left(t\varphi_{n(\tau)} + \frac{1}{(1+\tau)^n}\right)$$

для безсрочныхъ-же займовъ курсъ реализаціи составляетъ $c''' = 100 \cdot \frac{t}{\tau}$.

160. Оставляя въ силѣ коренныя условія (одинаковость 40-лѣтняго срока, 5%-наго реализаціоннаго роста и 4% — нарицательнаго роста), положимъ теперь, что разсматриваемыми займами реализуется одинъ и тотъ наличный капиталъ 59.348.300 рублей (какъ при займахъ съ ежегодно равнымъ погашеніемъ). Въ такомъ случаѣ численныя выраженія остальныхъ элементовъ разсматриваемыхъ займовъ будутъ слѣдующія:

---

*) Съ ежегоднымъ уменьшеніемъ на 67.000 рублей.

**) Конечно по формулѣ итога членовъ убывающей ариѳметической прогрессіи.

		Займы съ ежегодно равнымъ погашеніемъ.	Займы съ погашеніемъ, нарастающимъ сложными процентами.	Займы съ единовременнымъ погашеніемъ.	Займы безсрочные.
K	Нарицательный капиталъ . . .	67.000.000	68.457.444	71.641.262	74.185.375
C	Реализованный капиталъ . . .	59.348.300	59.348.300	59.348.300	59.348.300
R	Наличная стоимость уплатъ въ счетъ интересовъ	30.606.830	36.436.576	49.171.970	59.348.300
E	Наличная стоимость уплатъ въ счетъ погашенія	28.741.470	22.911.724	10.176.330	—
V	Разность между погашаемымъ и реализуемыми капиталами. . .	7.651.700	9.109.144	12.292.962	14.837.075
A_R	Ежесрочная сумма, равноцѣнная капитализованной стоимости уплатъ въ счетъ интересовъ.	1.783.709	2.123.456	2.865.651	2.967.415
A_E	Ежесрочная сумма, разноцѣнная капитализованной стоимости уплатъ въ счетъ погашенія.	1.675.000	1.335.253	593.058	—
A_C	Ежесрочная сумма, разноцѣнная релизованному капиталу . . .	3.458.709	3.458.709	3.458.709	2.967.415
Kt	Сумма нарицательныхъ интересовъ	2.680.000	2.738.298	2.865.650	2.967.415
B	Нарицательное погашеніе (ежесрочное).	1.675.000	720.401	593.058	—
A	Дѣйствительно расходуемая ежесрочная сумма	4.355.000	3.458.709	3.458.708	2.967.415
nA	Общій итогъ уплатъ за все время займа.	121.940.000	138.348.360	186.267.262	—
C	Итогъ уплатъ въ счетъ погашенія реализованнаго капитала . . .	52.348.300	39.348.300	59.348.300	
J	Итогъ уплатъ въ счетъ интересовъ ($nA-C$)	69.591.700	79.000.060	126.918.962	

Въ этомъ случаѣ одинаковости реализованнаго капитала соотвѣтствуетъ и одинаковость равноцѣнной ему ежесрочной суммы ($A_C = 3.458.709$) во всѣхъ трехъ видахъ срочныхъ займовъ. По безсрочнымъ займамъ тотъ-же наличный капиталъ реализуется при ежесрочной суммѣ лишь въ 2.967.415 рублей. Ежесрочною-же суммою въ 3.458.709 рублей при 4% нарицательныхъ и 5% реализаціонныхъ могъ бы быть заключенъ безсрочный заемъ на нарицательный капиталъ $K = \frac{3.458.709}{0.04} =$ $= 86.467{,}725$ рублей, который доставилъ бы наличный капиталъ $C = \frac{3.458.709}{0.05} =$ $= 69.174.180$ рублей.

161. Посмотримъ теперь, какое будетъ численное выраженіе элементовъ тѣхъ-же займовъ, если при одинаковости срока и роста, нарицательнаго и реализаціоннаго, мы будимъ исходить отъ того, что наличная стоимость уплатъ въ счетъ интересовъ по всѣмъ займамъ одинаковая.

	Займы съ ежегодно равнымъ погашеніемъ.	Займы съ погашеніемъ, нарастающимъ сложными процентами.	Займы единовременно погашаемые.	Безсрочные займы.
K Нарицательный капиталъ . . .	67.000.000	57.504.352	44.592.743	38.258.530
C Реализованный капиталъ . . .	59.348.300	49.852.652	36.941.043	30.606.830
R Наличная стоимость уплатъ въ счетъ интересовъ	30.606.830	30.606.830	30.606.830	30.606.830
E Наличная стоимость уплатъ въ счетъ погашенія	28.741.470	19.245.822	6.334.213	—
N Разность между погашаемымъ и реализуемыми капиталами. . .	7.651.700	7.651.700	7.651.700	7.651.700
A_R Ежесрочная сумма равноцѣнная наличной стоимости интересовъ.	1.783.710	1.783.710	1.783.710	1 530.341
A_E Ежесрочная сумма равноцѣнная наличной стоимости погашенія.	7.675.000	1.121.611	369.146	—
A_C Ежесрочная сумма равноцѣнная реализованному капиталу . . .	3.458.710	2.905.321	2.152.856	1.530.341
Kl Нарицательные интересы . . .	2.680.000	2.300.174	1.783.710	
B Ежесрочный расходъ на погашеніе.	1.675.000	605.147	369.146	
A Вся дѣйствительно расходуемая ежесрочная сумма.	4.355.000	2.905.321	2.152.856	
nA Общій итогъ уплатъ за все время займа.	121.940.000	116.212.840	115.941.143	
C Въ томъ числѣ для возврата реализованнаго капитала . . .	59.348.300	49.852.652	36.941.043	
J Весь расходъ на уплату интересовъ	62.591.700	66.360.188	79.000.100	

Въ этомъ случаѣ мы видимъ, что когда наличная стоимость уплатъ въ счетъ интересовъ выражается въ одинаковой суммѣ по всѣмъ видамъ займамъ, то въ одинаковой-же суммѣ по всѣмъ этимъ видамъ выражается и разность между нарицательнымъ (погашаемымъ) и реализованнымъ капиталомъ, такъ какъ эта разность составляетъ лишь доплату къ нарицательной суммѣ расхода на уплату интересовъ. Это даетъ поводъ кстати отмѣтить нѣкоторую неточность, присущую выраженіямъ наличной стоимости уплатъ въ счетъ «интересовъ» и въ счетъ «погашенія», когда не оговаривается, что всегда при этомъ имѣются въ виду *нарицательныя* суммы, расходуемыя на уплаты интересовъ и погашенія. На дѣлѣ совсѣмъ не все то, что расходуется «на погашеніе», представляетъ дѣйствительно погашеніе. Точный смыслъ «погашенія» заключается въ *возвратѣ* того, что было *занято*, то есть, при заключеніи долга дѣйствительно поступило или реализовано. Слѣдовательно, въ точномъ смыслѣ «погашаемъ» можетъ быть лишь реализованный капиталъ. Если-же въ составъ расхода на погашеніе входятъ суммы, превышающія необходимое для возврата занятаго капитала, то очевидно, что этимъ суммамъ присвоивается лишь названіе, нарицаніе, погашенія, но онѣ не составляютъ дѣйствительнаго погашенія. Не всякая уплата долга составлястъ погашеніе его, потому что «погашать» можно только заемъ, а долгъ возникаетъ не только отъ займа, а отъ всякаго обязательства, подлежащаго исполненію. Обязательство уплаты интересовъ составляетъ тоже долгъ; самостоятельное его значеніе, какъ таковаго, явственно выступаетъ при не-

исправности заемщика; но очевидно, было-бы лишь путаницею понятій и словъ, еслибъ мы стали говорить, что расходъ на уплату интересовъ составляетъ погашеніе долга по обязательству ихъ уплаты. Говоря короче: уплата долга—понятіе родовое, обнимающее всѣ способы «прекращенія» всякихъ обязательствъ, возникающихъ изъ договоровъ и какъ-бы изъ договоровъ (ex contractu и quasi ex contractu), — погашеніе-же (аммортизація) есть видовое понятіе объ исполненіи не всякаго, а лишь одного опредѣленнаго обязательства по возврату полученнаго при займѣ капитала, обязательства, которое при публичныхъ займахъ отличается тою особенностью, что иногда (при безсрочныхъ займахъ) его можетъ и совсѣмъ не быть. Поэтому расходъ должника на уплату разности между нарицательнымъ и реализованнымъ капиталами, хотя онъ и входитъ въ составъ расходовъ на погашеніе, потому что онъ производится вмѣстѣ съ ними и оттого съ ними сливается въ одну сумму, не составляетъ на самомъ дѣлѣ погашенія, какъ это явствуетъ и изъ объясненій о существѣ означенной разности, изложенныхъ въ предъидущей главѣ. И оттого-же нарицательныя суммы расхода на погашеніе, превышая капиталъ, полученный (реализованный) заключеніемъ займа, въ размѣрѣ упомянутой разности, на дѣлѣ относятся совсѣмъ не къ погашенію, а составляютъ дополнительный расходъ къ нарицательнымъ суммамъ, расходуемымъ на уплату интересовъ. Поэтому для точнаго представленія наличной стоимости уплатъ въ счетъ погашенія и въ счетъ интересовъ, необходимо отдѣльно вычислить наличную стоимость той части нарицательнаго погашенія, которая касается разности между нарицательнымъ и реализованнымъ капиталами, и результатъ вычисленія вычесть изъ нарицательной суммы наличной стоимости уплатъ въ счетъ погашенія и его прибавить къ нарицательной суммѣ наличной стоимости уплатъ въ счетъ интересовъ. Конечно, вычисленіе это по каждой категоріи срочныхъ займовъ нужно производить по свойственной этой категоріи формулѣ наличной стоимости уплатъ въ счетъ погашенія. Въ нашемъ примѣрѣ, мы въ данномъ случаѣ видимъ, что одинаковой нарицательной суммѣ уплатъ въ счетъ интересовъ (30.606.830 р.) во всѣхъ трехъ категоріяхъ срочныхъ займовъ соотвѣтствуетъ и одинаковая абсолютная сумма разности между нарицательными и реализованными капиталами (7.651.700 руб.), хотя сами суммы, какъ нарицательныхъ, такъ и реализованныхъ капиталовъ, самыя разнообразныя. Но если мы правильно вычислимъ наличную стоимость уплатъ въ счетъ погашенія означенной разности (7.651.700 р.), то окажется, что по займамъ съ ежегодно равнымъ погашеніемъ она составляетъ $\frac{7.651.700}{40}\varphi_{40\,(5\%)} =$ $=3.293.258$ рублей,—по займамъ съ погашеніемъ, наростающимъ сложными процентами, она составляетъ $\frac{7.651.700}{\varphi_{40\,(4)}\cdot 0.01}\left(\frac{1}{(1,04)^{40}}-\frac{1}{(1,05)^{40}}\right) = 2.548.856$ рублей,—наконецъ по займамъ, единовременно погашаемымъ по истеченіи всего срока займа, оно составляетъ $\frac{7.651.700}{(1,05)^{40}} = 1.081.777$ рублей. Принявъ во вниманіе эти суммы, мы должны опредѣлить дѣйствительную наличную стоимость уплатъ въ счетъ интересовъ совсѣмъ не одинаковою суммою 30.606.830 руб., а по займамъ съ ежегодно равнымъ погашеніемъ на 3.293.258 р. больше, или всего 33.900.088 р., по займамъ съ погашеніемъ, наростающимъ сложными процентами, на 2.548.856 р. больше или

всего 33.155.686 р., а по займамъ съ единовременнымъ погашеніемъ на 1.081.777 р. больше или всего 31.688.607 р.; соотвѣтственно же этому дѣйствительная наличная стоимость уплатъ въ счетъ погашенія уменьшится по займамъ перваго рода до 25.448.212 р., по займамъ второго рода до 16.696.966 р., а по займамъ третьяго рода до 5.252.436 рублей.

162. Чтобъ исчерпать дѣлаемое нами сопоставленіе, посмотримъ еще, какое будетъ численное выраженіе элементовъ разсматриваемыхъ категорій займовъ, если при тѣхъ-же основныхъ предположеніяхъ (одинаковости срока и одинаковости роста, нарицательнаго и реализаціоннаго) мы предположимъ, что нарицательная сумма наличной стоимости уплатъ въ счетъ погашенія по всѣхъ трехъ категоріяхъ одинаковая. Различія тогда окажутся наиболѣе значительныя, какъ видно изъ слѣдующей таблицы.

		Займы съ ежегодно равнымъ погашеніемъ.	Займы съ погашеніемъ, нарастающимъ сложными процентами.	Займы съ единовременнымъ погашеніемъ.
K	Нарицательный капиталъ	67.000.000	85.877.344	202.339.673
C	Реализованный капиталъ	59.348.380	74.450.145	167.620.077
R	Наличная стоимость уплатъ въ счетъ интересовъ	30.606.830	45.708.675	138.878.607
E	Наличная стоимость уплатъ въ счетъ погашенія	28.741.470	28.741.470	28.741.470
V	Разность между нарицательнымъ и реализованнымъ капиталами . . .	7.650.700	11.427.169	34.719.596
A_R	Ежесрочная сумма равноцѣнная наличной стоимости интересовъ . . .	1.183.709	2.663.817	8.093.587
A_E	Ежесрочная сумма, равноцѣнная наличной стоимости погашенія . . .	1.675.000	1.675.000	1.675.000
A_O	Ежесрочная сумма, равноцѣнная реализованному капиталу	3.458.709	4.338.817	9.763.587
Kt	Нарицательные интересы	2.680.000	3.435.092	8.093.587
B	Ежесрочный расходъ на погашеніе.	1.675.000	903.725	1.675.000
A	Вся дѣйствительно расходуемая ежесрочная сумма.	4.355.000	4.338.817	9.763.587
nA	Общій итогъ уплатъ за все время займа	121.940.000	173.552.680	526.683.153
C	Въ томъ числѣ для возврата реализованнаго капитала.	59.348.300	74.450.145	167.620.077
J	Весь расходъ на уплату интересовъ.	62.591.700	99.102.535	359.063.076

163. Приведенныя вычисленія показываютъ, что различныя категоріи публичныхъ займовъ до такой степени сильно индивидуализируются свойствами и особенностями каждаго изъ ихъ элементовъ, что никоимъ образомъ нельзя полагаться на одинаковость ихъ въ нѣкоторыхъ, хотя бы самыхъ коренныхъ отношеніяхъ, чтобъ изъ этого заключить объ ихъ полной однородности. Задача статистической разработки матерьяловъ о публичныхъ займахъ можетъ поэтому заключаться лишь въ стремленіи къ исчерпывающей предметъ полнотѣ разработки, освѣщающей предметъ по возможности со всѣхъ его сторонъ, обнаруживающей всѣ его свойства и особенности. Затѣмъ уже отъ теоретическаго или практическаго интереса каждого отдѣльного случая, ясно сознающаго, съ какой спеціяльной точки зрѣнія

предметъ расматривается въ данномъ случаѣ, возможно такое группированіе разработанныхъ данныхъ, которое необходимо для правильнаго сравненія.

164. Естественно, конечно, что когда дѣло касается срочныхъ займовъ одной и той-же категоріи, оно нѣсколько упрощается, но связанныя съ нимъ трудности не исчезаютъ совершенно. Всего проще задача, когда всѣ займы, погашеніе коихъ основано на однородныхъ началахъ, одинаковаго срока; тогда вычисленіе реализаціоннаго по каждому займу роста дастъ полную возможность сравненія между ними, какъ вполнѣ однородныхъ величинъ. Но когда сроки займовъ различны, какъ бываетъ большею частью, то они представляютъ совершенно разнородныя величины, такъ же точно недопускающія сопоставленія и сравненія (развѣ-что именно для обнаруженія ихъ разнородности), какъ не могутъ быть сопоставляемы и сравниваемы суммы разныхъ наименованій, напримѣръ суммы, выраженныя въ рубляхъ, съ суммами выраженными въ иной единицѣ денежной стоимости, или какъ нельзя сопоставлять и сравнивать количества въ русскихъ мѣрахъ поверхности, протяженія, тяжести и т. д. съ мѣрами англійскими или метрическими. Во всѣхъ подобныхъ случаяхъ, какъ извѣстно, требуется, чтобъ подлежащія сопоставленію и сравненію величины были предварительно приведены къ одному наименованію. И это-же необходимо сдѣлать съ займами, когда они принадлежатъ къ одной и той-же категоріи срочныхъ займовъ, но отличаются разнообразіемъ въ срокахъ, на которые они заключены: они должны быть приведены къ единицѣ равнаго наименованія и только тогда сравненіе вполнѣ совмѣстимо съ значеніемъ сроковъ въ сопоставляемыхъ займахъ и ничего не измѣняетъ, ни въ ихъ существѣ, ни въ ихъ значеніи для характеристики положенія должника въ зависимости отъ состоянія его долга. Такъ какъ значенію займовыхъ сроковъ присуща извѣстная сбивчивость, то умѣстно представить по этому предмету нѣкоторыя объясненія.

165. Всякій понимаетъ, что срокъ принадлежитъ къ числу обременяющихъ должника условій займа, выражающихъ силу заимодавца, въ нѣкоторомъ родѣ — ножъ, подъ которымъ заимодавецъ держитъ должника. Отсюда очень легко сдѣлать заключеніе, что бремя, представляемое долговымъ срокомъ, прямо пропорціонально его продолжительности: что когда должнику приходится производить платежи по долгу болѣе продолжительное время, то онъ сильнѣе обремененъ и болѣе зависимъ отъ заимодавца, чѣмъ, когда ему приходится производить платежи менѣе продолжительное время. Но это заключеніе — ошибочное, потому что, во-первыхъ, въ немъ сроку займа приписывается то, что совсѣмъ не отъ займа зависитъ, и во-вторыхъ, въ его основаніи лежитъ превратное представленіе о существѣ долгового срока, о томъ, чѣмъ онъ обременителенъ. А именно въ этомъ случаѣ прежде всего ошибочно сроку займа приписывается необходимость, болѣе или менѣе продолжительное время оставаться въ долгу. Очевидно, что какъ необходимость заключенія займа предшествуетъ всякому долгу, а слѣдовательно—и его сроку, такъ необходимость то или иное продолжительное время оставаться въ долгу тоже опредѣляется лишь средствами и положеніемъ заемщика. Изъ двухъ людей, находящихся въ затруднительномъ положеніи, изъ котораго они ищутъ выхода, тотъ, который совсѣмъ не располагаетъ кредитомъ и не можетъ найти выхода въ заключеніи займа, очевидно находится въ болѣе тяжеломъ положеніи, чѣмъ тотъ, который находитъ себѣ помощь въ занятомъ капиталѣ. Затѣмъ само собою очевидно, что изъ двухъ

должниковъ тотъ, котораго положеніе скорѣе улучшится, въ состояніи будетъ и скорѣе выйти изъ долга, совершенно независимо отъ продолжительности срока, на который его долгъ заключенъ. Пока-же положеніе должника не улучшится, пока будетъ продолжаться необходимость въ помощи полученнаго въ долгъ капитала, будетъ продолжаться необходимость и готовность производить и платежи за этотъ капиталъ—тоже совершенно независимо отъ продолжительности срока, на который заключенъ долгъ. Продолжительность времени, въ теченіи котораго производятся платежи по долгу, соразмѣрна лишь продолжительности времени, въ теченіи котораго въ распоряженіи должника остается занятый капиталъ вслѣдствіе того, что нужда въ этомъ капиталѣ продолжается, а не вслѣдствіе срока, на который долгъ заключенъ *). Никто не заключаетъ долга и никто не удержи-

*) Поэтому ошибочно, когда, напримѣръ (какъ сдѣлано въ одномъ очень распространенномъ у насъ изданіи и какъ часто у насъ дѣлаютъ) сумма заключеннаго на 37 лѣтъ 5%-наго долга на 100.000.000 рублей, по которому ежегодно уплачивается 5.983.979 рублей, противупоставляется итогу уплатъ за все время долга $5.983.979 \times 37 = 221.407.223$, или сумма заключеннаго на 81 годъ 5%-го же долга на 100.000.000 р., съ ежегодною уплатою по 5.097.963 р., противупоставляется итогу уплатъ въ $5.097.963 \times 81 = 412.935.000$ р.—и затѣмъ удивляются, что «за 100.000.000 рублей» въ одномъ случаѣ «переплочено» съ лишнимъ въ $2^1/_5$ раза больше, а въ другомъ даже съ лишнимъ въ $4^1/_8$ раза больше. Положимъ, что по первому займу дѣйствительно занято (реализовано) 88.180.000 рублей, что соотвѣтствуетъ 6% за наличный капиталъ, а по второму займу 91.480.000 рублей, что соотвѣтствуетъ $5^1/_2$% за капиталъ. Слѣдовательно, расходъ на уплату интересовъ составлялъ по первому займу 133.227.223 руб., а по второму 321.455.000 рублей. Эти-то расходы неправильно противупоставлять суммѣ занятаго капитала, потому что они заплочены не только за эту сумму, но и за время, въ теченіи котораго она находилась въ пользованіи должника и онъ имѣлъ всѣ выгоды отъ нея. Если за сумму въ 20.000 рублей при 5% за капиталъ уплачивается 500 рублей за полгода, то никто не удивляется, что за сумму вдвое меньшую, въ 10.000 рублей, при тѣхъ-же 5%, уплачиваются тѣже 500 рублей за цѣлый годъ. Также точно никто не удивлялся бы, что, при 6% за капиталъ, за сумму въ 10.000 рублей, которой должникъ пользовался 5 лѣтъ, онъ уплатилъ тѣже 3.000 рублей, которые за 1 годъ уплатилъ другой должникъ за сумму въ 50.000 рублей, потому что при одной и той-же платѣ за капиталъ все равно, имѣть-ли въ своемъ распоряженіи 5 лѣтъ сумму въ 10.000 рублей или сумму впятеро большую въ теченіи времени впятеро болѣе короткаго. Но также точно должникъ, который, при 6% на капиталъ, за сумму, остававшуюся въ его распоряженіи 37 лѣтъ, расходуетъ на уплату интересовъ 133.227.223 рубля, находится въ такомъ-же положеніи, въ какомъ находится должникъ, который по 6% на капиталъ за одинъ годъ тѣже 133.227.223 рубля долженъ израсходовать на проценты по долгу въ 2220.453.713 рублей. Ибо при 6% на капиталъ рѣшительно все равно, пользоваться-ли одинъ годъ капиталомъ въ 2220.453.716 рублей, или получить въ свое распоряженіе занятый капиталъ въ 88.180.000 рублей для возврата его лишь впродолженіи 37 лѣтъ: въ томъ и другомъ случаѣ интересы составляютъ тѣже 133.227.223 рубля. Равнымъ образомъ при $5^1/_2$% на капиталъ все равно, пользоваться-ли одинъ годъ занятымъ капиталомъ суммою въ 5844.636.363 рубля, или имѣть въ своемъ распоряженіи занятый капиталъ въ 91.480.000 рублей, подлежащій возврату лишь впродолженіи 81 года. И также точно, какъ насъ не удивило-бъ, что при $5^1/_2$% са капиталъ по долгу въ 5844.636.363 рубля нужно уплатить за одинъ годъ интересовъ 321.455.000 руб., нѣтъ основанія удивляться и тому, что за капиталъ въ 91.488.000 рублей, которымъ должникъ можетъ пользоваться съ правомъ медленнаго его погашенія лишь въ теченіи 81 года, приходится израсходовать на уплату интересовъ тѣже 321.455.000 рублей: въ обоихъ случаяхъ одною и тою-же суммою оплачивается одно и тоже, а именно—*произведеніе капитала на время, впродолженіе котораго онъ состоялъ въ долгу*, только въ одномъ случаѣ мы легко можемъ видѣть оплачиваемый предметъ, потому что осязательный его элементъ (капиталъ) очень великъ, а отвлеченный его элементъ (время) потому

ваетъ въ своемъ распоряженіи и пользованіи чужаго капитала, полученнаго въ долгъ, иначе какъ по необходимости или выгодности. Не оттого болѣе или менѣе продолжительное время остаются въ долгу, что долгъ заключенъ и его срокъ еще не истекъ, а оттого, что не имѣютъ средствъ для его уплаты. Когда занятый капиталъ ни на что не нуженъ, то ничто не мѣшаетъ его употребленію на уплату долга, сколько-бы ни оставалось еще времени до истеченія его срока. Продолженіе-же долга и производство по нему платежа составляютъ прямыя свидѣтельства того, что занятый капиталъ должнику еще нуженъ и что заключенный долгъ въ какомъ нибудь отношеніи приноситъ пользу, ради которой и въ оплату которой и производятся ежесрочные расходы. Нѣтъ никакого сомнѣнія, что гораздо выгоднѣе, если занятый капиталъ не нуженъ и можно обойтись безъ продолженія долга, но это никакого отношенія не имѣетъ до срока долга, заключаемаго именно и только тогда, когда то, что наиболѣе выгодно, оказывается несоотвѣтствующимъ положенію, а положеніе — такое, при которомъ имѣть помощь въ занятомъ капиталѣ въ продолженіи всего времени, пока безъ него не могутъ обходиться, все-таки выгоднѣе, чѣмъ быть лишеннымъ этой помощи. Въ подобномъ-же положеніи долгъ составляетъ ощутительное бремя, тяжесть котораго прямо выражается платежами по нему. Должникъ, носящій ощутительное бремя платежей, поэтому заинтересованъ, *чтобъ ему дали время справиться* съ этимъ бременемъ, и чѣмъ больше у него для этого времени, тѣмъ ему легче. *Болѣе продолжительное время въ этомъ случаѣ означаетъ болѣе умѣренные платежи, менѣе же продолжительное время означаетъ болѣе значительное и болѣе тяжелые платежи.* Такимъ образомъ долговой срокъ, ограничивая время, въ которое должникъ вправѣ удерживать въ своемъ распоряженіи занятый капиталъ, и слѣдовательно — опредѣляя именно ту продолжительность времени, отъ которой зависитъ, какъ велики платежи по долгу, существенно отличается отъ той продолжительности времени, въ которой выражается, какъ долго еще нуженъ занятый капиталъ, въ отношеніи которой должнику дѣйствительно выгоднѣе, чтобъ она была возможно меньшая, но которая совершенно независима отъ условій займа. Напротивъ, долговой срокъ означаетъ ту продолжительность времени, которая для должника тѣмъ болѣе или менѣе выгодна, чѣмъ сама она больше или меньше, потому что въ зависимости отъ этого его обременяютъ болѣе или менѣе значительные платежи. Если въ той мѣрѣ, въ какой положеніе должника зависитъ отъ его собственныхъ средствъ, всего выгоднѣе для него или совсѣмъ не имѣть долговъ или имѣть ихъ возможно менѣе продолжительное время,—то наоборотъ въ той мѣрѣ, въ какой нужда въ кредитѣ оказывается настоятельною и неотложною, а долгъ неминуемымъ, интересъ сосредоточивается уже на томъ, чтобъ помощь кредита не отнималась у должника возможно болѣе продолжительное время и онъ посильно могъ справиться съ своимъ положеніемъ. Съ этимъ-то интересомъ сталкивается и ему противуположенъ интересъ заимодавца, когда послѣдній долговымъ срокомъ ограничиваетъ опредѣленными предѣлами время, въ теченіи котораго должникъ вправѣ удерживать въ своемъ распоряженіи занятый капиталъ, безъ всякаго соображенія съ временемъ, въ те-

именно легче схватить, что онъ невеликъ, во-второмъ-же случаѣ пересиливаетъ отвлеченный элементъ (время), оцѣнка котораго не такъ легко дается сразу и требуетъ нѣкотораго умственнаго усилія.

ченіи котораго дѣйствительно продолжается нужда въ занятомъ капиталѣ. Если отъ этого послѣдняго времени зависитъ, какіе платежи по долгу заемщикъ *въ силахъ* производить, то долговой срокъ опредѣляетъ, какіе онъ *долженъ* производить платежи вслѣдствіе требованій заимодавца, все равно посильны-ли они, или непосильны. Когда заимодавецъ желаетъ имѣть заемщика въ своей власти, то всего лучше онъ этого достигаетъ постановкою заемщика въ зависимость отъ менѣе продолжительнаго срока, потому что тогда заемщикъ долженъ производить платежи, соображенныя не съ его, должника, платежными силами, а съ выгодами заимодавца, хотя-бы выгоды эти прямо заключались въ требованіи отъ заемщика непосильныхъ платежей, завѣдомо растраивающихъ бюджетъ должника и порождающихъ въ этомъ бюджетѣ хроническіе дефициты, ведущіе за собою необходимость заключенія новыхъ долговъ и приводящіе тѣмъ должника къ тому положенію, которое называютъ «безвыходнымъ», потому что «запутавшись» въ долгахъ, должникъ совсѣмъ теряетъ возможность исправно исполнять принятыя обязательства и дѣлается «несостоятельнымъ», неспособнымъ выйти изъ долга. Въ этомъ отношеніи, однако, долгосрочные займы выгодно отличаются отъ краткосрочныхъ тѣмъ, что въ послѣднихъ возвратъ занятаго капитала болѣе тяжелъ, происходя скорѣе и сразу, тогда какъ все существо долгосрочныхъ займовъ заключается въ облегченіи тягости уплаты заключеннаго долга распредѣленіемъ ея на болѣе продолжительное время. Это преимущество, конечно, тѣмъ важнѣе для должника, чѣмъ тяжелѣе для него уже одна уплата интересовъ по долгу. Когда даже уплата только интересовъ уже составляетъ для должника очень чувствительное бремя, которое онъ еле-еле выноситъ, съ трудомъ сводя концы съ концами въ своемъ бюджетѣ, находящемся въ неустойчивомъ равновѣсіи, часто теряемомъ и часто-же вынуждающемъ къ заключенію новыхъ долговъ, — тогда дополнительная тягость, представляемая погашеніемъ капитала долга, получаетъ выдающееся значеніе для финансоваго положенія должника. Должникъ, котораго бюджетъ еле-еле находится въ равновѣсіи, очевидно, не станетъ разсуждать о томъ, какъ бы было для него выгодно, еслибъ онъ могъ поскорѣе погасить свой долгъ, такъ какъ этимъ онъ лишь обнаружилъ-бы неумѣніе отличать трезвое сужденіе отъ фантастическаго мечтанія. Скорѣе погасить долгъ можно только увеличеніемъ производимыхъ для того платежей, слѣдовательно — когда бюджетъ даетъ избытки, не только устраняющіе всякую необходимость заключенія новыхъ долговъ, но дающіе возможность ускорить уплату (погашеніе) прежнихъ долговъ. Когда-же избытковъ нѣтъ, а вмѣсто нихъ часто повторяются дефициты и заключеніе новыхъ долговъ, то при такомъ положеніи погашеніе прежнихъ долговъ, во-первыхъ, совсѣмъ не уменьшаетъ задолженности, а напротивъ можетъ сопровождаться увеличеніемъ ея и даже замѣною сравнительно легкого ея вида другимъ болѣе тяжелымъ видомъ; а во-вторыхъ, чѣмъ больше расходы на погашеніе, чѣмъ значительнѣе требованія, имъ предъявляемыя бюджету, тѣмъ сильнѣе отъ нихъ будетъ зависимость бюджета, равновѣсія въ немъ, тѣмъ легче они могутъ растраивать равновѣсіе, тѣмъ значительнѣе дефициты бюджета, могущіе отъ того оказаться. Требованія-же, предъявляемыя погашеніемъ долговъ всякому бюджету, опредѣляются во-первыхъ сроками, на которые долги заключены, и во-вторыхъ большею или меньшею близостью времени, когда сроки оканчиваются. Поэтому всякій бюджетъ, удержаніе котораго въ равновѣсіи

связано съ затрудненіями, заинтересованъ, чтобъ погашеніе требовало возможно менѣе обременительнаго расхода, то есть: во-первыхъ, чтобъ долги, по которымъ оно производится, были со сроками, возможно болѣе продолжительными, и во-вторыхъ, чтобъ между этими сроками было возможно менѣе такихъ, которые близки къ окончанію, когда расходы на погашеніе сильно возрастаютъ.

Но удержаніе равновѣсія, какъ извѣстно, съ наибольшими затрудненіями связано въ государственномъ хозяйствѣ. Поэтому въ области финансовъ всего ранѣе начали заботиться о такой постановкѣ государственныхъ расходовъ на погашеніе долговъ, чтобъ ихъ вліяніе на равновѣсіе въ бюджетѣ было наименѣе ощутительно; и все-таки съ того времени, когда эта задача впервые была поставлена (въ Англіи сэромъ Робертомъ Вальполемъ около 1715 г.), до того времени, какъ съ нею справились въ большихъ западно-европейскихъ государствахъ, прошло съ лишнимъ полтора столѣтія. Прежде всего сознана была необходимость совсѣмъ устранить изъ государственнаго хозяйства ту зависимость должника отъ заимодавца, которая неминуемо связана со срочностью займовъ, то есть съ обязательнымъ погашеніемъ долгового капитала въ извѣстный условленный срокъ. Всякій опредѣленный срокъ, даже очень продолжительный, постепенно сокращается и, когда приближается моментъ его истеченія, то онъ становится опаснымъ для равновѣсія въ бюджетѣ значительностью наростающихъ къ тому времени требованій для расходовъ на погашеніе. Но въ этомъ отношеніи полное (радикальное) устраненіе зависимости должника отъ заимодавца возможно лишь однимъ путемъ: совершеннымъ устраненіемъ обязательства погашенія изъ тѣхъ обязательствъ, которыя должникъ на себя принимаетъ, заключая заемъ. Должникъ долженъ въ отношеніи погашенія получить полную свободу—производить его не тогда и не въ той мѣрѣ, когда и насколько это выгодно заимодавцу, согласно условіямъ долгового договора, а лишь тогда и въ той мѣрѣ, въ какой это ему, должнику, выгодно. Для этого-же заимодавецъ долженъ совсѣмъ отказаться отъ того способа держать отъ себя въ зависимости должника, который представляется срокомъ. Слѣдовательно, при постановкѣ такой задачи никакого опредѣленнаго срока въ публичномъ займѣ не должно быть совсѣмъ. Заимодавецъ долженъ согласиться уступить наличный капиталъ въ распоряженіе должника на неограниченное никакимъ предѣломъ время, слѣдовательно—совершенно отречься отъ всякаго права требовать возврата капитала или погашенія долга, когда-бы то ни было и въ какомъ-бы то ни было видѣ. При такомъ условіи заемщикъ, признавая своимъ долгомъ извѣстную сумму, по ней обязывается ежесрочно уплачивать одни лишь интересы въ условленномъ размѣрѣ. Всякій-же дополнительный расходъ на погашеніе не обязателенъ для должника, а всецѣло зависитъ отъ его усмотрѣнія. Заключенный на этихъ условіяхъ публичный долгъ и называется безсрочнымъ долгомъ или «вѣчнымъ» въ томъ смыслѣ, что по нему на заимодавцѣ лежитъ вѣчное обязательство никогда не требовать погашенія долга. Къ этой-то формѣ долгосрочныхъ займовъ Англія перешла въ началѣ XVIII вѣка, Франція ее у себя установила, какъ коренное финансовое установленіе, въ концѣ XVIII в., въ Пруссіи-же и Австріи она окончательно установилась лишь съ конца 1860-хъ годовъ. Хотя полное устраненіе неблагопріятнаго вліянія на равновѣсіе въ бюджетѣ расходовъ на погашеніе государственныхъ долговъ въ Англіи было достигнуто не ранѣе конца 1820-хъ годовъ,

во Франціи лишь въ началѣ 1870-хъ годовъ и около того-же времени въ Австріи и Пруссіи,—но въ этомъ случаѣ дѣло шло уже о неблагопріятномъ вліяніи на государственные бюджеты погашенія, не обязательнаго, вытекающаго изъ срочности займовъ, а добровольнаго, установленнаго на невѣрныхъ началахъ,—поэтому для существа настоящихъ объясненій сторонняго. — Государства, которыя не успѣли еще или не были въ состояніи обезпечить свои бюджеты отъ неблагопріятнаго на нихъ вліянія расходовъ на обязательное погашеніе, остаются при срочныхъ займахъ, и въ срокахъ, на которые они заключаютъ свои займы, а также въ близости этихъ сроковъ къ окончанію, выражается—съ одной стороны—насколько они въ силахъ противостоять стремленію заимодавцевъ требованіемъ ускореннаго погашенія долга болѣе сильно вліять на бюджетъ заемщика, а съ другой—какъ велика тягость, обременяющая бюджетъ, отъ необходимости погашать долги, хотя-бы эта необходимость ставила бюджету непосильныя задачи. Когда государство въ состояніи заключать свои долги на очень продолжительные сроки и когда оно въ состояніи отсрочивать на продолжительное время тѣ изъ прежнихъ долговъ, сроки которыхъ приблизились къ окончанію и которые требуютъ для ихъ погашенія расходовъ, непосильныхъ для бюджета, растраивающихъ равновѣсіе въ немъ, — тогда это доказываетъ, что кредитъ государства достаточно проченъ, чтобъ представлять для государства оборонительную силу, съ которою заимодавцы вынуждены считаться и въ виду которой имъ приходится отступать. Когда-же государству приходится имѣть дѣло съ заимодавцами, требующими, чтобъ погашеніе долга произошло въ менѣе продолжительные сроки, и когда вслѣдствіе приближенія къ окончанію сроковъ по прежде заключеннымъ долгамъ волею-неволею приходится производить значительно возросшіе расходы на погашеніе, какъ ни неблагопріятно ихъ вліяніе на равновѣсіе въ бюджетѣ и хотя въ тоже время приходится заключать новые долги, — то очевидно, въ этомъ лишь обнаруживается финансовое малосиліе.

166. Изъ изложенныхъ объясненій слѣдуетъ, что по срокамъ займовъ никоимъ образомъ нельзя судить о томъ, въ какой мѣрѣ должникъ болѣе или менѣе нуждается въ занятомъ капиталѣ. Короткій срокъ, на который заключается заемъ, или приближеніе къ окончанію срока, на который заемъ первоначально былъ заключенъ, совсѣмъ не означаютъ, что задолженность будетъ продолжаться лишь короткое время. Какъ долго можетъ продолжаться задолженность, зависитъ единственно и исключительно отъ средствъ должника, отъ состоянія его бюджета, даетъ-ли бюджетъ избытки для уменьшенія задолженности и велики-ли эти избытки. Отъ долговыхъ-же сроковъ зависитъ *только* высота расходовъ на обязательное погашеніе, большее или меньшее бремя, которымъ эти расходы ложатся на бюджетъ должника. Если займы уже съ самаго начала были заключены на короткіе сроки, или если займы первоначально были заключены на долгіе сроки, но эти сроки съ теченіемъ времени приблизились къ окончанію, то этимъ обусловливается значительное бремя, которымъ расходъ на обязательное погашеніе будетъ ложиться на бюджетъ должника. Въ противномъ случаѣ, при долгихъ срокахъ, бремя будетъ болѣе легкое. При короткихъ или сильно сократившихся срокахъ положеніе должника, насколько оно зависитъ отъ лежащаго на немъ бремени долговыхъ платежей, будетъ болѣе тяжелое; напротивъ, при отдаленныхъ срокахъ

положеніе должника будетъ болѣе благопріятное. — Само собою разумѣется при этомъ, что высота расходовъ на уплату интересовъ по долгамъ никакого отношенія къ ихъ срокамъ не имѣетъ, какъ-бы различны ни были и какъ-бы ни измѣнялись сроки.—Поэтому, когда сопоставляются займы разныхъ сроковъ, то, предполагая одинаковыми основанія, на которыхъ построено ихъ погашеніе, задача сравненія разныхъ долговыхъ капиталовъ, подлежащихъ обязательному погашенію въ различные сроки, сводится къ вычисленію равноцѣнныхъ (эквивалентныхъ) долговыхъ капиталовъ, погашаемыхъ въ одинаковые сроки. Или: если два долговыхъ капитала соединены съ различными тягостями для ихъ обязательнаго погашенія, то задача заключается въ выясненіи, какіе имъ равноцѣнны другіе два долговыхъ капитала, соединенные съ одинаковыми тягостями для ихъ обязательнаго погашенія? Напримѣръ: если изъ двухъ 5%-ныхъ займовъ одинъ заключенъ на 37 лѣтъ, а другой на 81 годъ, то разница въ срокахъ означаетъ лишь одно: что по первому займу на должникѣ лежитъ бремя ежегоднаго расхода 5.983.979 р., а по второму лишь 5.097.963 рубля, или же по первому займу больше, чѣмъ по второму на 886.076 р., на которые бремя расхода на обязательное погашеніе по первому займу больше, чѣмъ по второму. Какъ долго будетъ длиться нужда въ занятомъ каждымъ изъ этихъ долговъ капиталѣ, изъ ихъ сроковъ заключить нельзя, конечно, но очевидно, что если она будетъ продолжаться только 37 лѣтъ, то это будетъ означать, что въ теченіи этого времени должникъ въ состояніи погасить свой долгъ независимо отъ того, заключенъ-ли онъ только на 37 лѣтъ, или на 81 годъ; если-же потребность въ занятомъ капиталѣ будетъ длиться 81 годъ, то очевидно, при срокѣ займа въ 37 лѣтъ должникъ будетъ обремененъ погасительнымъ расходомъ въ 10 разъ болѣе тяжелымъ, чѣмъ тотъ, которымъ онъ былъ-бы обремененъ, еслибъ заемъ былъ заключенъ на срокъ 81 года. Это мы заключаемъ изъ того, что приведенный къ одной (первой) единицѣ времени, расходъ на обязательное погашеніе составляетъ при 37-лѣтнемъ срокѣ 983.979 рублей, а при 81-лѣтнемъ срокѣ лишь 97.963 рубля. Такъ какъ изъ всѣхъ разнообразныхъ сроковъ, на которые первоначально заключались различные займы, образующіе государственный долгъ въ данное время, наиболѣе продолжительный составляетъ тотъ срокъ, который для должника наиболѣе выгодный, какъ соединенный съ наименьшимъ расходомъ на обязательное погашеніе, то наиболѣе наглядный способъ сравнительнаго представленія того состоянія, въ которомъ государственный долгъ находился въ разные моменты, въ зависимости отъ бремени обязательнаго погашенія, заключается въ вычисленіи по состоянію непогашенной части нарицательнаго капитала каждаго займа въ сравниваемые моменты той ежесрочной суммы, которая при первоначальномъ нарицательномъ ростѣ каждаго займа потребовалась-бы, еслибъ его срокъ былъ удлиненъ и уравненъ съ наиболѣе продолжительнымъ займомъ. Опредѣливъ затѣмъ, какой былъ-бы расходъ на обязательное погашеніе, еслибъ всѣ сравниваемые займы были поставлены въ одинаково наиблагопріятнѣйшія для даннаго должника условія, мы потомъ посредствомъ сравненія дѣйствительныхъ расходовъ на обязательное погашеніе въ разные моменты съ вычисленнымъ наиболѣе благопріятнымъ общимъ для всѣхъ уровнемъ, можемъ опредѣлить, въ какіе моменты и насколько состояніе долга было связано съ болѣе значительными тягостями.

XXV.

Учащеніе уплатъ по займамъ и вызываемыя имъ усложненія расчетовъ.

167. Особый родъ усложненій въ расчетахъ по публичнымъ займамъ возникаетъ отъ тѣхъ способовъ, къ которымъ учрежденія, заключающія публичные займы, прибѣгаютъ для того, чтобъ сдѣлать эти займы болѣе удобными для публики-капиталистовъ, чтобъ пріохотить капиталистовъ къ участію въ публичныхъ займахъ, чтобъ сдѣлать публично-долговыя бумаги болѣе распространенными въ возможно-обширнѣйшемъ кругу капиталистовъ и наконецъ чтобъ сообразовать платежи по публичнымъ долгамъ съ успѣхами, которые дѣлаетъ публичный кредитъ, если таковые выпадаютъ на долю какой либо эпохи.

168. Простѣйшіе изъ этихъ способовъ заключаются въ учащеніи уплатъ по публичнымъ долгамъ. Опытъ повсюду обнаружилъ, что капиталисты очень дорожатъ возможно болѣе частыми уплатами по публичнымъ займамъ, въ которыхъ они участвуютъ: чтобъ эти уплаты производились не одинъ только разъ въ году, а чаще, два или даже четыре раза въ году. Это значитъ, что капиталисты предпочитаютъ, чтобъ публичные займы заключались на единицы времени наикратчайшей продолжительности. Капиталисты предпочитали-бы, чтобъ не только интересы, но и погашеніе имъ выплачивались-бы по 2 или даже 4 раза въ году, то есть, чтобъ займы заключались не на извѣстное число лѣтъ, но на соотвѣтственное число полугодій или четвертей года. Но въ отношеніи погашенія это связано съ серьезными неудобствами. Во-первыхъ, когда погашеніе устроено на основаніи тиража жребія и это ему сообщаетъ лотерейный характеръ, то раздѣленіе годового тиража на два полугодовыхъ или даже четыре трехмѣсячныхъ тиража раздробляетъ его средства и этимъ ослабляетъ впечатлѣніе, имъ производимое, какъ лоттерея: изъ одной большой лоттереи дѣлаютъ двѣ поменьше или даже четыре совсѣмъ маленькія и это, конечно, не можетъ не ослаблять ихъ дѣйствія. Во-вторыхъ, помимо своего прямого дѣйствія тиражъ еще имѣетъ косвенное дѣйствіе, очень важное: уплачивая нарицательную стоимость за публично-долговыя бумаги, продаваемыя на биржахъ ниже этой ихъ стоимости, онъ вліяетъ на возвышеніе ихъ цѣны, и это его вліяніе тоже болѣе ощутительно, когда оно производится крупными средствами, чѣмъ когда эти средства, такъ сказать, размѣниваются на мелкую монету для менѣе сильныхъ толчковъ. Вотъ почему относительно тиража жребія для погашенія обыкновенно уступки капиталистамъ не идутъ далѣе допущенія полуго-

довыхъ единицъ времени для нихъ. Но для уплатъ интересовъ (для платежей по купонамъ) не было основаній не допускать болѣе дробныхъ единицъ времени и поэтому они большею частью производятся по четвертямъ года. У насъ въ Россіи государственный долгъ состоитъ изъ внѣшнихъ займовъ, по которымъ наибольшей частью интересы уплачиваются четыре раза въ году при полугодовой уплатѣ погашенія, и изъ внутреннихъ займовъ съ полугодовыми интересами при годовомъ погашеніи. Въ большихъ заграничныхъ государствахъ, въ которыхъ преобладаютъ безсрочные займы, безъ всякаго обязательнаго погашенія, почти повсюду принята уплата интересовъ по четвертямъ года.

169. Старые коммерческіе нравы и всеобщая привычка повсюду всѣхъ пріучили, когда дѣло касается роста на капиталъ, относить его къ годовой единицѣ времени: когда говорятъ просто—5% или 4%, то это означаетъ *годовые* 5% или *годовые* 4%. Поэтому и по публичнымъ долгамъ нарицательный ростъ всегда означается по отношенію къ годовой единицѣ времени, даже когда уплата интересовъ производится въ болѣе дробныя единицы времени, по полугодіямъ или четвертямъ года. Но это дѣлаетъ оффиціальное означеніе нарицательнаго роста неточнымъ: оно выражаетъ лишь «кажущійся» нарицательный ростъ, «настоящій»-же нарицательный ростъ—тотъ, который уплачивается по полугодіямъ или четвертямъ года (см. выше §§ 91—93). Поэтому въ подобныхъ случаяхъ, нужно весьма тщательно смотрѣть за «эквивалентностью» разныхъ означеній роста, относимыхъ къ различнымъ единицамъ времени (году, полугодію или четвертямъ года, см. объ этомъ выше стр. 73—75). Тщательное наблюденіе за этою эквивалентностью необходимо однако и въ отношеніи реализаціоннаго роста, который тоже принято означать то полугодовымъ (слѣдовательно, чрезъ *полугодовое* τ'), то годовымъ (чрезъ годовое τ), слѣдовательно при эквивалентности, выражаемой равенствомъ $1+\tau'=(1+\tau)^{1/2}$ или $(1+\tau')^2=(1+\tau)$, поэтому $(1+\tau)^n=(1+\tau')^{2n}$, $\tau=(1+\tau')^2-1$ и $\tau'=(1+\tau)^{1/2}-1$. Только убѣдившись въ эквивалентности принятыхъ для вычисленій означеній роста, берутъ то изъ сихъ означеній (годовое или полугодовое), при которомъ формула для вычисленія наименѣе сложная.

170. Само собою разумѣется, что еслибъ учащеніе уплатъ по займамъ въ равной мѣрѣ распространялось на интересы и погашеніе, то это не вызывало-бы никакого существеннаго измѣненія въ формулахъ, съ помощью которыхъ производится расчетъ, а измѣняло-бы лишь величины, къ коимъ примѣняются формулы: вмѣсто годового A, или годового t, или годового τ, пришлось-бы лишь брать $\frac{A}{2}$, $\frac{t}{2}$, $\frac{\tau}{2}$ или $\frac{A}{4}$, $\frac{t}{4}$, $\frac{\tau}{4}$, и вмѣсто n пришлось-бы брать $2n$ или $4n$. Но когда учащеніе не въ равной мѣрѣ распространяется на интересы и погашеніе, то это уже не можетъ не касаться и самого существа формулъ. Достаточно это выяснить, исходя изъ того, что интересы уплачиваются 2 раза въ году, при уплатѣ погашенія лишь одинъ разъ въ году. Отъ этого случая, конечно, въ существѣ уже не отличается другой, когда интересы уплачиваются 4 раза въ году при уплатѣ погашенія 2 раза въ году.

171. Когда по долгу интересы уплачиваются въ каждое полугодіе, а погашеніе производится одинъ разъ въ году, тогда въ каждомъ году одно полугодіе

существенно отличается отъ другого тѣмъ, что въ одно изъ нихъ уплачиваются только интересы, а въ другое интересы и погашеніе. Поэтому въ тѣ (первыя, нечетныя) полугодія, въ которыя уплачиваются только полугодовые интересы, расходоваться будетъ только та полугодовая часть ежесрочной суммы A, или та часть $\frac{A}{2}$, которая служитъ для уплаты полугодовыхъ интересовъ и которая составляетъ по общей формулѣ:

въ полугодія.	полугодовые интересы.
1-ое	$\frac{A}{2}\left(1-\frac{1}{(1+t)^n}\right)$
3-ье	$\frac{A}{2}\left(1-\frac{1}{(1+t)^{n-1}}\right)$
5-ое	$\frac{A}{2}\left(1-\frac{1}{(1+t)^{n-2}}\right)$
m—1)-е	$\frac{A}{2}\left(1-\frac{1}{(1+t)^{n-(m-1)}}\right)$
$2n$—1)-е	$\frac{A}{2}\left(1-\frac{1}{1+t}\right)$.

Напротивъ, въ тѣ (вторыя, четныя) полугодія, въ которыя уплачиваются не только интересы, но и погашеніе (годовое), расходъ составитъ:

въ полугодія.	интересы.	погашеніе.	всего.
2-ое	$\frac{A}{2}\left(1-\frac{1}{(1+t)^n}\right)$	$\frac{A}{(1+t)^n}$	$\frac{A}{2}\left(1+\frac{1}{(1+t)^n}\right)$
4-ое	$\frac{A}{2}\left(1-\frac{1}{(1+t)^{n-1}}\right)$	$\frac{1}{(1+t)^{n-1}}$	$\frac{A}{2}\left(1+\frac{1}{(1+t)^{n-1}}\right)$
6-ое	$\frac{A}{2}\left(1-\frac{1}{(1+t)^{n-2}}\right)$	$\frac{A}{(1+t)^{n-2}}$	$\frac{A}{2}\left(1+\frac{1}{(1+t)^{n-2}}\right)$
m-ое	$\frac{A}{2}\left(1-\frac{1}{(1+t)^{n-(m-1)}}\right)$	$\frac{A}{(1+t)^{n-(m-1)}}$	$\frac{A}{2}\left(1+\frac{1}{(1+t)^{n-(m-1)}}\right)$
$2n$-ое	$\frac{A}{2}\left(1-\frac{1}{\tau-t}\right)$	$\frac{A}{1+t}$	$\frac{A}{2}\left(1+\frac{1}{1+t}\right)$.

Если всѣ эти различные ежесрочные платежи капитализуются изъ полугодоваго реализаціоннаго роста τ', то ихъ наличная стоимость составитъ:

въ полугодія, когда уплачиваются только интересы,	въ полугодія, когда уплачиваются интересы и погашеніе,
1) $\frac{A}{2(1+\tau')}\left(1-\frac{1}{(1+t)^n}\right)$	2) $\frac{A}{2(1+\tau')^2}\left(1+\frac{1}{(1+t)^n}\right)$
3) $\frac{A}{2(1+\tau')^3}\left(1-\frac{1}{(1+t)^{n-1}}\right)$	4) $\frac{A}{2(1+\tau')^4}\left(1+\frac{1}{(1+t)^{n-1}}\right)$
5) $\frac{A}{2(1+\tau')^5}\left(1-\frac{1}{(1+t)^{n-2}}\right)$	6) $\frac{A}{2(1+\tau')^6}\left(1+\frac{1}{(1+t)^{n-2}}\right)$
m—1) $\frac{A}{2(1+\tau')^{m-1}}\left(1-\frac{1}{(1+t)^{n-(m-1)}}\right)$	m) $\frac{A}{2(1+\tau')^m}\left(1+\frac{1}{(1+t)^{n-(m-1)}}\right)$
$2n-1$) $\frac{A}{2(1+\tau')^{2n-1}}\left(1-\frac{1}{(1+t)}\right)$	$2n$) $\frac{A}{2(1+\tau')^{2n}}\left(1+\frac{1}{1+t}\right)$.

Складывая вмѣстѣ наличную стоимость всѣхъ этихъ ежесрочныхъ платежей, мы получаемъ итогъ, выражающій ихъ совокупную наличную стоимость (означимъ

ее чрезъ S), опредѣленную чрезъ капитализацію ихъ изъ полугодовыхъ $\tau'^0/_0$. Итогъ получится отъ слѣдующаго сложенія:

$$S=\frac{A}{2}\Big(\frac{1}{1+\tau'}-\frac{1}{(1+\tau')(1+t)^n}+\frac{1}{(1+\tau')^2}+\frac{1}{(1+\tau')^2(1+t)^n}+\frac{1}{(1+\tau')^3}$$
$$-\frac{1}{(1+\tau')^3(1+t)^{n-1}}+\frac{1}{(1+\tau')^4}+\frac{1}{(1+\tau')^4(1+t)^{n-1}}+\frac{1}{(1+\tau')^5}-\frac{1}{(1+\tau')^5(1+t)^{n-2}}+$$
$$+\frac{1}{(1+\tau')^6}+\frac{1}{(1+\tau')^6(1+t)^{n-2}}+\cdots\cdots+\frac{1}{(1+\tau')^{m-1}}-\frac{1}{(1+\tau')^{m-1}(1+t)^{n-(m-1)}}+$$
$$+\frac{1}{(1+\tau')^m}+\frac{1}{(1+\tau')^m(1+t)^{n-(m-1)}}+\cdots\cdots+\frac{1}{(1+\tau')^{2n-1}}-\frac{1}{(1+\tau')^{2n-1}(1+t)}+$$
$$+\frac{1}{(1+\tau')^{2n}}+\frac{1}{(1+\tau')^{2n}(1+t)}.$$

Этотъ длинный многочленъ легко упростить, образовавъ изъ него слѣдующіе три болѣе простые многочлена:

$$S=\frac{A}{2}\left\{\begin{array}{l}\Big(\frac{1}{1+\tau'}+\frac{1}{(1+\tau')^2}+\frac{1}{(1+\tau')^3}+\cdots\cdots+\frac{1}{(1+\tau')^{n-1}}+\frac{1}{(1+\tau')^n}+\cdots\cdots\\ \qquad\cdots\cdots+\frac{1}{(1+\tau')^{2n-1}}+\frac{1}{(1+\tau')^{2n}}\Big)=\varphi_{2n(\tau')}\\ -\Big(\frac{1}{(1+\tau')(1+t)^n}+\frac{1}{(1+\tau')^3(1+t)^{n-1}}+\frac{1}{(1+\tau')^5(1+t)^{n-2}}+\cdots\cdots\\ \qquad\cdots\cdots+\frac{1}{(1+\tau')^{n-1}(1+t)^{n-(n-1)}}+\cdots\cdots+\frac{1}{(1+\tau')^{2n-1}(1+t)}\Big)\\ +\Big(\frac{1}{(1+\tau')^2(1+t)^n}+\frac{1}{(1+\tau')^4(1+t)^{n-1}}+\frac{1}{(1+\tau')^6(1+t)^{n-2}}+\cdots\cdots\\ \qquad\cdots\cdots+\frac{1}{(1+\tau')^m(1+t)^{n-(m-1)}}+\cdots\cdots+\frac{1}{(1+\tau')^{2n}(1+t)}\Big)\end{array}\right\}$$

Изъ этихъ трехъ многочленовъ первый вполнѣ удобопонятенъ, составляя наличную стоимость ежесрочной (впродолженіи $2n$ полугодій) единицы, капитализованной изъ полугодовыхъ $\tau'^0/_0$ или $\varphi_{2n(\tau')}$. Второй-же многочленъ легко привести въ одинаковый видъ съ третьимъ многочленомъ, помноживъ числителя и знаменателя каждой изъ дробей, составляющихъ второй многочленъ, на $(1+\tau')$. Сдѣлавъ это и выведя за скобку то $(1+\tau')$, на которое помножены числители дробей второго многочлена, мы можемъ соединить вмѣстѣ второй и третій многочлены въ такомъ видѣ:

$$[-(1+\tau')+1]\Big(\frac{1}{(1+\tau')^2(1+t)^n}+\frac{1}{(1+\tau')^4(1+t)^{n-1}}+\frac{1}{(1+\tau')^6(1+t)^{n-2}}+\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots+\frac{1}{(1+\tau')^m(1+t)^{n-(m-1)}}+\cdots\cdots+\frac{1}{(1+\tau')^{2n}(1+t)}\Big).$$

Этотъ новый многочленъ составляетъ геометрическую прогрессію со знаменателемъ $\frac{1+t}{(1+\tau')^2}$, поэтому сумма его членовъ, а слѣдовательно и оба многочлена (второй и третій) вмѣстѣ, составляютъ:

$$-\tau'\left[\Big(\frac{1}{(1+\tau')^{2n}(1+t)}\cdot\frac{1+t}{(1+\tau')^2}-\frac{1}{(1+\tau')^2(1+t)^n}\Big):\Big(\frac{1+t}{(1+\tau')^2}-1\Big)\right]=$$
$$-\tau\left(\frac{\frac{(1+\tau')^2}{(1+\tau')^{2n+2}}-\frac{(1+\tau')^2}{(1+\tau')^2(1+t)^n}}{(1+t)-(1+\tau')^2}\right)=-\tau\left(\frac{\frac{1}{(1+t)^n}-\frac{1}{(1+\tau')^{2n}}}{(1+\tau')^2-(1+t)^n}\right).$$

Поэтому искомая капитализованная стоимость составляетъ:

$$S = \frac{A}{2}\left(\varphi_{2n(\tau')} - \tau' \frac{\frac{1}{(1+t)^n} - \frac{1}{(1+\tau')^{2n}}}{(1+\tau')^2 - (1+t)}\right) =$$

$$= \frac{A}{2}\left[\varphi_{2n(\tau')} - \frac{\tau'}{(1+\tau')^2 - (1+t)}\left(\frac{1}{(1+t)^n} - \frac{1}{(1+\tau')^{2n}}\right)\right].$$

172. Естественно, конечно, что при такомъ существенномъ измѣненіи выраженія наличной стоимости ежесрочной суммы, когда изъ нея интересы уплачиваются по полугодіямъ при годовомъ погашеніи, существенно должно измѣниться и выраженіе реализаціоннаго роста. А именно соотвѣтственно выведенной формулѣ наличной стоимости ежесрочной суммы при уплатѣ изъ нея полугодовыхъ интересовъ, капитализованныхъ изъ полугодового реализаціоннаго роста τ', формула этого полугодового реализаціоннаго роста легко выводится подстановкою вмѣсто $\varphi_{2n(\tau')} = \frac{1}{\tau'}\left(1 - \frac{1}{(1+\tau')^{2n}}\right)$. А именно въ такомъ случаѣ

$$\tau' = \frac{A}{2S}\left[\left(1 - \frac{1}{(1+\tau')^{2n}}\right) - \frac{\tau'^2}{(1+\tau')^2 - (1+t)}\left(\frac{1}{(1+t)^n} - \frac{1}{(1+\tau')^{2n}}\right)\right].$$

173. Если уплачиваемые въ каждое полугодіе интересы, при погашеніи одинъ разъ въ году, капитализуются не изъ полугодовыхъ $\tau'^0/_0$, а изъ годовыхъ $\tau^0/_0$, тогда соотвѣтственный полугодовой процентный множитель составляетъ $(1+\tau)^{1/2}$. Въ такомъ случаѣ наличная стоимость ежесрочныхъ платежей составляетъ:

	въ полугодія, когда уплачиваются только интересы,	въ полугодія, когда уплачиваются интересы и погашеніе,
1)	$\frac{A}{2(1+\tau)^{1/2}}\left(1 - \frac{1}{(1+t)^n}\right)$	2) $\frac{A}{2(1+\tau)}\left(1 + \frac{1}{(1+t)^n}\right)$
3)	$\frac{A}{2(1+\tau)^{3/2}}\left(1 - \frac{1}{(1+t)^{n-1}}\right)$	4) $\frac{A}{2(1+\tau)^2}\left(1 + \frac{1}{(1+t)^{n-1}}\right)$
5)	$\frac{A}{2(1+\tau)^{5/2}}\left(1 - \frac{1}{(1+t)^{n-2}}\right)$	6) $\frac{A}{2(1+\tau)^3}\left(1 + \frac{1}{(1+t)^{n-2}}\right)$
$m-1/2$)	$\frac{A}{2(1+\tau)^{m-1/2}}\left(1 - \frac{1}{(1+t)^{n-(m-1/2)}}\right)$	m) $\frac{A}{2(1+\tau)^{n-m}}\left(1 + \frac{1}{(1+t)^{n-(m-1)}}\right)$
$n-1/2$)	$\frac{A}{2(1+\tau)^{n-1/2}}\left(1 - \frac{1}{(1+t)}\right)$	n) $\frac{A}{2(1+\tau)^n}\left(1 + \frac{1}{1+t}\right)$

Итогъ всѣхъ этихъ выраженій, вмѣстѣ взятыхъ, получается ихъ сложеніемъ:

$$S = \frac{A}{2}\Big(\frac{1}{(1+\tau)^{1/2}} - \frac{1}{(1+\tau)^{1/2}(1+t)^n} + \frac{1}{(1+\tau)} + \frac{1}{(1+\tau)(1+t)} + \frac{1}{(1+\tau)^{3/2}} +$$
$$- \frac{1}{(1+\tau)^{3/2}(1+t)^{n-1}} + \frac{1}{(1+\tau)^2} + \frac{1}{(1+\tau)^2(1+t)^{n-1}} + \frac{1}{(1+\tau)^{5/2}} - \frac{1}{(1+\tau)^{5/2}(1+t)^{n-2}}$$
$$+ \frac{1}{(1+\tau)^3} + \frac{1}{(1+\tau)^3(1+t)^{n-1}} + \cdots + \frac{1}{(1+\tau)^{m-1/2}} - \frac{1}{(1+\tau)^{m-1/2}(1+t)^{n-(m-1)}} +$$
$$+ \cdots\cdots + \frac{1}{(1+\tau)^{n-1/2}} - \frac{1}{(1+\tau)^{n-1/2}(1+t)} + \frac{1}{(1+\tau)^n} + \frac{1}{(1+\tau)^n(1+t)}$$

И этотъ длинный многочленъ легче сложить, если его раздѣлить на слѣдующіе три многочлена, болѣе простые:

$$\text{I)}\ \left[\frac{1}{(1+\tau)^{1/2}}+\frac{1}{(1+\tau)}+\frac{1}{(1+\tau)^{3/2}}+\frac{1}{(1+\tau)^2}+\frac{1}{(1+\tau)^{5/2}}+\frac{1}{(1+\tau)^3}+\cdots\cdots\frac{1}{(1+\tau)^{n-1/2}}+\right.$$
$$\left.\frac{1}{(1+\tau)^n}+\cdots\cdots+\frac{1}{(1+\tau)^{n-1/2}}+\frac{1}{(1+\tau)^n}\right].$$

$$\text{II)}-\left[\frac{1}{(1+\tau)^{1/2}(1+\tau)^n}+\frac{1}{(1+\tau)^{3/2}(1+t)^{n-1}}+\frac{1}{(1+\tau)^{5/2}(1+t)^{n-2}}+\cdots\cdots+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{(1+\tau)^{m-1/2}(1+\tau)^{n-(m-1)}}+\cdots\cdots+\frac{1}{(1+\tau)^{n-1/2}(1+t)}\right].$$

$$\text{III)}\ \left[\frac{1}{(1+\tau)(1+t)^n}+\frac{1}{(1+\tau)^2(1+t)^{n-1}}+\frac{1}{(1+\tau)^3(1+t)^{n-2}}+\cdots\cdots+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{(1+\tau)^m(1+t)^{n-(m-1)}}+\cdots\cdots+\frac{1}{(1+\tau)^n(1+t)}\right].$$

Изъ этихъ трехъ многочленовъ первый легко сложить, если его представить состоящимъ изъ двухъ частей:

$$\left(\frac{1}{1+\tau}+\frac{1}{(1+\tau)^2}+\frac{1}{(1+\tau)^3}+\cdots\cdots+\frac{1}{(1+\tau)^m}+\cdots\cdots\frac{1}{(1+\tau)^n}\right)+\left(+\frac{1}{(1+\tau)^{1/2}}+\frac{1}{(1+\tau)^{3/2}}+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{(1+\tau)^{5/2}}+\cdots\cdots+\frac{1}{(1+\tau)^{m-1/2}}+\cdots\cdots+\frac{1}{(1+\tau)^{n-1/2}}\right),$$

одна часть этого многочлена очевидно выражаетъ наличную стоимость ежесрочной единицы за n лѣтъ капитализованную изъ $\tau^0/_0$ или $\varphi_{n(\tau)}$; вторая-же часть представляетъ отдѣльную геометрическую прогрессію, съ знаменателемъ $(1+\tau)$, итогъ членовъ которой равняется:

$$\left(\frac{(1+\tau)}{(1+\tau)^{1/2}}-\frac{1}{(1+\tau)^{n-1/2}}\right):\left((1+\tau)-1\right)=\frac{1}{\tau}\left(\frac{(1+\tau)}{(1+\tau)^{1/2}}-\frac{(1+\tau)^{1/2}}{(1+\tau)^n}\right)=\frac{(1+\tau)^{1/2}}{\tau}$$
$$\left(\frac{(1+\tau)^{1/2}}{(1+\tau)^{1/2}}-\frac{1}{(1+\tau)^n}\right)=\frac{(1+\tau)^{1/2}}{\tau}\left(1-\frac{1}{(1+\tau)^n}\right)=(1+\tau)^{1/2}\varphi_{n(\tau)}$$

слѣдовательно обѣ части перваго многочлена вмѣстѣ составляютъ $\varphi_{n(\tau)}+(1+\tau)^{1/2}\varphi_{n(\tau)}=$
$=\varphi_{n(\tau)}\left(1+(1+\tau)^{1/2}\right)$. — Второму многочлену можно дать одинаковый видъ съ третьимъ многочленомъ, помноживъ числителя и знаменателя каждой изъ дробей, образующихъ второй многочленъ, на $(1+\tau)^{1/2}$. Сдѣлавъ это и выведя за скобки $(1+\tau)^{1/2}$, на которые помножены числители дробей втораго многочлена, можно соединить второй и третій многочлены въ слѣдующемъ видѣ:

$$\left(-(1+\tau)^{1/2}+1\right)\left(\frac{1}{(1+\tau)(1+t)^n}+\frac{1}{(1+\tau)^2(1+t)^{n-1}}+\cdots\cdots+\frac{1}{(1+\tau)^m(1+t)^{n-(m-1)}}+\right.$$
$$\left.+\cdots\cdots+\frac{1}{(1+\tau)^n(1+t)}\right).$$

Этотъ многочленъ представляетъ геометрическую прогрессію съ знаменателемъ $\frac{1+t}{1+\tau}$ и поэтому сумма его членовъ равняется:

$$\left(-(1+\tau)^{1/2}+1\right)\left(\frac{1}{(1+\tau)^n(1+t)}\cdot\frac{1+t}{1+\tau}-\frac{1}{(1+\tau)(1+t)^n}\right):\left(\frac{1+t}{1+\tau}-1\right)=$$
$$=\left(-(1+\tau)^{1/2}+1\right)\left(\frac{1}{(1+\tau)^{n+1}}-\frac{1}{(1+\tau)(1+t)^n}\right):\left(\frac{(1+t)-(1+\tau)}{(1+\tau)}\right)=$$
$$=\left[(1+\tau)^{1/2}+1\right]\left(\frac{1+\tau}{(1+\tau)^{n+1}}-\frac{1+\tau}{(1+\tau)(1+t)^n}\right)\frac{1}{t-\tau}=\frac{-(1+\tau)^{1/2}+1}{t-\tau}\left(\frac{1}{(1+\tau)^n}-\right.$$
$$\left.-\frac{1}{(1+t)^n}\right)=-\frac{(1+\tau)^{1/2}-1}{\tau-t}\left(\frac{1}{(1+t)^n}-\frac{1}{(1+\tau)^n}\right).$$

Соединяя вмѣстѣ выясненные итоги всѣхъ трехъ многочленовъ, мы получаемъ, что

$$S'=\frac{A}{2}\left[(1+(1+\tau)^{1/2}\right]\varphi_{n(\tau)}-\frac{(1+\tau)^{1/2}-1}{\tau-t}\left(\frac{1}{(1+t)^n}-\frac{1}{(1+\tau)^n}\right)$$

Отсюда подстановкою вмѣсто $\varphi_{n(\tau)}$ его выраженія $\frac{1}{\tau}\left(1-\frac{1}{(1+\tau)^n}\right)$ получаемъ выраженіе годоваго τ

$$\tau=\frac{A}{2S}\left[\left(1+(1+\tau)^{1/2}\right)\left(1-\frac{1}{(1+\tau)^n}\right)-\frac{(1+\tau)^{1/2}-1}{\tau-t}\left(\frac{1}{(1+t)^n}-\frac{1}{(1+\tau)^n}\right)\right].$$

174. Полное тождество выведенныхъ въ §§ 171 и 173 формулъ наличной стоимости ежесрочной суммы A, когда интересы уплачиваются по полугодіямъ при уплатѣ погашенія разъ въ году, не трудно усмотрѣть, если вспомнить указанія §§ 91—93 объ эквивалентности разныхъ внѣшнихъ формъ полугодоваго и годоваго роста. Если исходить изъ эквивалентности годоваго роста τ и полугодоваго τ', то-есть, что $(1+\tau')^2=(1+\tau)$ и что $(1+\tau')=(1+\tau)^{1/2}$, тогда тождественность обѣихъ формулъ §§ 171 и 173 очевидна. Въ самомъ дѣлѣ $\varphi_{2n(\tau')}=$ $=\left[1+(1+\tau)^{1/2}\right]\varphi_n$, какъ въ этомъ легко убѣдиться сравненіемъ перваго изъ трехъ многочленовъ, разобранныхъ въ § 171, съ первымъ изъ трехъ многочленовъ, разсмотрѣнныхъ въ § 173, и какъ это, впрочемъ, очевидно и само собою: наличная стоимость ежесрочной единицы, уплачиваемой въ теченіи $2n$ полугодій, сравнительно съ наличною стоимостью ежесрочной единицы, уплачиваемой въ теченіи n лѣтъ, не можетъ не быть больше, чѣмъ на проценты, причитающіяся на половину этой единицы, уплачиваемую въ первыя полугодія и поэтому $\varphi_{2n(\tau')}=\varphi_{n(\tau)}+$ $+(1+\tau)^{1/2}\varphi_{n(\tau)}$. Это показываетъ тождественность перваго члена сравниваемыхъ формулъ. Что-же касается втораго члена, то въ обѣихъ формулахъ различіе оказывается въ коэффиціентѣ разности между двумя дробями $\left(\frac{1}{(1+t)^n}-\frac{1}{(1+\tau)^n}\right)$: въ формулѣ § 171 коэффиціентомъ этой разности является выраженіе $\frac{\tau'}{(1+\tau')^2-(1+\tau)}$, а въ формулѣ § 173 коэффиціентомъ той-же разности является выраженіе $\frac{(1+\tau)^{1/2}-1}{\tau-t}$. Тождественность обоихъ этихъ коэффиціентовъ, однако, очевидна, если вспомнить, что $(1+\tau)^{1/2}=1+\tau'$; а $\tau=(1+\tau')^2-1$. Поэтому

$$\frac{(1+\tau)^{1/2}-1}{\tau-t}=\frac{1+\tau'-1}{(1+\tau')^2-1-t}=\frac{\tau'}{(1+\tau')^2-(1+t)}$$

175. Чтобъ выяснить распредѣленіе выведенной нами наличной стоимости ежесрочной суммы, изъ которой проценты уплачиваются по полугодіямъ, а погашеніе одинъ разъ въ году, между двумя ея составными частями, изъ коихъ одна составляетъ наличную стоимость уплатъ въ счетъ погашенія, а другая наличную стоимость уплатъ въ счетъ интересовъ, необходимо принять въ соображеніе, что если погашеніе производится одинъ разъ въ году, то для наличной стоимости уплатъ, въ счетъ его производимыхъ, безразлично, сколько разъ въ году производятся уплаты въ счетъ интересовъ. Выраженіе его, поэтому останется безъ измѣненія то-же, которое нами выше выведено (въ § 97, стр. 80), а именно:

$$E = \frac{A}{\tau - t}\left(\frac{1}{(1+t)^n} - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right),$$

но это выраженіе выведено, исходя изъ годоваго реализаціоннаго роста τ; слѣдовательно, исходя изъ полугодоваго реализаціоннаго роста τ' и имѣя въ виду, что $\tau = (1+\tau')^2 - 1$, а $(1+\tau)^n = (1+\tau')^{2n}$, мы при полугодовомъ ростѣ τ' можемъ дать выраженію наличной стоимости погашенія слѣдующій видъ:

$$E = \frac{A}{(1+\tau)^2 - (1+t)}\left(\frac{1}{(1+t)^n} - \frac{1}{(1+\tau')^{2n}}\right).$$

176. Наличная стоимость интересовъ, уплачиваемыхъ два раза въ году, при годичномъ погашеніи, отличается тою особенностью, что въ четныя полугодія (2-ое, 4-ое, 6-ое и т. д.) она составляетъ половину той-же наличной стоимости уплачиваемыхъ интересовъ при уплатѣ ихъ одинъ разъ въ году (или по принятому для этого выше, въ § 96, означенію, $^1/_2\ R$); въ нечетныя-же полугодія (1-ое, 3-ье, 5-ое, 7-ое и т. д.) уплата производится полугодіемъ ранѣе, чѣмъ при уплатѣ интересовъ одинъ разъ въ году, и очевидно на стоимость ранѣе выплачиваемыхъ за нечетныя полугодія интересовъ или на $^1/_2\ R$ будутъ наростать $\tau^0/_0$ за время до истеченія года и съ этими процентами оттого составится $^1/_2\ R\,(1+\tau)^{1/2}$. Вся-же стоимость уплачиваемыхъ по полугодіямъ интересовъ (означимъ ее чрезъ $R_{1/2}$) составитъ

$$R_{1/2} = \frac{R}{2} + \frac{R}{2}(1+\tau)^{1/2} = \frac{R}{2}\left(1 + (1+\tau)^{1/2}\right) = R\left(1 + \frac{\tau'}{2}\right)\ ^*).$$

То-есть, если мы возьмемъ половину наличной стоимости интересовъ, уплачиваемыхъ одинъ разъ въ году, и ее помножимъ на $1 + (1+\tau)^{1/2}$, или всю на $1 + \frac{\tau'}{2}$, то мы получимъ наличную стоимость интересовъ, уплачиваемыхъ по полугодіямъ. Наличная стоимость интересовъ, уплачиваемыхъ одинъ разъ въ году, или R, выведена выше въ § 96, а именно она составляетъ:

$$R = A\left[\varphi_{n(\tau)} - \frac{t}{\tau - t}\left(\frac{1}{(1+t)^n} - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right)\right] = \frac{t}{\tau - t}A\left(\varphi_{n(t)} - \varphi_{n(\tau)}\right) =$$
$$(K - C)\frac{t}{\tau - t} = \frac{Wt}{\tau - t}.$$

Поэтому наличная стоимость интересовъ, уплачиваемыхъ по полугодіямъ, или $R_{1/2} = \frac{R}{2}\left(1 + (1+\tau)^{1/2}\right)$ составитъ:

---

*) $R_{1/2} = \frac{R}{2}\left(1 + (1+\tau)^{1/2}\right) = R\left(\frac{2 + (1+\tau)^{1/2} - 1}{2}\right)$, или такъ какъ $(1+\tau)^{1/2} - 1 = \tau'$, то $R_{1/2} = R\left(\frac{2+\tau'}{2}\right) = R\left(1 + \frac{\tau'}{2}\right)$.

$$R_{1/2}=\frac{A}{2}\left(1+(1+\tau)^{1/2}\right)\left[\varphi_{n(\tau)}+\frac{t}{\tau-t}\left(\frac{1}{(1+t)^n}-\frac{1}{(1+\tau)^n}\right)\right]=\frac{A}{2}\left(1+(1+\tau)^{1/2}\right)$$

$$\frac{t}{\tau-t}\left(\varphi_{n(\tau)}-\varphi_{n(\tau)}\right)=\frac{1+(1+\tau)^{1/2}}{2}\cdot\frac{(K-C)t}{\tau-t}=\frac{[1+(1+\tau)^{1/2}]}{2}\cdot\frac{Wt}{\tau-t}.$$

177. Подобно тому, какъ выведена наличная стоимость интересовъ, уплачиваемыхъ по полугодіямъ при уплатѣ погашенія одинъ разъ въ году, можно проще выразить и формулу наличной стоимости всей ежесрочной суммы, изъ которой интересы уплачиваются по полугодіямъ при уплатѣ погашенія одинъ разъ въ году считая изъ годоваго роста τ. Въ самомъ дѣлѣ, въ этомъ случаѣ

$$S=E+R_{1/2}=E+\frac{R}{2}\left(1+(1+\tau)^{1/2}\right)=E+\frac{C-E}{2}\left(1+(1+\tau)^{1/2}\right)=$$

$$=\frac{C}{2}\left(1+(1+\tau)^{1/2}\right)+E-\frac{E}{2}\left(1+(1+\tau)^{1/2}\right)=\frac{C}{2}\left(1+(1+\tau)^{1/2}\right)+E-\frac{E}{2}$$

$$-\frac{E}{2}(1+\tau)^{1/2}=\frac{C}{2}\left(1+(1+\tau)^{1/2}\right)-\frac{E}{2}\left[(1+\tau)^{1/2}-1\right].$$

178. Въ такомъ видѣ выраженіе наличной стоимости ежесрочной суммы, изъ которой интересы уплачиваются полугодично, при годовомъ погашеніи, не только нѣсколько упрощено, но и сближено съ выраженіемъ наличной стоимости той-же ежесрочной суммы, когда интересы и погашеніе изъ нея уплачиваются одинъ разъ въ году (C). Тѣмъ не менѣе и упрощеніе еще недостаточно, и сближеніе тоже еще недовольно ощутительно. Поэтому французскій вычислитель Ашаръ далъ способъ прямого опредѣленія первой наличной стоимости по второй, то-есть: когда извѣстна наличная стоимость ежесрочной суммы, изъ которой интересы и погашеніе уплачиваются разъ въ году, по этой стоимости опредѣлить другую наличную стоимость равной-же ежесрочной суммы, когда изъ нея интересы уплачиваются по полугодіямъ, а погашеніе производится одинъ разъ въ году. Ашаръ исходитъ изъ точки зрѣнія заимодавца-капиталиста и на ея основаніи сравниваетъ годовой купонъ, по которому интересы уплачиваются по истеченіи нѣкотораго времени x въ размѣрѣ нарицательныхъ $t^0/_0$ съ нарицательнаго капитала K, или Kt, съ двумя полугодовыми купонами $\frac{Kt}{2}$, тоже подлежащими оплатѣ по истеченіи времени x при оцѣнкѣ на основаніи реализаціоннаго роста τ. Наличная стоимость годоваго купона будетъ $\frac{Kt}{(1+\tau)^x}$, изъ двухъ-же полугодовыхъ купоновъ тотъ, который оплачивается во второе полугодіе будетъ имѣть въ половинѣ меньшую наличную стоимость или $\frac{1}{2}\cdot\frac{Kt}{(1+\tau)^x}$, тотъ-же купонъ, который оплачивается въ первое полугодіе будетъ въ своей стоимости включать за это полугодіе и проценты на уплоченную по нему сумму, слѣдовательно его наличная стоимость будетъ $\frac{1}{2}\cdot\frac{Kt}{(1+\tau)^x}(1+\tau)^{1/2}$; наличная-же стоимость обоихъ полугодовыхъ купоновъ составитъ:

$$\frac{Kt}{(1+\tau)^x}\cdot\frac{1+(1+\tau)^{1/2}}{2}$$

или: наличная стоимость двухъ полугодовыхъ купоновъ равняется наличной стоимости одного годоваго купона, помноженнаго $\frac{1+(1+\tau)^{1/2}}{2}$; слѣдовательно, налич-

ная стоимость всѣхъ полугодовыхъ купоновъ или R'' равняется наличной стоимости всѣхъ годовыхъ купоновъ или R, помноженной на $\frac{1+(1+\tau)^{1/2}}{2}$

$$R'' = R\,\frac{1+(1+\tau)^{1/2}}{2}$$

что, впрочемъ, уже нами выведено (въ § 176) съ точки зрѣнія должника и что, естественно, оказывается одинаково правильнымъ и съ точки зрѣнія заимодавца. Если, далѣе, съ этимъ равенствомъ мы сблизимъ выраженіе наличной стоимости всѣхъ платежей по займу при условіи единовременнаго возврата капитала (напр. по тиражу), то вмѣсто формулъ $C'=E'+R'$, которую мы имѣли, исходя изъ годовой уплаты интересовъ мы можемъ написать для случая полугодовой уплаты интересовъ $C''=R''+E'=R'\frac{1+(1+\tau)^{1/2}}{2}+E'=R'\frac{(1+\tau)^{1/2}-1}{2}+R'+E'=C'+$ $+R'\frac{(1+\tau)^{1/2}-1}{2}$, а вставивъ вмѣсто R' его выраженіе (по §§ 96 и 108), $R'=\frac{(K-C)t}{\tau-t}$, имѣемъ:

$$C''=\frac{t[(1+\tau)^{1/2}-1]}{2(\tau-t)}(K-C')+C'.$$

Если затѣмъ мы положимъ, что

$$\frac{t[(1+\tau)^{1/2}-1]}{2(\tau-t)}=\pi$$

тогда

$$C''=C'+\pi(K-C')=C'+\pi W$$

слѣдовательно, если вычислить π для важнѣйшихъ численныхъ значеній t и τ, или нарицательнаго роста процентныхъ бумагъ и роста дѣйствительно приносимаго ими дохода, то наличную стоимость C' таковыхъ бумагъ, когда проценты по нимъ уплачиваются по полугодіямъ, легко опредѣлить, взявъ наличную стоимость ранныхъ платежей, производимыхъ одинъ разъ въ году, (C') и прибавивъ къ ней $\pi(K-C)$ или произведеніе π на разность между нарицательною и покупною (реализаціонною) стоимостью платежей при производствѣ ихъ одинъ разъ въ году.

Французскій вычислитель Ашаръ далъ таблицу численнаго значенія π для нарицательнаго роста $t=3\%$ при 12 годовыхъ реализаціонныхъ ростахъ отъ $\tau=4^5/_8$ до $\tau=6\%$ чрезъ $^1/_8\%$; другой французскій вычислитель Шарлонъ далъ численныя значенія π' (для полугоднаго роста) при $t=3\%$ и 12 полугодовыхъ $\tau'\%$ отъ $2^5/_{16}\%$ до 3% чрезъ $^1/_{16}\%$ *). Наконецъ г. Малешевскій вычислилъ π и π' для $t=4\%$, $4^1/_2\%$, 5%, $5^1/_2\%$ и 6% для 45 разныхъ годовыхъ τ отъ $4^1/_4$ до 7% чрезъ $^1/_{16}\%$ и для 45 разныхъ полугодовыхъ τ' отъ 2 до $3^1/_2\%$ чрезъ $^1/_{16}\%$.

Неизлишне, однако, имѣть въ виду условное значеніе, которое имѣютъ множители π и π'. Они представляютъ интересъ для капиталиста-заимодавца при опредѣленіи цѣнъ процентныхъ бумагъ, исходя изъ того или иного реализаціоннаго

---

*) Если вмѣсто годоваго роста τ мы исходимъ изъ эквивалентнаго полугодоваго τ', при чемъ $1+\tau'=(1+\tau)^{1/2}$, слѣдовательно $1+\tau=(1+\tau')^2=1+2\tau'+\tau'^2$ и поэтому $\tau=(1+\tau')^2-1=$ $=2\tau'+\tau'^2$, то вмѣсто выраженія π мы получаемъ слѣдующее выраженіе π':

$$\pi'=\frac{t[(1+\tau')^{1/2}-1]}{2(2\tau'+\tau'^2-t)}=\frac{t\tau'}{2(2\tau'+\tau'^2-t)}.$$

роста; но они едва-ли имѣютъ много значенія для должника, т. е. для государства или иныхъ публичныхъ установленій, въ ихъ качествѣ должника по публичнымъ займамъ.

179. Такъ какъ весьма нерѣдки случаи, въ которыя непосредственно приходится вычислять, исходя изъ полугодового оцѣночнаго (реализаціоннаго) роста τ', стоимость платежей по займамъ при условіяхъ единовременности возврата капитала (по тиражу) и полугодовой уплаты интересовъ, то полезно дать формулу для означенныхъ вычисленій; изъ нея видно, насколько, условіе полугодовой уплаты интересовъ и оцѣнка на основаніи полугодового реализаціоннаго роста τ' измѣняетъ данное выше въ § 104 общее выраженіе наличной стоимости платежей по займамъ съ единовременнымъ возвратомъ должнаго капитала. Если мы означимъ чрезъ C'' реализаціонную стоимость платежей по займу съ единовременнымъ возвратомъ капитала долга при полугодовыхъ интересахъ, то при оцѣнкѣ изъ полугодового τ',

$$C'' = \frac{Kt}{2}\varphi_{2n}(\tau') + \frac{K}{(1+\tau')^{2n}} = \frac{Kt}{2\tau'}\left(1 - \frac{K}{(1+\tau')^{2n}}\right) + \frac{K}{(1+\tau')^{2n}}.$$

Отсюда можно вывести:

$$\tau' = \frac{Kt}{2C''} - \frac{Kt}{2C''(1+\tau')^{2n}} + \frac{2K\tau'}{2C''(1+\tau)^{2n}} = \frac{Kt}{2C''} - \frac{Kt}{2C''(1+\tau')^{2n}} + \frac{K\tau'}{C''(1+\tau)^{2n}} = \frac{Kt}{2C''} +$$

$$+ \frac{K\tau' - \frac{Kt}{2}}{C''(1+\tau)^{2n}} = \frac{Kt}{2C''} - \frac{K}{C''(1+\tau')^{2n}}\left(\tau' - \frac{t}{2}\right).$$

Изъ той-же формулы далѣе слѣдуетъ:

$$\tau' - \frac{Kt}{2C''} = \frac{2K\tau' - Kt}{2C''(1+\tau')^{2n}} \text{ или } \frac{2C''\tau' - Kt}{2C''} = \frac{2K\tau' - Kt}{2C''(1-\tau')^{2n}}, \text{ поэтому}$$

$$\frac{2C''(1+\tau')^{2n}}{2K\tau' - Kt} = \frac{2C''}{2C''\tau' - Kt} \text{ и оттого } (1+\tau')^{2n} = \frac{2K\tau' - Kt}{2C''\tau' - Kt} = \frac{K\tau' - \frac{Kt}{2}}{C''\tau' - \frac{Kt}{2}}$$

слѣдовательно

$$n = \frac{\log\left(K\tau' - \frac{Kt}{2}\right) - \log\left(C''\tau' - \frac{Kt}{2}\right)}{2\log(1+\tau')}.$$

180. Когда и по займамъ съ ежесрочными суммами, измѣняющимися въ ариѳметической прогрессіи, интересы уплачиваются два раза въ году при уплатѣ погашенія одинъ разъ въ году, то и въ примѣненіи къ нимъ сохраняютъ полную силу выраженія, только что выведенныя и касающіяся соотношенія между наличной стоимостью при уплатѣ интересовъ разъ въ году и два раза въ году. Исходя изъ годоваго реализаціоннаго роста τ и сохраняя принятыя въ предыдущихъ главахъ означенія, означая при этомъ чрезъ S'' наличную стоимость ежесрочной суммы, измѣняющейся въ ариѳметической прогрессіи, когда интересы уплачиваются два раза въ году при уплатѣ погашенія разъ въ году, мы можемъ написать (см. выше § 177)

$$S'' = \frac{1}{2}\left(C'' - E''\right)\left(1 + (1+\tau)^{1/2}\right) + E'' = \frac{1 + (1+\tau)^{1/2}}{2}C'' - \frac{(1+\tau)^{1/2} - 1}{2}E''.$$

E'' (или наличная стоимость погашенія) остается безъ измѣненія, а наличная стоимость интересовъ при полугодовой ихъ уплатѣ, (означаемъ ее $R''_{1/2}$):

$$R''_{1/2} = \frac{R''}{2}\left(1 + (1+\tau)^{1/2}\right).$$

181. Особый поводъ къ усложненію расчетовъ изъ за учащенія уплатъ по публичнымъ займамъ возникаетъ тогда, когда уплаты ежесрочной суммы происходятъ въ одну единицу времени, а причисленіе процентовъ къ капиталу (капитализація интересовъ или наростаніе капитала сложными процентами) происходитъ въ другія единицы времени. Напримѣръ, уплата ежесрочной суммы происходитъ по полугодіямъ, а причисленіе процентовъ къ капиталу производится лишь разъ въ году. Или—платежи ежесрочной суммы происходятъ по четвертямъ года, а причисленіе процентовъ къ капиталу происходитъ по полугодіямъ. Очевидно, и это не можетъ оставаться безъ вліянія на наличную стоимость ежесрочной суммы, по которой не совпадаютъ единицы времени ея уплаты и ея капитализаціи.

Когда проценты уплачиваются m разъ въ году, но причисляются къ капиталу k разъ въ году, то при кажущемся нарицательномъ ростѣ въ t'% всякая единица денежной стоимости по всякую $\frac{1}{k}$-ую часть года превращается въ $1+\frac{t'}{k}$, въ цѣлый годъ она превратится въ $\left(1+\frac{t'}{k}\right)^k$, а въ $\frac{1}{m}$-ую часть года она превратится въ $\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{\frac{k}{m}}$. При этомъ t' составляетъ кажущійся годовой нарицательный ростъ, $\frac{t'}{m}$ составляетъ кажущійся нарицательный ростъ за $\frac{1}{m}$-ую часть года, а $\frac{t'}{k}$ означаетъ настоящій нарицательный ростъ за $\frac{1}{k}$-ую часть года. Посмотримъ теперь, какъ выражается капитализованная стоимость ежесрочной суммы A, которая, при начисленіи процентовъ за всякую $\frac{1}{k}$-ую часть года, въ теченіи n лѣтъ уплачивается m разъ въ году (частями, равными $\frac{A}{m}$ при каждой уплатѣ въ каждую $\frac{1}{m}$-ую часть года). При указанныхъ условіяхъ наличная стоимость (означимъ ее чрезъ U) nm уплатъ по $\frac{A}{m}$ составитъ:

$$U=\frac{A}{m}\left[\frac{1}{\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{\frac{k}{m}}}+\frac{1}{\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{\frac{2k}{m}}}+\frac{1}{\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{\frac{3k}{m}}}+\cdots\cdots+\frac{1}{\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{\frac{nmk}{m}}}\right]=^{*)}$$

$$=\frac{A}{m}\cdot\frac{\left[1-\frac{1}{\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{kn}}\right]}{\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{\frac{k}{m}}-1}=\frac{A\left[\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{kn}-1\right]}{m\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{kn}\left[\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{\frac{k}{m}}-1\right]},$$

слѣдовательно, если напримѣръ $m=4$, а $k=2$, то есть, ежесрочная сумма упла-

*) Сумма членовъ геометрической прогрессіи, въ которой отъ каждаго меньшаго члена къ слѣдующему большему члену переходъ дѣлается увеличеніемъ меньшаго члена въ $\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{\frac{k}{m}}$ разъ.

чивается 4 раза въ году или по четвертямъ года, а проценты причисляются къ капиталу 2 раза въ году или по полугодіямъ, то

$$U = \frac{A}{4} \cdot \frac{1 - \frac{1}{\left(1+\frac{t'}{2}\right)^{2n}}}{\left(1+\frac{t'}{2}\right)^{1/2} - 1}.$$

Принимая послѣдовательно для m и k разныя численныя значенія 1, 2, 4 и 12 (годовое, полугодовое, четверте-годовое и ежемѣсячное), можно слѣдующимъ образомъ въ таблицѣ сгруппировать выраженія наличной стоимости ежесрочной единицы при расматриваемыхъ условіяхъ.

Проценты причисляются къ капиталу		Ежесрочная сумма уплачивается одинъ разъ въ году $m=1$ (1)	два раза въ году $m=2$ (2)	четыре раза въ году $m=4$ (3)	ежемѣсячно $m=12$ (4)
одинъ разъ въ году $k=1$	1	$\frac{1}{t'}\left(1-\frac{1}{(1+t')^n}\right)$	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1-\frac{1}{(1+t')^n}}{(1+t')^{1/2}-1}$	$\frac{1}{4}\cdot\frac{1-\frac{1}{(1+t')^n}}{(1+t')^{1/4}-1}$	$\frac{1}{12}\cdot\frac{1-\frac{1}{(1+t')^n}}{(1+t')^{1/12}-1}$
два раза въ году $k=2$	2	$\frac{1-\frac{1}{\left(1+\frac{t'}{2}\right)^{2n}}}{\left(1+\frac{t'}{2}\right)^2-1}$	$\frac{1}{t'}\left[1-\frac{1}{\left(1+\frac{t'}{2}\right)^{2n}}\right]$	$\frac{1}{4}\cdot\frac{1-\frac{1}{\left(1+\frac{t'}{2}\right)^{2n}}}{\left(1+\frac{t'}{2}\right)^{1/2}-1}$	$\frac{1}{12}\cdot\frac{1-\frac{1}{\left(1+\frac{t'}{2}\right)^{2n}}}{\left(1+\frac{t'}{2}\right)^{1/6}-1}$
четыре раза въ году $k=4$	3	$\frac{1-\frac{1}{\left(1+\frac{t'}{4}\right)^{4n}}}{\left(1+\frac{t'}{4}\right)^4-1}$	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1-\frac{1}{\left(1+\frac{t'}{4}\right)^{4n}}}{\left(1+\frac{t'}{4}\right)^2-1}$	$\frac{1}{t'}\left[1-\frac{1}{\left(1+\frac{t'}{4}\right)^{4n}}\right]$	$\frac{1}{12}\cdot\frac{1-\frac{1}{\left(1-\frac{t'}{4}\right)^{4n}}}{\left(1-\frac{t'}{4}\right)^{1/3}-1}$
ежемѣсячно $k=12$	4	$\frac{1-\frac{1}{\left(1+\frac{t'}{12}\right)^{12n}}}{\left(1+\frac{t'}{12}\right)^{12}-1}$	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1-\frac{1}{\left(1+\frac{t'}{12}\right)^{12n}}}{\left(1+\frac{t'}{12}\right)^6-1}$	$\frac{1}{4}\cdot\frac{1-\frac{1}{\left(1+\frac{t'}{12}\right)^{12n}}}{\left(1+\frac{t'}{12}\right)^3-1}$	$\frac{1}{t'}\left[1-\frac{1}{\left(1+\frac{t'}{12}\right)^{12n}}\right]$

182. Если ежесрочная сумма уплачивается столько-же разъ въ году, сколько разъ проценты причисляются къ капиталу, или когда $k=m$, то, какъ можно видѣть изъ соотвѣтственныхъ частей таблицы предъидущаго параграфа и прямо изъ

выведенной въ немъ формулы наличной стоимости, эта формула принимаетъ такой видъ:

$$U' = \frac{A}{t'}\left(1 - \frac{1}{\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{kn}}\right),$$

въ этомъ же видѣ она совпадаетъ съ элементарною общею формулою наличной стоимости всякой простой ежесрочной суммы. Въ самомъ дѣлѣ, если въ послѣдней-

$$P = \frac{A}{T}\left(1 - \frac{1}{(1+T)^n}\right)$$

мы будемъ исходить изъ ежесрочной суммы въ k разъ меньшей или $\frac{A}{k}$, изъ роста въ k разъ меньшаго или $\frac{T}{k}$ и изъ числа единицъ времени, въ k разъ большаго, или kn, то она получитъ такой видъ:

$$P = \frac{\frac{A}{k}}{\frac{T}{k}}\left(1 - \frac{1}{\left(1+\frac{T}{k}\right)^{kn}}\right) = \frac{A}{T}\left(1 - \frac{1}{\left(1+\frac{T}{k}\right)^{kn}}\right).$$

Слѣдовательно, когда ежесрочная сумма A уплачивается m или k разъ въ году (что въ данномъ случаѣ все равно) и столько-же разъ въ году интересы причисляются къ капиталу, то ея наличная стоимость такая-же, какая была бы наличная стоимость ежесрочной суммы, въ m или k разъ меньшей, при ростѣ въ m или k разъ меньшемъ, но при числѣ единицъ времени, въ m или k разъ большемъ. Напримѣръ, наличная стоимость ежесрочной суммы въ размѣрѣ одного рубля, выплачиваемаго въ теченіи 20 лѣтъ частями 4 раза въ году при причисленіи процентовъ къ капиталу тоже въ каждую четверть года и при ростѣ въ 5% — такая-же, какую имѣетъ ежесрочная сумма, уплачиваемая впродолженіи 80 лѣтъ въ размѣрѣ одной четверти рубля ежегодно при ростѣ въ $1^1/_4\%$, что всегда легко узнать изъ обыкновенныхъ вспомогательныхъ таблицъ для вычисленія сложныхъ процентовъ, взявъ $T = 1^1/_4\%$ и $n = 80$.

183. Если мы выведемъ отношеніе между наличной стоимостью ежесрочной суммы, уплачиваемой m раза въ году при причисленіи процентовъ къ капиталу k разъ въ году, къ наличной стоимости *той-же* ежесрочной суммы, когда она уплачивается столько же разъ въ году, сколько разъ проценты причисляются къ капиталу (или когда $m = k$), то мы придемъ къ слѣдующему заключенію:

$$U : U' = \frac{A\left(\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{kn} - 1\right)}{m\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{kn}\left(\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{\frac{k}{m}} - 1\right)} : \frac{A\left(\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{kn} - 1\right)}{t'\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{kn}} = \frac{1}{m\left(\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{\frac{k}{m}} - 1\right)} : \frac{1}{t'} =$$

$$= \frac{t'}{m\left(\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{\frac{k}{m}} - 1\right)} = \frac{\frac{t'}{m}}{\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{\frac{k}{m}} - 1}.$$

Слѣдовательно, $U = U' \dfrac{\frac{t'}{m}}{\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{\frac{k}{m}} - 1}$,

то-есть: если мы знаемъ наличную стоимость ежесрочной суммы, которая уплачивается столько-же разъ въ году, сколько разъ проценты причисляются къ капиталу, (а знать это большею частью можно прямо изъ вспомогательныхъ таблицъ для вычисленія сложныхъ процентовъ), то съ ея помощью легко опредѣлить и наличную стоимость *такой-же* ежесрочной суммы, когда она уплачивается m разъ въ году при причисленіи процентовъ къ капиталу k разъ въ году: для этого первую наличную стоимость достаточно помножить на постоянный множитель

$$\frac{\frac{t'}{m}}{\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{\frac{\kappa}{m}}-1}$$

или на отношеніе простыхъ $t'^0/_0$ за $\frac{1}{m}$-ую часть года къ сложнымъ $t'^0/_0$ за $\frac{1}{m}$-ую же часть года, когда проценты причисляются къ капиталу k разъ въ году.

184. Равнымъ образомъ, если извѣстна наличная стоимость ежесрочной суммы A, которая уплачивается столько-же разъ въ году, сколько разъ проценты причисляются къ капиталу, то по ней не трудно опредѣлить имѣющую равную наличную стоимость другую ежесрочную сумму A', которая уплачивается m разъ въ году при причисленіи процентовъ къ капиталу k разъ въ году. Въ этомъ случаѣ капиталъ одинаково выражаетъ наличную стоимость ежесрочной суммы A и ежесрочной суммы A'. Поэтому

$$\frac{A\left[\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{kn}-1\right]}{t'\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{kn}}=\frac{A'\left[\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{kn}-1\right]}{m\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{nk}\left[\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{\frac{\kappa}{m}}-1\right]} \text{ или } \frac{A}{t'}=\frac{A'}{m\left[\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{\frac{\kappa}{m}}-1\right]}$$

слѣдовательно,

$$A'=\frac{A}{t'}\cdot m\left[\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{\frac{\kappa}{m}}-1\right]=A\cdot\frac{m}{t'}\left[\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{\frac{\kappa}{m}}-1\right]=A\cdot\frac{\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{\frac{\kappa}{m}}-1}{\frac{t'}{m}}=$$

$$=A:\frac{\frac{t'}{m}}{\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{\frac{\kappa}{m}}-1}.$$

185. Такъ какъ множитель:

$$\frac{\frac{t'}{m}}{\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{\frac{\kappa}{m}}-1}$$

имѣетъ обширное примѣненіе въ разсматриваемаго рода расчетахъ, то англійскіе вычислители, Томанъ и два Мекензи вычислили его для 50 различныхъ t' при $m=2$, 4, 6, 12, 26 и 52 и при $k=1$; сверхъ того Томанъ вычислилъ для тѣхъ-же t' и обратное выраженіе того-же множителя

$$\frac{\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{\frac{\kappa}{m}}-1}{\frac{t'}{m}},$$

для $m=2$ и $m=4$ при $k=1$. Примѣненіе этихъ множителей весьма просто. Пусть напримѣръ спрашивается, какъ велика наличная стоимость ежесрочной суммы A, уплачиваемой по четвертямъ года, когда проценты причисляются къ капиталу полугодично? Отвѣтъ дать очень легко при помощи таблицы § 181, а именно при помощи выраженій столбцовъ 3-го и 2-го строки 2-ой мы имѣемъ:

$$U=\frac{A}{4}\cdot\frac{1-\frac{1}{\left(1+\frac{t'}{2}\right)^{2n}}}{\left(1+\frac{t'}{2}\right)^{1/2}-1}=\left\{\frac{1}{t'}\left(1-\frac{1}{\left(1+\frac{t'}{2}\right)^{2n}}\right)\cdot\frac{\frac{t'}{4}}{\left(1+\frac{t'}{2}\right)^{1/2}-1}\right\}A,$$

оба множителя, на произведеніе коихъ нужно помножить A, прямо даются вспомогательными таблицами, дающими даже и логарифмы означенныхъ множителей.

119. Изъ общей формулы наличной стоимости ежесрочной суммы, уплачиваемой m разъ въ году при причисленіи процентовъ къ капиталу k разъ въ году, слѣдующимъ образомъ выводится выраженіе срока, въ который такая ежесрочная сумма даетъ необходимое для интересовъ и погашенія капитала наличной стоимости.

$$U=\frac{A}{m}\cdot\frac{1-\frac{1}{\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{kn}}}{\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{\frac{\kappa}{m}}-1},\quad\text{поэтому}\quad 1-\frac{1}{\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{kn}}=\frac{Um}{A}\left\{\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{\frac{\kappa}{m}}-1\right\}\text{ или}$$

$$\frac{1}{\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{kn}}=1-\frac{Um}{A}\left\{\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{\frac{\kappa}{m}}-1\right\}.$$

Означимъ для краткости постоянный множитель

$$\frac{\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{\frac{\kappa}{m}}-1}{\frac{t'}{m}}=\sigma,$$

въ такомъ случаѣ мы можемъ написать

$$\frac{1}{\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{kn}}=1-\frac{t'\sigma U}{A}\quad\text{или}\quad\left(1+\frac{t'}{k}\right)^{kn}=\frac{A}{A-t'\sigma U},$$

слѣдовательно,

$$n=\frac{\log A-\log\left(A-t'\sigma U\right)}{k\log\left(1+\frac{t'}{k}\right)}.$$

XXV.

Погасительные планы.

187. Погасительные планы, то есть = опредѣленіе частностей того пути, которому будетъ слѣдовать постепенное погашеніе (или выкупъ) публичныхъ долговъ, до сихъ поръ больше имѣли значеніе способовъ для возвышенія публичнаго кредита, чѣмъ способовъ для уменьшенія задолженности. По крайней мѣрѣ такъ было въ области государственныхъ долговъ, а также въ области ипотечныхъ долговъ. Мысль о важности заботъ, посвященныхъ погашенію государственныхъ долговъ, изъ Голландіи проникла въ началѣ XVIII вѣка въ Англію, гдѣ съ 1706 г. уже началось установленіе особыхъ «фондовъ» для расходовъ на погашеніе государственныхъ долговъ, хотя въ это время англійскіе государственные долги были срочные (лотерейные, 99-лѣтіе и на срокъ жизни заимодавцевъ), и погашеніе входило составною частью въ платежи по нимъ. Когда-же затѣмъ, послѣ Утрехтскаго мира (1713 г.), сэръ Робертъ Вольполь началъ свои преобразованія англійскаго государственнаго долга для уменьшенія расходовъ по нему уменьшеніемъ платимыхъ интересовъ и превращеніемъ срочныхъ займовъ въ безсрочные («вѣчные»),—то одновременно (въ 1716 г.) учрежденъ былъ и такъ называемый «старый» или «Вольполевскій» погасительный фондъ, которому ассигнованы были значительные рессурсы для выкупа государственныхъ долговъ. До этого времени (съ 5 ноября 1688 г. по 29 сентября 1717) по бюджетамъ было зачислено расходовъ на уменьшеніе государственныхъ долговъ (преимущественно краткосрочныхъ) лишь на 2.859.281 ф. с., тогда какъ поступленій отъ вновь заключенныхъ займовъ зачислено 49.515.457 ф. с. Въ продолженіи существованія Вольполевскаго погасительнаго фонда съ 1718 по 1788 г. ему было ассигновано разныхъ суммъ изъ налоговъ и иныхъ обыкновенныхъ бюджетныхъ рессурсовъ на 200.607.110 ф. с. и ему-же было отчислено изъ поступленій отъ займовъ 15.390.978 ф. с. и пожертвованій 6.583 ф. с.; но изъ этихъ ассигнованій для уплаты капитала долговъ было употреблено лишь 23.984.344 ф. с., остальныя-же суммы израсходованы на разныя иныя нужды. Это неуспѣшное дѣйствіе Вольполевскаго фонда вызвало очень сильную и талантливую критику знаменитаго въ свое время богослова и математика, диссидентскаго (раскольничьяго) проповѣдника, Ричарда Прейса. Справедливо упрекая правительство за отвлеченіе отъ ихъ первоначальнаго назначенія суммъ, ассигновавшихся на погашеніе долговъ, Прейсъ настаивалъ и на неудовлетворительность самого устройства Вольполевскаго фонда, который, по мысли своего основателя, долженъ былъ состоять только изъ назначенныхъ для него отчисленій изъ поступленій отъ налоговъ; по мысли-же Прейса эти отчисленія изъ поступленій отъ налоговъ имѣли второстепенное значеніе, главное-же значеніе должны были получить проценты на выкупленныя (погашенныя) части государственнаго долга, то есть — наростаніе суммъ погаситель-

наго фонда сложными процентами. Мысль о громадномъ значеніи этого наростанія сложными процентами суммъ погасительнаго фонда Прейсъ считалъ своимъ открытіемъ, и агитируя всѣми способами (даже съ церковной кафедры) въ пользу своего «открытія», Прейсъ одно время (по окончаніи войны изъ за независимости Соединенныхъ Штатовъ Сѣверной Америки) до такой степени увлекъ за собою общественное мнѣніе въ Англіи, что «сложные проценты» сдѣлались моднымъ предметомъ, сосредоточившимъ на себѣ общее вниманіе; Прейса считали чуть-ли не спасителемъ отечества во всѣхъ слояхъ населенія и во всѣхъ партіяхъ, въ кругахъ правительственныхъ и оппозиціонныхъ. Въ необходимости осуществить мысль Прейса никто не сомнѣвался, хотя ему вѣрили совершенно слѣпо и никто не входилъ въ разборъ его теоріи до 1810 года, когда впервые эдинбургскій профессоръ математики, Гамильтонъ, выяснилъ нелѣпость преувеличенныхъ представленій Прейса о чудотворной силѣ, съ которой, будто-бы, сложные проценты способны вести къ уменьшенію государственныхъ долговъ совершенно независимо отъ свойства тѣхъ источниковъ, изъ которыхъ черпаются суммы, расходуемыя на погашеніе долговъ. (Прейсъ доходилъ до утвержденія, что даже когда погасительный фондъ питается суммами, полученными отъ новыхъ долговъ, то онъ все-таки съ выгодою и пользою дѣлаетъ свое дѣло). Но послѣ 1810 потребовалось еще 18 лѣтъ и въ продолженіи этихъ 18 лѣтъ была нужна самая ожесточенная борьба противъ идей Прейса (главными борцами въ этой борьбѣ были знаменитый политико-экономъ Рикардо и иниціаторъ податныхъ реформъ Англіи въ XIX ст., сэръ Генри Парнелль, впослѣдствіи лордъ Кингстонъ) и только въ 1829 году парламентомъ было признано, что все построенное на «великомъ открытіи» Прейса было построено на пескѣ и не заслуживало тѣхъ громадныхъ жертвъ, которыя требовались для него. Въ 1786 г. Питтъ младшій, увлеченный общимъ теченіемъ, преобразовалъ по мысли Прейса Вальполевскій погасительный фондъ и со 2 августа 1786 года, когда началось дѣйствіе новаго фонда, до 5 іюля 1829 г., когда за упраздненіемъ его дѣйствія были пріостановлены, его поступленія составляли: прямыя общія ассигнованія изъ обыкновенныхъ государственныхъ доходовъ 73.294.278 ф. с., особыхъ 1%-ныхъ отчисленій на всякій новый заемъ 166.473.919 ф. с., процентовъ отъ выкупленныхъ (погашенныхъ) долговъ 95.980.798 ф. с. и суммъ отъ невостребованныхъ процентовъ и пожертвованій 1.145.595 ф. с., всего-же 336.894.890 ф. с. или по 6 р. 30 к. за ф. с. 2.122.437.800 металл. рублей, которые сполна были израсходованы на «погашеніе» государственнаго долга въ ту самую эпоху, въ которую государственный долгъ Англіи возросъ съ 245.466,855 ф. с. въ 1786 году до 796.799,532 ф. с. въ 1829 году, или, несмотря на «погашеніе», въ концѣ-концовъ увеличился на 551.332.677 ф. с. или на 3.473,395.865 металл. рублей. Конечно, объясняется это тѣмъ, что вмѣсто погашаемыхъ долговъ занимали новые долги, заключенные на болѣе значительныя суммы, чѣмъ погашаемые, и (какъ выяснено было особою коммиссіею подъ предсѣдательствомъ сэра Генри Парнелля, разбиравшею это дѣло предъ его преобразованіемъ 1829 года) на условіяхъ гораздо болѣе тяжелыхъ, чѣмъ погашаемые долги. Если такъ было поставлено дѣло погашенія государственныхъ долговъ до 1829 г. даже въ Англіи, то неудивительно, что еще хуже его постановка была на континентѣ Европы. Во Франціи, Австріи и Россіи (отчасти и въ Пруссіи) начали увлекаться сложными процентами въ при-

мѣненіи ихъ къ погашенію долговъ послѣ 1815 года, когда въ Англіи «великое открытіе» Прейса успѣло уже выдохнуться и уже шла дѣятельная агитація противъ него. Это не помѣшало однако тому, что на континентѣ Европы еще совершенно искренно вѣрили въ чудодѣйственное вліяніе сложныхъ процентовъ, какъ доказываютъ напр. напечатанные документы, относящіеся ко времени учрежденія нашей Коммиссіи погашенія государственныхъ долговъ, съ изложеніемъ идей по этому предмету, которыми въ 1816 году увлекался графъ Гурьевъ. Но не менѣе сильно этими идеями тогда-же увлекались во Франціи и Австріи. Такъ во Франціи съ 1816 по 1871 г. на погашеніе (выкупъ) государственныхъ долговъ было ассигновано 4.874.426.707 франковъ, но изъ нихъ большая часть, какъ во времена Вальполевскаго фонда въ Англіи, была отвлечена отъ своего прямого назначенія, а именно совсѣмъ не на погашеніе было израсходовано 3.087.627.208 франковъ, но остальные 1.786.799.499 фр. все-таки были употреблены на выкупъ капитала безсрочнаго государственнаго долга, по коему годовой расходъ составлялъ 87.822.550 фр. или съ среднею уплатою за всякій франкъ выкупаемой ренты по $\frac{1.786.799.499}{87.822.550} = 20.345$ франковъ, чему соотвѣтствуетъ стоимость капитала въ $\frac{87.822.550}{1.786.799.499} = 4.6794\%$. А между тѣмъ въ тоже время только займами, заключенными на открытомъ рынкѣ, былъ реализованъ капиталъ въ 6.745.166.385 фр. при ежегодномъ расходѣ въ 348.371.932 фр., слѣдовательно при средней стоимости одного франка ренты въ 19.362 фр., чему соотвѣтствуетъ стоимость капитала въ 5.1648%. Слѣдовательно, реализуя 87.822.550 франковъ ренты, французское правительство за нихъ получило

$$\frac{6.745.166.385 \times 87.822.550}{348.371.932} = 1.700.417.255 \text{ франковъ},$$

тогда какъ выкуплены они были съ убыткомъ въ 1.786.799.499—1.700.417.255= =86.382.244 франка (21.595.561 мет. руб.), не говоря уже о томъ, что для уменьшенія государственной задолженности «погашеніе» не имѣло никакого значенія, такъ какъ оно, напротивъ, шло параллельно весьма значительному увеличенію государственной задолженности. Однородные результаты дало погашеніе государственныхъ долговъ въ Австріи, гдѣ оно было пріостановлено въ половинѣ 1860-хъ годовъ, и въ Пруссіи, гдѣ оно въ 1869 г. было особою операціею отстранено отъ большей части собственно государственныхъ долговъ и оставлено лишь для очень немногихъ изъ нихъ и для желѣзнодорожныхъ долговъ, какъ заключенныхъ для доходныхъ предпріятій, которыя должны оплачивать всѣ, сдѣланныя для нихъ затраты, а потому погасить и затраченные на нихъ капиталы, добытые посредствомъ заключенія долговъ.—Дѣйствительное (реальное) значеніе погашеніе государственныхъ долговъ всегда имѣло только въ Соединенныхъ Штатахъ Сѣверной Америки, гдѣ оно шло (или только и производилось, когда оно могло идти) одновременно съ уменьшеніемъ государственной задолженности. Такой-же характеръ погашеніе государственныхъ долговъ получило въ Англіи съ начала 1860-хъ годовъ. Наконецъ реальное-же значеніе погашеніе государственныхъ долговъ получило со второй половины 1880-хъ годовъ и въ Россіи.

188. Задача правильнаго (дѣйствительнаго или реальнаго) погашенія заключается въ образованіи актива (имущества), соотвѣтствующаго пассиву, представ-

ляемому долгомъ, для такого уравновѣшиванія одного другимъ, которое выражалось-бы во взаимномъ ихъ поглощеніи и уничтоженіи одного другимъ. Къ сожалѣнію, какъ видно изъ вышеизложеннаго, это понятіе—не единственное, на которомъ можетъ основываться и дѣйствительно большею частью строится и держится погашеніе публичныхъ долговъ. Поэтому приходится различать дѣйствительное (реальное) погашеніе отъ погашенія формальнаго (кажущагося). Реально только то погашеніе, которое единственнымъ основаніемъ имѣетъ образовавшееся у должника *собственное* имущество, *свободное* отъ необходимости быть затраченнымъ на что-либо иное, кромѣ уплаты долговъ, и поэтому годное для уменьшенія всей задолженности на какую-либо часть. Напротивъ, лишь формальнымъ (кажущимся) приходится признать погашеніе въ томъ видѣ, въ какомъ оно большею частью практиковалось въ финансовомъ быту европейскихъ странъ, въ которыхъ подъ погашеніемъ понимали уплату извѣстныхъ долговъ (заключенныхъ тогда-то), не разбирая, какія при этомъ расходовались средства: такія-ли, которыя составляли собственное имущество изъ сбереженій отъ свободныхъ избытковъ, или такія, которыя были добыты посредствомъ заключенія новыхъ долговъ, вслѣдствіе коихъ задолженность и связанныя съ нею тягости, не смотря на погашеніе, или не измѣнялись, или даже увеличивались. Оттого формальное (кажущееся) погашеніе ничего общаго не имѣетъ съ уменьшеніемъ задолженности, выражающейся въ итогѣ всѣхъ отдѣльныхъ долговъ, вмѣстѣ взятыхъ. Такъ какъ въ финансовомъ быту европейскихъ странъ до весьма недавняго времени практиковалось лишь формальное погашеніе, то хотя одни долги уплачивались или выкупались, но въ тоже время другіе занимали ихъ мѣсто, и оттого въ общемъ итогѣ долговъ, выражающемъ задолженность, или совсѣмъ не было перемѣны, или перемѣна была къ худшему, оттого что менѣе значительные и менѣе тяжелые долги нерѣдко замѣнялись болѣе значительными и болѣе тяжелыми долгами.

189. Для механизма погашенія, однако, особенно со стороны его расчетныхъ основаній, совершенно безразлично, какова внутренняя природа погашенія въ данномъ случаѣ: реальное-ли оно (дѣйствительное), или формальное (кажущееся). Экономическія и финансовыя послѣдствія погашенія оттого могутъ быть самыя печальныя даже при самомъ совершенномъ его устройствѣ, если оно не идетъ объ руку съ уменьшеніемъ задолженности, зависящемъ не отъ механизма погашенія, а отъ источника питающихъ его средствъ. Это безусловно необходимо помнить, особенно когда идетъ рѣчь о всякаго рода погасительныхъ планахъ, иначе неминуемы тѣ увлеченія и ошибки, которыя такъ дорого обошлись многимъ европейскимъ странамъ, когда онѣ, слѣдуя теоріи Прейса, преувеличивали значеніе механизма погашенія, наростающаго сложными процентами.

190. Когда погашеніе наростаетъ сложными процентами, то должникъ, на примѣръ—государство, одною частью своихъ средствъ (изъ налоговъ) выкупаетъ другую часть своихъ-же средствъ (изъ тѣхъ-же налоговъ), расходуемую на уплату интересовъ по долгамъ. Поэтому неправильно, когда прогрессивное погашеніе представляется, какъ автоматическій способъ, при которомъ источникъ для уменьшенія долговъ увеличивается «самъ-собою», только отъ наростанія сложными процентами. Нѣтъ механизма, какъ-бы автоматически онъ ни дѣйствовалъ, который способенъ былъ-бы выйти изъ бездѣятельнаго (инертнаго) состоянія и непрерывно

находиться въ дѣятельномъ состояніи только силою механическихъ основаній, на которыхъ онъ построенъ. Ошибка математика Прейса, слѣпо вѣрившаго въ силу сложныхъ процентовъ, какъ самостоятельнаго механизма для погашенія долговъ, была поэтому лишь однимъ изъ многочисленныхъ проявленій фанатическаго заблужденія механиковъ-сумасбродовъ, вѣрующихъ въ perpetuum mobile. Прейсовская проповѣдь сложныхъ процентовъ, какъ великаго открытія, была лишь проповѣдью яко-бы открытаго финансоваго perpetuum mobile. На дѣлѣ-же погашеніе государственныхъ долговъ во всякомъ случаѣ и всегда дѣйствуетъ только двигательною силою тѣхъ налоговъ, которые на него расходуются, и его двигательная сила наростаетъ только средствами отъ налоговъ-же, расходовавшимися на уплату процентовъ по погашеннымъ долгамъ.

191. Расчетныя основанія, на которыхъ были устроены погасительные фонды и погасительные планы по непосредственнымъ указаніямъ Прейса, сохранили свое значеніе во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, въ коихъ погашеніе, особенно безсрочныхъ долговъ, производится не тиражемъ жребія, а выкупомъ (покупкою) на открытомъ рынкѣ (на биржѣ) по волной цѣнѣ. Въ этихъ случаяхъ суммы, ассигнуемыя на погашеніе, образуютъ отдѣльный фондъ, наростаютъ и хранятся впредь до употребленія ихъ наиболѣе выгоднымъ образомъ.

192. Въ элементарной части нашего изложенія (гл. IX) было объяснено, что при ростѣ T, при срокѣ n, при расходованіи по долгу на интересы и погашенія ежесрочной суммы A и при наростаніи погашенія сложными T процентами на часть A, которая служитъ для погашенія и которую мы означаемъ чрезъ B, наросшая стоимость всей ежесрочной суммы A или $A\omega_{n(T)} = \frac{A}{T}[(1+T)^n - 1]$ составитъ столько-же, сколько составитъ погашаемый капиталъ K съ тѣми-же сложными T процентами на него или $K(1+T)^n$; а наросшая стоимость ежесрочной суммы, расходуемой на погашеніе, или $B\omega_{n(T)} = \frac{B}{T}[(1+T)^n - 1]$ составляетъ столько-же, сколько погашаемый капиталъ K. Или: такъ какъ

$$A\omega_{n(T)} = K(1+T)^n \text{ и } B\omega_{n(T)} = K, \text{ то}$$

$$\frac{A}{B} = (1+T)^n \text{ и } B = \frac{A}{(1+T)^n}.$$

и такъ ежесрочная сумма A равняется частному отъ раздѣленія суммы погашаемаго капитала на наличную стоимость ежесрочной единицы при томъ-же срокѣ n и ростѣ T или

$$A = \frac{K}{\gamma_{n(T)}} = K : \frac{(1+T)^n - 1}{T(1+T)^n} = \frac{KT(1+T)^n}{(1+T)^n - 1}, \text{ то поэтому}$$

$$B = \frac{K}{(1+T)^n \gamma_{n(T)}} = \frac{K}{(1+T)^n} \cdot \frac{1}{\gamma_{n(T)}} = \frac{KT(1+T)^n}{(1+T)^n[(1+T)^n - 1]} = \frac{KT}{(1+T)^n - 1}$$

выраженіе, которое можно вывести непосредственно и изъ «общаго погасительнаго множителя» единицы капитала, составляющаго при ростѣ T и при срокѣ n, какъ извѣстно, $\frac{T}{(1+T)^n - 1}$, вслѣдствіе чего для погашенія капитала K будетъ требоваться въ K разъ больше или $\frac{KT}{(1+T)^n - 1}$.

193. Простѣйшій погасительный планъ представляется тѣмъ, неоднократно встрѣчавшимся въ практикѣ, устройствомъ погашенія, при которомъ для него на-

значается особый «капиталъ выкупа» или «фондъ» F съ тѣмъ, чтобы онъ съ нарос-шими на него сложными $T^0/_0$ былъ употребленъ для погашенія капитала долга K. Очевидно въ такомъ случаѣ, если мы означимъ состояніе капитала долга по истеченіи m единицы времени отъ его заключенія чрезъ K_m, то $K_m = K - F(1+T)^m$, или остатокъ непогашеннаго долга будетъ равняться разности между первоначальною суммою долга и тѣми средствами, которыя въ истекшія m единицъ времени накопились отъ фонда F съ нарос-шими на него $T^0/_0$. Если фондъ F составлялъ $q^0/_0$ отъ K или Kq, то $K_m = K - qK(1+T)^m = K[1-(1+T)^m q]$. Если требуется опредѣлить, какое q необходимо для того, чтобъ въ данный срокъ n капиталъ долга K былъ окончательно погашенъ, то очевидно на это отвѣчаетъ равенство $K - Kq(1+T)^n = K[1-(1+T)^n q] = 0$, слѣдовательно $q(1+T)^n = 1$, а потому $q = \frac{1}{(1+T)^n}$. Напримѣръ при $T = 5^0/_0$ и $n = 37$ $q = 16{,}_{443563}{}^0/_0$; при $T = 5^0/_0$ и при $n = 81$ $q = 1{,}_{921617}{}^0/_0$; при $T = 4^0/_0$ и $n = 80$ $q = 4{,}_{338433}{}^0/_0$; при $T = 3^0/_0$ и $n = 80$ $q = 9{,}_{39771}{}^0/_0$, и т. д. Изъ того-же равенства легко вывести выраженіе срока, въ который будетъ погашенъ капиталъ K, если для его погашенія фондъ F составляетъ Kq со сложными $T^0/_0$, а именно, если означимъ искомый срокъ чрезъ x, то очевидно $q(1+T)^x = 1$ или $(1+T)^x = \frac{1}{q}$, поэтому $x \log(1+T) = \log 1 - \log q$ и слѣдовательно $x = \frac{\log 1 - \log q}{\log(1+T)}$.

194. Въ практическомъ примѣненіи расчеты первыхъ по времени погасительныхъ плановъ, построенныхъ на началѣ наростанія сложными процентами, производились для операцій по выкупу безсрочныхъ займовъ. Они были очень просты, если исходили изъ выкупа по нарицательной цѣнѣ и оттого изъ предположенія, что суммы, ассигнуемыя на погашеніе, будутъ наростать сложными процентами, исчисленными по нарицательному росту погашаемаго долга. Если, напримѣръ, спрашивалось: какой ежесрочный взносъ въ погасительный фондъ нуженъ для выкупа въ срокъ n по нарицательной цѣнѣ капитала долга K, по которому уплачивается нарицательнаго роста $t^0/_0$, то сначала опредѣлялась ежесрочная сумма A, необходимая для уплаты интересовъ въ размѣрѣ $t^0/_0$ и для погашенія въ срокъ n капитала K, что выяснялось изъ равенства $A = K \cdot \frac{1}{s_{n(t)}}$, а затѣмъ искомительный взносъ B въ погасительный фондъ опредѣлялся изъ равенства $B = \frac{A}{(1+t)^n}$ (см. § 192).

195. Однако, такъ какъ на дѣлѣ погашаемые безсрочные займы выкупались не по нарицательной, а по биржевой цѣнѣ, то это нѣсколько усложняло расчетъ. По биржевой цѣнѣ нарицательный капиталъ долга выкупался (погашался) наличнымъ капиталомъ C, который былъ меньше или больше нарицательнаго капитала и собственно опредѣлялъ требовавшійся расходъ на погашеніе. Поэтому сначала необходимо было привести въ извѣстность, какой наличный капиталъ C требуется для выкупа нарицательнаго капитала безсрочнаго долга K, по которому при нарицательномъ ростѣ въ $t^0/_0$ сумма Kt выражала соединенный съ нимъ безсрочный доходъ или «вѣчную ренту», подлежавшую выкупу вмѣстѣ съ нарицательнымъ капиталомъ K. На основаніи биржевой цѣны опредѣлялась рыночная цѣна каждой

единицы денежной стоимости (каждаго франка, фунта стерлингъ и т. д.) ренты, а слѣдовательно и стоимость Kt единицъ ренты, а потому и рыночная стоимость всего выкупаемаго капитала K. Или, если рыночная цѣна составляла $p^0/_0$ нарицательнаго капитала, то требующійся для выкупа наличный капиталъ составлялъ $C = pK$. Но приведенію-же въ извѣстность требовавшагося наличнаго капитала C, отношеніе выкупаемой ренты къ этому наличному капиталу выражало процентъ его доходности, или отношеніе $\frac{Kt}{C} = \tau^0/_0$ приводило въ извѣстность тотъ ростъ τ, на которомъ основывали расчетъ наростанія сложными процентами суммы, служащей для погашенія. Такимъ образомъ выясненное на изложенныхъ основаніяхъ равенство $pK = C = A\varphi_{n(\tau)}$ давало возможность привести въ извѣстность всѣ элементы дѣла посредствомъ слѣдующихъ ихъ выраженій:

$$K = \frac{C}{p} = \frac{A}{p}\varphi_{n(\tau)};\quad A = \frac{Kp}{\varphi_{n(\tau)}} = \frac{C}{\varphi_{n(\tau)}};\quad p = \frac{A}{K}\varphi_{n(\tau)} = \frac{C}{K};$$

при этомъ часть A, предназначенная для погашенія, или $B = \frac{C\tau}{(1+\tau)^n - 1} = \frac{C}{(1+\tau)^n \varphi_{n(\tau)}} = \frac{pK\tau}{(1+\tau)^n - 1} = \frac{pK}{(1+\tau)^n \varphi_{n(\tau)}}$. Напримѣръ, если задача заключалась въ опредѣленіи, какая ежесрочная сумма A нужна для выкупа безсрочнаго долга на нарицательный капиталъ $K = 50.000.000$, при нарицательномъ ростѣ $t = 5^0/_0$, слѣдовательно, когда рента, то есть, платежъ должника и доходъ капиталиста, составляла $Kt = 2.500.000$, а на рынкѣ цѣна $5^0/_0$-ной ренты была 125 за 100 или $p = 125^0/_0 = 1{,}25$, выкупъ-же предполагалось производить въ теченіи срока $n = 25$ годамъ,—то $C = pK = 1{,}25 \times 50.000.000 = 62.500.000$, поэтому $\tau = \frac{Kt}{C} = \frac{25.000.000}{62.500.000} = 4^0/_0$, слѣдовательно искомое $A = \frac{C}{\varphi_{25(4)}} = \frac{1}{\varphi_{25(4)}} \cdot 62.500.000 = 4.000.748{,}50$. Слѣдовательно, расходуя ежегодно въ теченіи 25 лѣтъ по 4.000.748,50, должникъ могъ при средней рыночной цѣнѣ $5^0/_0$ ренты по $125^0/_0$ за 100 выкупить или погасить капиталъ ея въ 50.000.000 р.; а такъ какъ на этотъ капиталъ онъ до выкупа расходовалъ $Kt = C\tau = 2.500.000$, то значитъ собственно для погашенія ему приходилось сдѣлать новую ежесрочную затрату

$$B = \frac{A}{(1+\tau)^n} = \frac{K\tau}{(1+\tau)^n - 1} = 1.500.748{,}50.$$

Другое выраженіе для B получалось изъ равенства $B = A - Kt$ и изъ того, что $A = \frac{C}{\varphi_{n(\tau)}} = \frac{pK}{\varphi_{n(\tau)}}$, поэтому $B = \frac{pK}{\varphi_{n(\tau)}} - Kt$, при чемъ $\tau = \frac{Kt}{C} = \frac{Kt}{pK} = \frac{t}{p}$.

196. Если B или ассигнованіе на погашеніе было извѣстно, а слѣдовательно извѣстна была и ежесрочная сумма $A = Kt + B$, и требовалось опредѣлить, въ какой срокъ послѣдуетъ погашеніе при разныхъ биржевыхъ цѣнахъ, представлявшихъ рыночную стоимость погашаемаго капитала и соединенной съ нимъ безсрочной ренты, то для этого опредѣленія могло служить равенство $\frac{A}{B} = (1+\tau)^n$ при различныхъ τ, соотвѣтствовавшихъ различнымъ биржевымъ цѣнамъ. Такъ какъ $\tau = \frac{Kt}{C} = \frac{Kt}{pK} = \frac{t}{p}$ (при чемъ по прежнему p означаетъ рыночную стоимость или биржевую цѣну въ процентахъ погашаемаго или выкупаемаго капитала, то

есть $p=\frac{C}{K}$, выражая отношеніе наличнаго капитала C къ тому нарицательному капиталу K, который могъ быть купленъ на биржѣ за C, то

$$1+\tau=1+\frac{Kt}{C}=\frac{C+Kt}{C}=1+\frac{p}{t}=\frac{p+t}{p} \text{ и } (1+\tau)^n=\left(\frac{C+Kt}{C}\right)^n \text{ поэтому}$$

$$\frac{A}{B}=(1+\tau)^n=\left(\frac{C+Kt}{C}\right)^n=\left(\frac{p+t}{p}\right)^n, \text{ слѣдовательно}$$

$$n\log\left(\frac{C+Kt}{C}\right)=n\log\left(\frac{p+t}{p}\right)=\log\frac{A}{B} \text{ и оттого}$$

$$n=\frac{\log\frac{A}{B}}{\log\frac{C+Kt}{C}}=\frac{\log\frac{A}{B}}{\log\frac{p+t}{p}}.$$

197. Когда извѣстенъ былъ расходъ (B), предполагавшійся для погашенія нарицательнаго капитала K, по коему нарицательный ростъ былъ t и поэтому нарицательныхъ интересовъ уплачивалось Kt, а потому извѣстна была ежесрочная сумма $A=Kt+B$, изъ которой впродолженіи срока n предполагалось уплачивать интересы и погашеніе по капиталу K, а нужно было привести въ извѣстность p или ту биржевую стоимость выкупаемаго капитала, при которой возможно осуществить выкупъ этими средствами, то очевидно для этого было необходимо сначала опредѣлить тотъ ростъ τ, на который должно въ этомъ случаѣ наростать погашеніе. Опредѣлить это было возможно на основаніи равенства $\frac{A}{B}=(1+\tau)^n$ и поэтому $\tau=\left(\frac{A}{B}\right)^{\frac{1}{n}}-1$, а такъ какъ $\tau=\frac{t}{p}$, то это давало искомую и биржевую цѣну $p=\frac{t}{\tau}$.

198. Тѣже формулы примѣняются и къ срочнымъ займамъ, когда ихъ погашеніе производится посредствомъ выкупа по биржевой цѣнѣ. Поэтому:

I. Когда подлежитъ приведенію въ извѣстность ежесрочная сумма A, потребная для выкупа нарицательнаго капитала K, по которому уплачиваются интересы по нарицательному росту t, который заключенъ и подлежитъ выкупу въ срокъ n и который предполагается выкупить по цѣнѣ, составляющей $p^0/_0$ нарицательнаго капитала,—то сначала опредѣляется ростъ τ, по которому будутъ наростать сложные проценты на суммы, служащія для погашенія, для чего служитъ равенство $\tau=\frac{t}{p}$; затѣмъ приводится въ извѣстность необходимый для выкупа наличный капиталъ $C=pK$ и наконецъ опредѣляется искомая ежесрочная сумма $A=C\cdot\frac{1}{\varphi_{n(\tau)}}$.

II. Если ежесрочная сумма A извѣстна, извѣстенъ нарицательный ростъ t и срокъ n займа, которые желаютъ выкупить, извѣстенъ курсъ p, по коему будетъ производиться выкупъ, но вычисленію подлежитъ капиталъ K, который можетъ быть выкупленъ имѣющимися средствами, — то приведя въ извѣстность $\tau=\frac{t}{p}$, опредѣляютъ наличный капиталъ $C=A\varphi_{n(\tau)}$, а затѣмъ вычисляется искомый нарицательный капиталъ $K=\frac{C}{p}$.

III. Если извѣстны всѣ элементы, кромѣ курса, по которому при нихъ можетъ состояться выкупъ, то приведи въ извѣстность $\tau = \left(\frac{A}{B}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$, вычисляютъ искомый курсъ $p = \frac{t}{\tau}$.

IV. Наконецъ, когда извѣстно, что̀ выкупаютъ, какими средствами и по какому курсу, но неизвѣстенъ срокъ, въ который выкупъ осуществится, то изъ равенства $\tau = \frac{Kt}{C} = \frac{t}{p}$ слѣдуетъ, что $(1+\tau)^n = \left(\frac{C+Kt}{C}\right)^n = \left(\frac{p+t}{p}\right)^n$, а такъ какъ $(1+\tau)^n = \frac{A}{A-Kt}$, то искомое опредѣлится по формулѣ

$$n = \frac{\log\left(\frac{A}{A-Kt}\right)}{\log\left(\frac{C+Kt}{C}\right)} = \frac{\log\left(\frac{A}{A-Kt}\right)}{\log\frac{p+t}{p}} = \frac{\log A - \log B}{\log(1+\tau)}.$$

199. Предъидущія объясненія, между прочимъ, бросаютъ свѣтъ на тѣ случаи, когда по какому либо капиталу K производятъ платежи изъ ежесрочной суммы A, изъ которой интересы уплачиваются по одному росту t, тогда какъ погашеніе наростаетъ сложными процентами по другому росту τ. Ежесрочная сумма тогда составляетъ $A = Kt + \frac{K\tau}{(1+\tau)^n - 1}$, что вполнѣ соотвѣтствуетъ существу подобныхъ случаевъ; а такъ какъ $\frac{\tau}{(1+\tau)^n-1} = \frac{\tau(1+\tau)^n}{[(1+\tau)^n-1](1+\tau)^n} = \frac{1}{\varphi_{n(\tau)}(1+\tau)^n}$, то

$$A = Kt + \frac{K}{(1+\tau)^n} \cdot \frac{1}{\varphi_{n(\tau)}} = K\left[t + \frac{\tau}{(1+\tau)^n - 1}\right] = K\left[t + \frac{1}{(1+\tau)^n \varphi_{n(\tau)}}\right].$$

Отсюда легко опредѣляется капиталъ, для уплаты по которому интересовъ и погашенія такая ежесрочная сумма достаточна

$$K = \frac{A}{t + \frac{\tau}{(1+\tau)^n - 1}} = \frac{A}{t + \frac{1}{(1+\tau)^n \varphi_{n(\tau)}}}.$$

Наконецъ срокъ, въ который при такомъ составѣ ежесрочной суммы, можетъ произойти погашеніе всего займа, выводится изъ выраженія ежесрочной суммы такъ:

$A - Kt = \frac{K\tau}{(1+\tau)^n - 1}$ или $[(1+\tau)^n - 1](A - Kt) = K\tau$ поэтому $(1+\tau)^n = 1 + \frac{K\tau}{A-Kt} =$

$$= \frac{A - Kt + K\tau}{A - Kt} = \frac{A + K(\tau - t)}{A - Kt} = \frac{A - K(t-\tau)}{A - Kt}$$

слѣдовательно

$$n = \frac{\log[A + K(\tau - t)] - \log(A - Kt)}{\log(1+\tau)} = \frac{\log[A - K(t-\tau)] - \log(A - Kt)}{\log(1+\tau)}.$$

§ 200. Погасительныя планы для займовъ, къ которымъ примѣняется тиражъ жребія погашенія, имѣютъ задачею привести въ извѣстность, сколько облигацій разныхъ достоинствъ (въ 100 или 125, 500, 1000, 5000 и т. д. рублей) могутъ быть погашены по нарицательной цѣнѣ изъ суммъ, причитающихся во всякую единицу времени на погашеніе нарицательнаго капитала долга. Для этого сначала съ совершенною точностью вычисляется, какъ въ данномъ случаѣ ежесрочная сумма распредѣляется по всякую единицу времени между суммами, причитающимися на уплату интересовъ, и суммами, причитающимся для расхода на обяза-

тельное погашеніе. На основаніи этихъ-то послѣднихъ суммъ засимъ приводится въ извѣстность, на какое цѣлое число облигацій разныхъ достоинствъ ихъ хватаетъ, потому что владѣлецъ всякой облигаціи, вышедшей въ тиражъ погашенія, долженъ получить уплату всею суммою ея нарицательнаго достоинства. Такъ какъ суммы, причитающіяся на погашеніе въ разныя единицы времени, могутъ состоять не изъ однихъ только цѣлыхъ кратныхъ чиселъ облигацій разныхъ достоинствъ, но и изъ смѣшанныхъ кратныхъ таковыхъ чиселъ, то есть, изъ цѣлыхъ чиселъ съ дробью или частью облигаціи наименьшаго достоинства, то дробная часть, которая не можетъ израсходоваться въ данную единицу времени, какъ недѣлимый остатокъ, съ начисленіемъ на нее погасительныхъ процентовъ за одну единицу времени, присоединяется къ суммамъ, причитающимся для погашенія въ слѣдующую единицу времени. Отчасти это нами уже объяснено выше (см. стр. 96) при изложеніи основаній примѣненія тиража жребія къ погашенію займовъ. Для большей наглядности приводимъ въ слѣдующей таблицѣ еще одинъ примѣръ, касающійся 5%-наго займа на 100.000.000 р., заключеннаго на 37 лѣтъ съ ежегоднымъ расходованіемъ по нему для интересовъ и погашенія по 5.983.979 рублей и раздѣленнаго на 1.000.000 облигацій по 100 рублей каждая.

Г О Д Ъ.	Состояніе неногашенной части капитала долга.	Распредѣленіе ежесрочной суммы 5.983.979 р., между требованіями для расходовъ на уплату		Всего имѣлось для погашенія съ недѣлимымъ остаткомъ и 5% на него.	Изъ того числа погашается тиражемъ.	Число тиражируемыхъ облигацій.	Недѣлимый остатокъ.	5% на недѣлимый остатокъ.	Итогъ сдѣланныхъ погашеній за всѣ годы.
		5% интересовъ на непогашенную часть долга.	Погашенія.						
1	100.000.000	5.000.000	983.979	983.979	983.900	9.839	79	3.95	983.900
2	99.016.100	4.950.805	1.033.174	1.033.256.95	1.033.200	10.332	56.59	2.84 3/4	2.017.100
3	97.982.900	4.899.145	1.084.834	1.084.893.44	1.084.800	10.848	93.44	4.67 1/5	3.101.900
4	96.898.100	4.844.905	1.139.074	1.139.172.11	1.139.100	11.391	72.11	3.60 1/2	4.241.000
5	95.759.100	4.787.950	1.196.029	1.196.104.91	1.196.100	11.961	4.91	0.24 1/2	5.437.100
6	94.562.900	4.728.145	1.255.834	1.255.839.16	1.255.800	12.558	39.16	1.95 4/5	6.692.900
7	93.307.100	4.665.355	1.318.624	1.318.665.07	1.318.600	13.186	65.07	3.25 1/3	8.011.500
8	91.988.500	4.599.425	1.384.554	1.384.622.32	1.384.600	13.846	22.32	1.11 2/3	9.396.100

и такъ далѣе.

Существо плана тиража не измѣняется, должны-ли вынииаться изъ тиражнаго колеса нумера облигацій тѣхъ или иныхъ достоинствъ, бросаются-ли въ колесо нумера каждой отдѣльной облигаціи, или нумера группъ ихъ или серій въ десятокъ, два десятка, сотню облигацій; тиражируются-ли облигаціи по займу

съ погашеніемъ, наростающихъ сложными процентами, или съ ежегодно-равнымъ погашеніемъ—во всякомъ случаѣ сначала совершенно тщательно должна опредѣляться сумма, которая должна была до даннаго времени накопиться для расхода на погашеніе, а затѣмъ въ зависимости отъ дѣлителя, представляемаго суммою каждаго тиражируемаго нумера, опредѣляется сколько нумеровъ должны выйти въ тиражъ. Но какъ ни просты эти условія, вычисленія для тиража должны быть сдѣланы съ совершеннѣйшею тщательностью, каждая сумма въ тиражномъ планѣ должна быть обезпечена всѣми счетными повѣрочными средствами, допускаемыми даннымъ случаемъ, и поэтому требуется большой и утомительный трудъ, даже когда онъ по существу не сложный.

201. Сложность вносится въ дѣло не тиражемъ, а лишь условіями погашенія, въ которыя разнообразіе вносится главнымъ образомъ сочетаніемъ ежесрочныхъ суммъ простыхъ (постоянныхъ, неизмѣняющихся) съ отсроченными, или сочетаніемъ съ послѣдними ежесрочныхъ суммъ измѣняющихся (напримѣръ, въ ариѳметической прогрессіи), или сочетаніемъ въ одномъ займѣ различныхъ неизмѣняющихся или измѣняющихся ежесрочныхъ суммъ. Важнѣйшіе виды этихъ сочетаній (комбинацій) мы и разсмотримъ въ нижеслѣдующемъ.

202. Простѣйшій видъ этого рода сочетаній представляетъ уже всякая ежесрочная сумма A, уплата которой отсрочена на нѣкоторое время (q), по истеченіи котораго заемщикъ обязуется производить уплату въ продолженіи условленнаго времени (n); слѣдовательно, въ этомъ случаѣ заемъ заключается на срокъ $q+n$ единицъ времени, но должникъ получаетъ право и возможность въ теченіи q единицъ времени не нести бремени расходовъ уплаты интересовъ и погашенія. Если по прежнему мы означимъ чрезъ K нарицательный капиталъ долга и чрезъ t нарицательный по нему ростъ, то при этомъ сохраняетъ силу равенство $A\varphi_{n(t)} = K$, какъ выраженіе нарицательнаго капитала долга, Kt означаетъ нарицательные по нему интересы, а $\frac{Kt}{(1+t)^n-1}$ продолжаетъ быть выраженіемъ основы его погашенія, наростающаго сложными t процентами. Означая чрезъ C реализуемый капиталъ и чрезъ τ реализаціонный ростъ, мы можемъ на основаніи изложенныхъ выше объясненій (см. § 62, стр. 51 — 52) прямо написать его реализаціонное выраженіе:

$$C = \frac{A}{(1+\tau)^q}\varphi_{n(\tau)} = \frac{1}{(1+\tau)^q}\frac{\varphi_{n(\tau)}}{\varphi_{n(t)}}.\ K,$$ при чемъ

$\frac{\varphi_{n(\tau)}}{(1+\tau)^q\varphi_{n(t)}}$ означаетъ, сколько приходится реализованнаго капитала на каждую единицу нарицательнаго капитала (курсъ реализаціи). Отдѣльные элементы займа въ этомъ видѣ легко получаются изъ показаннаго выраженія C. А именно

$$K = A\varphi_{n(t)} = \frac{\varphi_{n(t)}}{\varphi_{n(\tau)}}(1+\tau)^q\, C,\ A = \frac{K}{\varphi_{n(t)}} = \frac{C(1+\tau)^q}{\varphi_{n(\tau)}},$$ далѣе

$$\frac{1}{(1+\tau)^q} = \frac{C}{K}\cdot\frac{\varphi_{n(t)}}{\varphi_{n(\tau)}} = \frac{C}{A}\cdot\frac{1}{\varphi_{n(\tau)}}$$ поэтому $(1+\tau)^q = \frac{K}{C}\cdot\frac{\varphi_{n(\tau)}}{\varphi_{n(t)}} = \frac{A}{C}\varphi_{n(\tau)}$ и слѣдовательно

$$q = \frac{\log K\varphi_{n(\tau)} - \log C\varphi_{n(\tau)}}{\log(1+\tau)} = \frac{\log\frac{K}{C} + \log\frac{\varphi_{n(\tau)}}{\varphi_{n(t)}}}{\log(1+\tau)} = \frac{\log\frac{A}{C}\varphi_{n(\tau)}}{\log(1+\tau)}.$$

Для вычисленія роста по займамъ съ ежесрочными суммами отсроченными

англійскій вычислитель Томанъ даетъ слѣдующія формулы; означая чрезъ τ_1 первое приближеніе и пользуясь вспомогательнымъ выраженіемъ $\beta = \left(\frac{nA}{C}\right)^{\frac{2}{2q+n+1}} - 1$ $\tau_1 = \frac{12(2q+n+1)-(n^2-1)\beta}{12(2q+n+1)-(n^2-1)2\beta}\beta$; если мы означимъ чрезъ x поправку къ этому первому приближенію, то

$$x = \frac{\frac{1}{(1+\tau_1)^q} - \frac{1}{(1+\tau_1)^{n+q}} - \frac{C\tau_1}{A}}{\frac{C}{A} + \frac{q}{(1+\tau_1)^{q+1}} - \frac{q+n}{(1+\tau_1)^{q+n+1}}},$$

при чемъ болѣе точное $\tau = \tau_1 + x$.

Другой англійскій вычислитель, Бэйли, далъ слѣдующую формулу для τ_1, пользуясь тѣмъ-же вспомогательнымъ выраженіемъ β:

$$\tau_1 = \frac{1 + \frac{2q}{n+1} - \frac{n-1}{12}\beta}{1 + \frac{2q}{n+1} - \frac{n-1}{6}\beta}\beta$$

203. Немного сложнѣе то сочетаніе, когда въ теченіи нѣкотораго времени (q) заемщикъ уплачиваетъ только интересы по долгу (Kt), а потомъ уже въ теченіи n единицъ уплачиваетъ ежесрочную сумму A для интересовъ и погашенія, нарастающаго сложными $t^0/_0$. Въ такомъ случаѣ реализаціонная формула имѣетъ слѣдующій видъ:

$$Kt\varphi_{q(\tau)} + \frac{A}{(1+\tau)^q}\varphi_{n(\tau)} = Kt\varphi_{q(\tau)} + K\cdot\frac{\varphi_{n(\tau)}}{\varphi_{n(t)}}\cdot\frac{1}{(1+\tau)^q} = K\left(t\varphi_{q(\tau)} + \frac{\varphi_{n(\tau)}}{(1+\tau)^q\varphi_{n(\tau)}}\right) = C.$$

Изъ послѣдняго вида само собою обнаруживается выраженіе курса реализаціи $\left(\frac{C}{K}\right)$. Выраженіе ежесрочной суммы для интересовъ и погашенія въ продолженіи n единицъ въ этомъ случаѣ остается $A = \frac{K}{\varphi_{n(t)}}$; срокъ займа, конечно, и въ этомъ случаѣ состоитъ изъ $n+q$ единицъ времени.

204. Дальнѣйшій шагъ въ усложненіи представляется тогда, когда весь срокъ займа раздѣляется на періоды и въ каждомъ періодѣ для интересовъ и погашенія расходуется другая ежесрочная сумма. Напримѣръ срокъ $n = m+q+r$ и въ первые m единицъ времени расходуется на интересы и погашеніе ежесрочная сумма A, въ слѣдующія q единицъ времени расходуется ежесрочная сумма M, а въ послѣднія r единицъ времени расходуется сжесрочная сумма N. Очевидно, что выраженіе наличнаго капитала въ этомъ случаѣ будетъ:

$$A\varphi_{m(t)} + \frac{M}{(1+t)^m}\varphi_{q(t)} + \frac{N}{(1+t)^{m+q}}\varphi_{r(t)} = K,$$

поэтому, если двѣ изъ ежесрочныхъ суммъ даны, то по нимъ легко вычислить третью. Напримѣръ, по 4%-ному займу, на 40 лѣтъ и на 100.000.000 р., желаютъ ежегодно расходовать на интересы и погашеніе въ первыя 15 лѣтъ 4.500.000 руб., а во вторыя 15 лѣтъ по 5.500.000 руб. и спрашивается, сколько нужно будетъ расходовать въ послѣднія 10 лѣтъ? Отвѣтъ даетъ вычисленіе наличной стоимости первой ежесрочной суммы или $4.500.000\varphi_{15(4)} = 50.032.744$ рублямъ и наличной стоимости ежегоднаго расхода слѣдующихъ 15 лѣтъ, отсроченнаго на 15 лѣтъ и

поэтому составляющаго $\frac{5.500\,000}{(1.04)^{15}}\varphi_{15(4)} = 33.955.054$ рублей. Слѣдовательно наличная стоимость обоихъ извѣстныхъ платежей составляетъ 83.987.798 рублей и поэтому наличная стоимость, искомаго ежесрочнаго платежа послѣднихъ десяти лѣтъ, отсроченаго на 30 лѣтъ, составитъ

$$\frac{x}{(1.04)^{30}}\varphi_{10(4)} = 100.000.000 - 83.987.798 = 16.012.202,$$

поэтому $x = 6.402.988$ рублей. Повѣрить же это вычисленіе можно, исходя изъ того, что капиталъ въ 100.000.000 р. съ нарослими на него сложными 4% за 15 лѣтъ составитъ 180.094.351 р., а наросшая стоимость первой ежесрочной суммы или $4.500.000\ \omega_{15(4)} = 90.106.146$ р., слѣдовательно по истеченіи 15 лѣтъ со времени заключенія займа остатокъ непогашеннаго долга будетъ 89.988.205 р. Этотъ остатокъ со сложными на него 4% за слѣдующіе 15 лѣтъ будетъ 162.063.694 р., а такъ какъ наросшая стоимость второй ежесрочной суммы будетъ $5.500.000\ \omega_{15(4)} = 110.129.746$ р., то остатокъ неуплоченнаго долга чрезъ слѣдующіе 15 лѣтъ будетъ 51.933.948 р., а для уплаты по этой суммѣ 4% интересовъ и ея погашенія въ послѣднія 10 лѣтъ нужно $x\varphi_{10(4)} = 51.933\,948$ или $x = 6.402.988$ р., какъ дало предъидущее вычисленіе. — Если всѣ три ежесрочныя суммы извѣстны и нужно опредѣлить по какому курсу долженъ быть реализованъ заемъ, чтобъ по нему уплачивалось τ% за наличный капиталъ, то на это дастъ отвѣтъ реализаціонное выраженіе:

$$A\varphi_{m(\tau)} + \frac{M}{(1+\tau)^m}\varphi_{q(\tau)} + \frac{N}{(1+\tau)^{m+q}}\varphi_{r(\tau)} = C;$$

напримѣръ, если спрашивается по какому курсу долженъ быть реализованъ 4%-ный заемъ на 100.000.000 р. и на 40 лѣтъ, по коему въ первые 15 лѣтъ на интересы и погашеніе ежегодно расходуется по 4.500.000 р., въ слѣдующіе 15 лѣтъ 5.000.000 р. и въ послѣдніе 10 лѣтъ по 6.402.988 руб., съ тѣмъ чтобъ наличный капиталъ обошелся въ 5%, то отвѣтъ составятъ:

$$4.500.000\varphi_{15(5)} + \frac{5.500.000}{(1.05)^{15}}\varphi_{15(5)} + \frac{6.402.988}{(1.05)^{30}}\varphi_{10(5)} = 89.546.300$$

или по 89.546 за сто.

205. Только что указанное сочетаніе можетъ соединяться съ разсмотрѣннымъ передъ нимъ въ такомъ видѣ, что по нарицательному капиталу сначала уплачиваются одни лишь нарицательные интересы въ теченіи одного періода потомъ, въ продолженіе другаго періода, расходуется ежесрочная сумма для уплатъ нарицательныхъ интересовъ и погашенія нѣкоторой части капитала, а потомъ опять иная ежесрочная сумма для уплаты интересовъ и погашенія всего остальнаго капитала. Напримѣръ, по тому-же 4%-ному займу на 100.000.000 и 40 лѣтъ первые 10 лѣтъ уплачиваются только интересы въ размѣрѣ 4.000.000 р. ежегодно, а затѣмъ ежегодно расходуется для интересовъ и погашенія въ теченіи 15 лѣтъ по 5.000.000 рублей, наличная стоимость коихъ составляетъ $5.000.000\ \varphi_{15(4)} = 55.591.937$ руб. и по израсходованіи коихъ останется непогашеннаго долга

$$100.000.000\ (1.04)^{15} - 5.000.000\ \omega_{15(4)} = 79.976.413 \text{ рублей},$$

поэтому въ послѣднія 15 лѣтъ на интересы и полное погашеніе долга необходимо будетъ расходовать ежегодно

$$\frac{100.000.000 - 55.591.937}{\varphi_{15(4)}}(1.04)^{15} = \frac{79.976.413}{\varphi_{15(4)}} = 7.193.067 \text{ рублей.}$$

206. Тѣ-же самыя «комбинаціи», которыя нами разсмотрѣны въ примѣненіи къ постояннымъ ежесрочнымъ суммамъ (для займовъ съ погашеніемъ, наростающимъ сложными процентами), примѣнимы и къ ежесрочнымъ суммамъ измѣняющимся, напримѣръ, къ займамъ съ ежегодно равнымъ погашеніемъ ихъ капитала. Для примѣра мы расмотримъ сочетаніе этого рода, представляемое прежнею австрійскою финансовою практикою. А именно австрійскій заемъ 1865 г. заключенъ былъ на нарицательную сумму (K) 14.583.675,9 фунта стерл. (734.694 облигацій по 19 ф. с. 17 шилл. или 19,85 ф. с. каждая) и предложенъ къ подпискѣ по 69,1016 за 100, то есть, по каждой облигаціи разность между погашаемымъ капиталомъ и суммою, подлежащею взносу, составляла 6 ф. 2 ш. 8 пенсовъ или 6,1333 ф. с., подписчики должны были внести наличными 10.077.552,7 ф. ст. въ пять сроковъ или съ возвратомъ имъ 6% на суммы, внесенныя ранѣе сроковъ. При подпискѣ (1 декабря 1865 г.) слѣдовало внести 734.694 ф. с., затѣмъ 15 декабря еще 1.454.081,875 ф. с. или на 6% за 15 дней (3.346,38 ф. с.) менѣе, если и второй взносъ дѣлался при подпискѣ; остальные три взноса, каждый по 2.629.592,275 ф. с., должны были быть сдѣланы 10 февраля, 10 апрѣля и 10 іюня 1866 года, если-же они уплачивались при самой подпискѣ, то вносители получали 6% на эти суммы за 71 день, 130 дней и 191 день уплаты ранѣе сроковъ, что составляло 30.690,584 ф. с., 56.194,027 ф. с. и 82.561,993 ф. с. Складывая вмѣстѣ подлежавшіе возврату подписчикамъ 6% на суммы, внесенныя при подпискѣ, мы получаемъ 172.792,984 ф. с., за вычетомъ конхъ изъ 10.077.552,7 ф. с., получаемъ, что въ день подписки подлежалъ взносу наличный капиталъ въ 9.904.759,716 ф. с., каковую сумму мы и будемъ принимать реализованнымъ капиталомъ (C). Расходъ на уплату интересовъ составлялъ 364.285,775 въ полугодіе, или полугодовой нарицательный ростъ $t = 2{,}4379\%$. Погашеніе должно было производиться также по полугодіямъ и притомъ на равную сумму въ каждое полугодіе, а именно по 197.070,8 ф. с. (9.928 облигацій по 19,85 ф. ст.); это погашеніе было отсрочено на 4 полугодія и должно было начаться лишь въ маѣ 1868 года; но такъ какъ заемъ былъ расчитанъ на 74 полугодія (37 лѣтъ), въ которыя по 9.928 облигацій было-бы погашено лишь 734.672 облигаціи, а всѣхъ облигацій было 734.694 или на 22 облигаціи больше, то эти 22 облигаціи на 436,7 ф. с. подлежали погашенію въ послѣднее (74-ое) полугодіе, сверхъ 9.928. Слѣдовательно особенности этого займа были: 1) что по нему уплачивалась ежесрочная сумма, убывавшая въ арифметической прогрессіи вслѣдствіе погашенія еженолугодично равными частями $\frac{K}{n} = \frac{14.583.675,9}{74} = 197.070,8$ ф. с. при чемъ разность прогрессіи составляла $d = \frac{Kt}{n} = 197.070,8 \times 0,024379 = 4.922,633$ ф. с; 2) что ежесрочная сумма была отсроченная на 4 полугодія ($q = 4$); 3) что въ тѣ четыре полугодія, на которыя простиралась отсрочка, уплачивались только интересы по долгу или $Kt = 364.285,775$

и 4) въ послѣднее полугодіе на погашеніе расходовалось сверхъ $\frac{K}{n} = 197.070,_8$ ф. с. еще небольшая сумма въ $436,_7$ ф. с. Если эту послѣднюю сумму мы означимъ чрезъ z, то стоимость всѣхъ платежей по займу выражается слѣдующею формулою

$$Kt\varphi_{q(\tau)} + \frac{K}{(1+\tau)^q}\left[\left(t + \frac{1}{n} - \frac{t}{n\tau}\right)\varphi_{n(\tau)} + \frac{t}{\tau(1+\tau)^n}\right] + \frac{z}{(1+\tau)^{n+q}} = C,$$

или въ нашемъ случаѣ, въ которомъ даны всѣ элементы, кромѣ τ

$$364.285,_{775}\varphi_{4(\tau)} + \frac{14.583.675,_9}{(1+\tau)^4}\left[\left(0,_{024979} + \frac{1}{74} - \frac{0,_{024979}}{74\tau}\right)\varphi_{74(\tau)} + \frac{0,_{024979}}{\tau(1+\tau)^{74}}\right] + \frac{436,_7}{(1+\tau)^{78}} = 9.904.760.$$

Чтобъ вычислить τ можно пользоваться его выраженіемъ, вытекающимъ изъ данной выше формулы разности между нарицательнымъ и реализованнымъ капиталомъ (см. выше стр. 99, § 118).

$$V = K(\tau - t)\,\varphi_{n(\tau)} = \frac{\tau - t}{\tau}\left(K - \frac{K}{(1+\tau)^n}\right) = K - C, \text{ отсюда}$$

$$\frac{\tau - t}{\tau} = \frac{K - C}{K - \frac{K}{(1+\tau)^n}} \text{ и слѣдовательно}$$

$$\tau = t + \tau \cdot \frac{K - C}{K - \frac{K}{(1+\tau)^n}}$$

при чемъ соотвѣтственно условіямъ погашенія той категоріи займовъ, къ которой принадлежитъ разсматриваемый заемъ, и даннымъ въ нашемъ случаѣ

$$\frac{K}{(1+\tau)^n} = \frac{1}{(1+\tau)^q} \cdot \frac{K}{n}\varphi_{n(\tau)} + \frac{z}{(1+\tau)^{n+q}} = \frac{197070,_8}{(1+\tau)^4}\varphi_{74(\tau)} + \frac{436,_7}{(1+\tau)^{74}}.$$

Взявъ на глазомѣръ, какъ первое приближеніе, $\tau_1 = 4^1/_4{}^0/_0$, мы беремъ изъ вспомогательныхъ таблицъ для вычисленія сложныхъ процентовъ $\frac{1}{(1,_{0425})^4} = 0,_{8466340}$, $\frac{1}{(1,_{0425})^{78}} = 0,_{03891052}$, $\varphi_{74(4^1/_4)} = 22,_{44802174}$ и на ихъ основаніи приводимъ въ извѣстность, что въ показанномъ составѣ $\frac{K}{(1+\tau)^n} = 3.745.398,_8$; поэтому второе приближеніе составляетъ по приведенной формулѣ:

$$\tau_2 = 0,_{024979} + 0,_{0425} \cdot \frac{14.583.675,_9 - 9\,904.760}{14.583.675,_9 - 3.745.398,_8} = 0,_{04332699};$$

для третьяго приближенія беремъ на глазомѣръ $\tau_3 = 4^1/_2{}^0/_0$ и вспомогательныя таблицы даютъ намъ $\frac{1}{(1,_{045})^4} = 0,_{83856134}$, $\frac{1}{(1,_{045})^{78}} 0,_{03227969}$, $\varphi_{74(4^1/_2)} = 21,_{36679711}$ и поэтому на ихъ основаніи мы вычисляемъ для нашего случая въ показанномъ составѣ стоимость погашенія $\frac{K}{(1,_{045})^{74}} = \frac{14.583.675,_9}{(1,_{045})^4 \times 74} \times 21,_{36679711} = 3.531.004,_5$ и поэтому, какъ четвертое приближеніе, получаемъ по формулѣ:

$$\tau_4 = 0,_{024979} + 0,_{045} \cdot \frac{14.583.675,_9 - 9.904.760}{14.583.675,_9 - 3.531.004,_5} = 0,_{0440288}.$$

Вычисливъ затѣмъ поправку по формулѣ § 106 (стр. 86—7), мы получимъ $\tau = 4,_{3643}$, что даетъ нѣсколько меньшее C, чѣмъ дѣйствительное. Взявъ нѣсколько уменьшенное $\tau = 4,_{36484}{}^0/_0$, мы съ его помощью получаемъ дѣйствительно реализованный капиталъ C въ слѣдующемъ составѣ: наличная стоимость интересовъ, которыми ограничивались платежи первыхъ 4 полугодій, составляла 1.311.045 ф. с.,

наличная стоимость убывавшей въ арифметической прогрессіи ежесрочной суммы, уплачивавшейся въ слѣдующія 74 полугодія (и отсроченной на 4 полугодія по заключеніи или послѣ начала займа), составляла 8.593.715 ф. с. и наконецъ наличная стоимость небольшого добавочнаго погашенія послѣдняго полугодія составляло 16 ф. с., всего-же такимъ образомъ составлялась наличная стоимость всѣхъ уплатъ по займу въ размѣрѣ 9.904.760 ф. с. Вычисленный полугодовой реализаціонный ростъ $\tau = 4{,}36484\,^0/_0$ соотвѣтствуетъ годовому росту $(1{,}0436484)^2 - 1 = 0{,}0892018$, то есть годовой реализаціонный ростъ по разсмотрѣнному займу составлялъ $8{,}92018\,^0/_0$.

207. Въ прежнее время займовыя операціи иногда нарочно облачались въ непонятную для большой публики форму посредствомъ примѣненія къ нимъ хитро придуманныхъ погасительныхъ плановъ. Въ новѣйшее время это вышло изъ моды и такія ухищренія въ серьезной финансовой практикѣ избѣгаются. Тѣмъ не менѣе одинъ изъ новѣйшихъ руководителей французскихъ финансовъ, Леонъ Сей, два раза не побрезгалъ старомодными пріемами: разъ при осуществленіи имъ конверсіонной операціи, о которой будетъ рѣчь ниже, и другой разъ при учрежденіи такъ называемой «погашаемой ренты» (la rente amortissable), къ которой примѣнены погасительныя «ухищренія»; въ связи съ вышеизложеннымъ ихъ объясненіе будетъ здѣсь не неумѣстно. Какъ упомянуто выше, безсрочность французскаго консолидированнаго (долгосрочнаго) государственнаго долга съ конца прошлаго столѣтія считалась кореннымъ институтомъ французскаго государственнаго хозяйства, къ которому французская публика успѣла сильно привыкнуть и отъ котораго по финансовой традиціи не принято было отступать. Но въ 1878 году, когда Фрейсине добился принятія предложеннаго имъ обширнаго плана очень большихъ затратъ на сооруженіе средствами казны новыхъ желѣзныхъ дорогъ, каналовъ и т. д., то у тогдашняго министра финансовъ, Леона Сея, явилось опасеніе, что весьма значительные государственные займы, для этихъ затратъ требовавшіеся, если они будутъ заключены въ той-же безсрочной рентѣ, въ которой всегда заключались французскіе государственные займы, могутъ очень неблагопріятно повліять на цѣны этой ренты. Поэтому Сей отдавалъ предпочтеніе созданію новаго типа государственно-долговыхъ бумагъ, стоимость котораго держалась-бы на иныхъ основаніяхъ, чѣмъ состоявшія въ обращеніи безсрочныя государственно-долговыя бумаги. Ссылаясь на то, что въ Англіи съ половины 1860 годовъ срочные долги стали занимать видное мѣсто въ составѣ государственнаго долга, Сей полагалъ, что и Франціи слѣдуетъ пойти по стопамъ Англіи и создать новый типъ бумагъ въ видѣ «погашаемой ренты» или, по-просту, облигацій срочныхъ займовъ. Ссылка на Англію въ этомъ случаѣ, однако, была неправильная, потому что въ Англіи и помину не было объ увеличеніи государственнаго долга посредствомъ срочныхъ займовъ, и совсѣмъ не все равно, служитъ-ли погашеніе средствомъ для уменьшенія государственной задолженности (какъ происходило въ Англіи) или для ея увеличенія (какъ предполагалось во Франціи). Поэтому по существу болѣе правы были тѣ, которые противились созданію «погашаемой ренты» (въ ихъ числѣ былъ и нынѣшній министръ финансовъ, Рувье), полагая, что погашеніе только обременитъ бюджетъ излишнею обязательною тягостью, ибо если тягость окажется для бюджета непосильною, то она только увеличитъ дефицитъ и въ его составѣ будетъ

покрыта увеличеніемъ государственнаго долга (тогда какъ она яко-бы должна служить для его уменьшенія); если-же она будетъ посильна для бюджета, то это будетъ зависѣть отъ его обилія, а не отъ ея обязательности, которая во всякомъ случаѣ излишня. Послѣдующій опытъ вполнѣ оправдалъ этотъ взглядъ, потому что какъ разъ съ конца 1870-хъ годовъ французскій государственный бюджетъ страдалъ хроническимъ дефицитомъ, государственный долгъ непрерывно увеличивался и погашеніе было лишь кажущееся. Какъ-бы то ни было, въ 1878 г. Сей настоялъ на своемъ; но видимо спасаясь, что нарастаніе обязательнаго расхода на погашеніе можетъ скоро снова возбудить сомнѣнія и споры о его цѣлесообразности, онъ такъ его устроилъ, чтобъ расходы на погашеніе долгое время (въ теченіи продолжительныхъ періодовъ) были неизмѣняющіеся, увеличиваясь лишь скачками при переходѣ отъ одного періода къ другому, вслѣдствіе чего въ продолженіе каждаго періода общій расходъ на интересы и погашеніе убываетъ въ арифметической прогрессіи, отъ періода-же къ періоду возрастаетъ въ арифметической прогрессіи. Всѣхъ займовъ этого рода Сей заключилъ съ 1878 г. по 1884 г. на нарицательную сумму 4.070.690.000 франковъ и ими реализовано 3.284.580.884,45 франковъ съ уплатою по нимъ интересовъ въ размѣрѣ 3% нарицательныхъ. Подписная цѣна на нихъ была: въ 1878 году по 80 за сто, въ 1881 году по 83¼, въ 1883 году по 80,675, въ 1884 г. одинъ выпускъ по 79,88 и другой по 76,687 за 100. Займы раздѣлены на 5 выпусковъ; срокъ ихъ обязательнаго погашенія однообразно по всѣмъ оканчивается въ 1953 году и поэтому онъ различный для разныхъ выпусковъ (75 лѣтъ, 72 года, 70 и 69 лѣтъ), но приняты мѣры, чтобъ отъ всякаго выпуска во всякое данное время оставалась погасить до конца срока одинаковая часть выпуска. Для этого каждый выпускъ раздѣленъ на столько серій, сколько годовъ въ его срокѣ съ прибавленіемъ 100. Напримѣръ, выпускъ 1878 г. со срокомъ въ 75 лѣтъ содержитъ 75 + 100 = 175 серій, выпускъ 1881 года на 72 года и потому содержитъ 72 + 100 = 172 серіи, или столько-же, сколько оставалось непогашенныхъ серій отъ выпуска 1878 года, и т. д. Слѣдовательно, всякій выпускъ первоначально сдѣланъ въ такомъ числѣ серій, которое равнялось числу остававшихся непогашенными серій предъидущихъ выпусковъ. Погашеніе производится цѣлыми серіями и всякаго выпуска погашается одинаковое число серій, при этомъ срокъ каждаго выпуска раздѣленъ на 6 періодовъ, изъ коихъ въ первомъ ежегодно погашается по 1 серіи, во второмъ по 2 серіи, въ третьемъ по 3, въ четвертомъ по 4, въ 5-мъ по 5 и въ 6-мъ по 6 серій. Благодаря этому-то устройству общее число серій во всякое данное время въ каждомъ выпускѣ одинаковое, и для публики безразлично, къ какому выпуску принадлежитъ каждая облигація, такъ какъ до полнаго погашенія всѣхъ состоящихъ въ обращеніи облигацій остается одинаковый срокъ; или иначе всѣ выпуски приведены къ одному сроку и вліяніе на цѣну облигацій различныхъ выпусковъ разнообразія въ ихъ срокахъ этимъ избѣгнуто. Однако, составъ серій въ зависимости отъ суммъ, на которыя дѣлались выпуски, различный. И продолжительность періодовъ — тоже различная: до 1907, когда оканчивается первый періодъ, въ немъ 29—26—24 и 23 года для разныхъ выпусковъ, въ зависимости отъ того, въ какомъ году они сдѣланы и начались, но съ 1908 г. періоды — равной продолжительности для всѣхъ выпусковъ, а именно во 2-мъ періодѣ 18 лѣтъ, въ 3-мъ 13 лѣтъ, въ 4-мъ 7 лѣтъ,

въ пятомъ 5 лѣтъ и въ шестомъ 3 года. А такъ какъ каждая серія въ первомъ выпускѣ содержитъ облигацій на 3.142.000 фр. (6.284 облигаціи по 500 фр.), во второмъ на 6.983.500 ф. или вдвое больше, въ третьемъ на 7.934.000 фр. или втрое больше, въ четвертомъ на 2.612.500 фр. или вчетверо больше, и въ пятомъ на 3.117.000 фр. или впятеро больше, чѣмъ въ первомъ выпускѣ, то благодаря этому отъ каждаго выпуска погашается одинаковое число серій, не смотря на различныя суммы. Частности погашенія по выпускамъ и періодамъ легче обозрѣть изъ слѣдующей таблицы, въ которой мы свели важнѣйшія изъ нихъ. Погашается:

ПЕРІОДЫ ПОГАШЕНІЯ.	I-го выпуска 1878 г.		II-го выпуска 1882 г.		III-го выпуска 1883 г.		IV-го выпуска 1884 г.		V-го выпуска 1884 г.	
	Ежегодно.	Въ продолженіи всего періода.	Ежегодно.	Въ продолженіи всего періода.	Ежегодно.	Въ продолженіи всего періода.	Ежегодно.	Въ продолженіи всего періода.	Ежегодно.	Въ продолженіи всего періода.
	Въ тысячахъ франковъ.									
До 1907	3.142	91.118	6.983,5	181.571	7.934	190.416	2.612,5	62.700	3.117	71.691
1908—1925	6.284	113.112	13.967	251.406	15.868	285.624	5,225	94.050	6.234	112.212
1926—1938	9.426	122.538	20.950,5	272.356,5	23.802	309.426	7.837,5	101,887,5	9.351	121.563
1939—1945	12.568	87.976	27.934	195.538	31.736	222.152	10.450,5	73.150	12.468	87.276
1946—1950	15.710	78.550	34.917,5	174.587,5	39.670	198.350	13.062,5	65.312,5	15.585	77.925
1951—1953	18.852	56.556	41.901	125.703	47.604	142.812	15.675	47.025	18.702	56.103
		549.850		1.201.162		1.348.780		444.125		526.773

По всѣмъ-же выпускамъ, вмѣстѣ взятымъ, расходъ погашенія составляетъ: отъ времени, когда они сдѣланы, до 1907 года (впродолженіи 29—26—24 и 23 лѣтъ перваго періода) ежегодно 23.789.000 франковъ, а впродолженіи всего періода 597.496.000 франковъ, во второмъ періодѣ ежегодно вдвое больше или 47.578.000 франковъ, а въ 18 лѣтъ 856.404.000 франковъ; въ третьемъ періодѣ ежегодно втрое больше или 71.367.000 фр., а въ 13 лѣтъ 927.771.000 фр.; въ четвертомъ періодѣ ежегодно вчетверо больше или 95.156.000 фр., а въ 7 лѣтъ 666.092.000 фр.; въ пятомъ періодѣ ежегодно впятеро больше или по 118.945.000 фр., или въ 5 лѣтъ 594.725.000 фр.; наконецъ въ шестомъ періодѣ ежегодно вшестеро больше или по 142.734.000 фр., а въ 3 года періода всего 428.202.000 франковъ. Если изъ всего нарицательнаго капитала мы вычтемъ погашенія 1878—84 годовъ, когда еще не всѣ выпуски были сдѣланы, каковыя погашенія достигали 50.349.000 фр., то на остальную сумму нарицательнаго капитала или 4.020.341.000 фр. уплачивалось ежегодно: въ продолженіи остальныхъ 23 лѣтъ перваго періода на интересы 3% или 120.610.230 фр. и на погашеніе 23.789.000 фр., а всего 144.399.230 фр.,

съ ежегоднымъ убываніемъ этой суммы на 3% съ расхода на погашеніе или $0{,}03 \times 23.789.000 = 713.670$ франковъ, такъ что въ концѣ періода (въ 1907 г.) ежегодный расходъ долженъ составлять уже лишь $144.399.230 - 22 \times 713.670 = 128.698.490$ франковъ, и, продолжая тоже движеніе, долженъ былъ-бы въ 1908 г. составлять 127.984.820 фр. Но съ 1908 г., переходя во второй періодъ, ежегодный расходъ сразу дѣлаетъ большой скачекъ. Непогашеннаго капитала долга тогда будетъ 3.473.194.000 фр. и хотя для интересовъ въ размѣрѣ 3% потребуется лишь 104.195.820 фр., но на погашеніе потребуется уже 47.578.000 фр., поэтому весь годовой расходъ составитъ 151.773.820 франковъ съ ежегоднымъ убываніемъ этой суммы на 3% съ расхода на погашеніе или на 1.427.340 фр., такъ что чрезъ 18 лѣтъ, въ 1925 году, послѣднемъ второго періода, на интересы будетъ израсходовано лишь $104.195.820 - 17 \times 1.427.330 = 79.930.040$ фр., а съ погашеніемъ весь годовой расходъ составитъ лишь 127.509.040 фр., продолжая свое движеніе, расходъ въ слѣдующемъ году составилъ-бы лишь 126.081.700 фр. Но въ этомъ году (1926-мъ) расходъ вступаетъ въ третій періодъ погашенія и опять дѣлаетъ большой скачекъ; непогашеннаго долга тогда будетъ 2.616.790.000 фр., на которые для 3% интересовъ хотя и потребуется лишь 78.503.700 фр., но для погашенія уже будетъ нужно 71.367.000 фр., а всего ежесрочная сумма уже будетъ 149.870.700 фр. съ ежегоднымъ ея убываніемъ на $2.141.010$ фр. $= 0{,}03 \times 71.367.000$.

Общій сводъ данныхъ о свойствахъ ежесрочной суммы и ея составѣ во все время расматриваемаго займа нами составленъ въ слѣдующей таблицѣ:

Періоды погашенія.	Непогашенный капиталъ въ началѣ періода.	3% на него.	Ежегодное погашеніе.	Вся ежесрочная сумма въ началѣ періода.	Разность убыванія.	Вся ежесрочная сумма въ концѣ періода.
1885—1907	4.020.341.000	120.610.230	23.789.000	144.399.230	713.670	128.698.490
1908—1925	3.473.194.000	104.195.820	47.578.000	151.773.820	1.427.340	127.509.040
1926—1938	2.616.790.000	78.503.700	71.367.000	149.870.700	2.141.010	124.178.580
1939—1945	1.689.019.000	50.670.570	95.156.000	145.826.570	2.854.680	128.698.490
1946—1950	1.022.927.000	30.687.810	118.945.000	149.632.810	3.568.350	135.359.410
1951—1953	428.202.000	12.846.060	142.734.000	155.580.060	4.282.020	147.016.020

208. Чтобъ вычислить реализаціонный ростъ по «погашаемой рентѣ», мы ограничимся первымъ выпускомъ, потому что нѣтъ надобности производить очень большой и утомительный расчетъ по прочимъ выпускамъ, такъ какъ курсъ реализаціи перваго выпуска составляетъ вмѣстѣ и курсъ, по которому въ общей сложности реализованы всѣ пять выпусковъ, а именно по 80 за 100. Самое-же вычисленіе мы изложимъ въ томъ видѣ, въ какомъ его въ обычаѣ производить во Франціи. Существо вычисленія не отличается строгою точностью его основаній.

во-первыхъ оно исходитъ изъ взгляда на разность между нарицательными и реализованными капиталами, какъ «*погасительной* преміи», тогда какъ означенная разность образуется капитализаціею *недоплоченныхъ интересовъ* (въ размѣрѣ разности между нарицательнымъ и реализаціоннымъ ростомъ); во-вторыхъ самое вычисленіе заключается въ опредѣленіи наличной стоимости означенной «преміи» *на основаніи нарицательнаго роста*, для вычета этой стоимости изъ реализованнаго капитала и для того, чтобъ изъ отношенія остающейся суммы реализованнаго капитала къ нарицательнымъ интересамъ заключить о реализаціонномъ ростѣ, что конечно даетъ о послѣднемъ лишь приблизительное представленіе. Тѣмъ не менѣе даже въ этомъ приблизительномъ видѣ вычисленіе не легко примѣнить къ сложнымъ условіямъ Сеевскаго займа. Пользуются для этого примѣненія пріемомъ, который предложилъ математикъ Монтежу. Исходятъ изъ предположенія, что какой-либо капиталистъ имѣетъ 175 облигацій перваго выпуска, считая каждую по 100 франковъ, или по одной такой облигаціи отъ каждой изъ 175 серій, образующихъ первый выпускъ «погашаемой ренты». Очевидно, въ такомъ случаѣ, что по мѣрѣ погашенія этихъ 175 серій и капиталистъ отъ своихъ 175 облигацій получитъ 175 разъ разность въ 20 франковъ между ихъ нарицательною стоимостью (100 франковъ) и реализаціонною стоимостью (80 франковъ). Поэтому, опредѣливъ наличную стоимость этихъ 175 двадцатифранковыхъ суммъ и взявъ $\frac{1}{175}$ часть найденной наличной стоимости, мы опредѣлимъ среднюю или общесложную наличную стоимость 20-франковой «погасительной преміи» по каждымъ 100 франкамъ нарицательнаго капитала «погашаемой ренты». Такимъ образомъ наличная стоимость 175 двадцатифранковыхъ суммъ «погасительной преміи», которыя нашъ капиталистъ долженъ получить отъ своихъ 175 стофранковыхъ облигацій, зависитъ отъ хода погашенія этихъ облигацій, какъ оно опредѣляется погашеніемъ, установленнымъ для перваго выпуска Сеевской ренты. А мы знаемъ, что погашеніе это устроено для 6 погасительныхъ періодовъ въ такомъ видѣ, что ежегодно на погашеніе расходуется въ первомъ періодѣ 3.142.000 фр., во второмъ вдвое, въ третьемъ втрое и т. д.; или иначе говоря: ежегодный расходъ перваго періода (3.142.000) представляетъ ежесрочную сумму, которая расходуется впродолженіи всего срока займа или 75 лѣтъ, такъ какъ ея сумма входитъ въ составъ расхода на погашеніе и въ слѣдующіе пять періодовъ; ежегодный расходъ второго періода, который вдвое превышаетъ расходъ перваго періода, образуется изъ продолженія расхода перваго періода, къ которому прибавляется равный ему новый расходъ, начинающійся во второмъ періодѣ, слѣдовательно — представляющій ежесрочную сумму, которая отсрочена отъ начала займа на 29 лѣтъ и расходуется впродолженіи всего остальнаго срока займа или 46 лѣтъ, потому что она входитъ въ составъ ежегоднаго расхода всѣхъ слѣдующихъ четырехъ періодовъ; ежегодный расходъ на погашеніе третьяго періода, который втрое больше, чѣмъ въ первомъ, и на одну сумму въ 3.142.000 больше, чѣмъ во второмъ періодѣ, представляетъ днѣ такихъ суммы, составляющихъ продолженіе ежегоднаго расхода предъидущихъ двухъ періодовъ, и одну новую, представляющую ежесрочную сумму, которая отъ начала займа отсрочена на соединенные сроки предъидущихъ двухъ періодовъ ($29+18=47$ лѣтъ) и которая будетъ расходоваться впро-

долженіе всего остальнаго срока займа или 28 лѣтъ, такъ какъ она будетъ входить въ составъ расхода слѣдующихъ трехъ періодовъ. Подобнымъ-же образомъ изъ четырехъ суммъ по 3.142.000 фр. 4-го періода, три представляютъ продолженіе начатыхъ въ прежніе періоды расходовъ, а одна составляетъ сумму, отсроченную отъ начала займа на соединенные сроки предъидущихъ періодовъ ($29+17+13=60$ лѣтъ), и будетъ расходоваться впродолженіи остальной части срока займа или 15 лѣтъ. Подобнымъ-же образомъ на пятый періодъ приходится ежесрочная сумма, отсроченная отъ начала періода на $29+18+13+7=67$ лѣтъ, которая будетъ расходоваться въ теченіи 8 лѣтъ остающейся части срока; на послѣдній-же періодъ приходится такая-же ежесрочная сумма, отсроченная отъ начала займа на $29+18+13+7+5=72$ года и которая будетъ расходоваться въ теченіи 3 лѣтъ. Слѣдовательно, подобно тому, какъ вычисляется наличная стоимость этихъ 6 новыхъ ежесрочныхъ суммъ, расходованіе коихъ начинается въ каждомъ изъ погасительныхъ періодовъ, мы должны опредѣлить и наличную стоимость той 20-франковой преміи, которую капиталистъ будетъ ежегодно получать отъ своихъ 175 облигацій по мѣрѣ ежегоднаго ихъ выхода въ тиражъ въ составѣ подлежащихъ серій, погашаемыхъ ежегоднымъ расходованіемъ назначенныхъ на погашеніе каждой серіи 3.142.000 фр. Такимъ образомъ, для опредѣленія наличной стоимости 175 двадцатифранковыхъ «погасительныхъ премій» мы должны вычислить, сколько составляетъ наличная стоимость шести ежесрочныхъ единицъ въ слѣдующемъ видѣ:

$$\varphi_{75(i)}+\frac{1}{(1+i)^{29}}\varphi_{46(i)}+\frac{1}{(1+i)^{29+18}}\varphi_{28(i)}+\frac{1}{(1+i)^{29+18+13}}\varphi_{15(i)}+\frac{1}{(1+i)^{29+18+13+7}}\varphi_{8(i)}+$$
$$+\frac{1}{(1+i)^{29+18+13+7+5}}\varphi_{3(i)}.$$

Вычисленіе это дѣлается, исходя изъ кажущагося наращательнаго роста $i=\frac{100\times 0{,}03}{80}=0{,}0375$ и, такъ какъ проценты по расматриваемому займу уплачиваются по четвертямъ года, вычислимъ по нему настоящій наращательный ростъ $\left(1+\frac{0{,}0375}{4}\right)^4=$ $=0{,}0380306$. При этомъ $i=3{,}80306\,^0/_0$ наличная стоимость нашихъ 6 ежесрочныхъ единицъ при указанныхъ срокахъ и условіяхъ ихъ отсроченности составляетъ $36{,}899205$. Поэтому 20-франковая «погасительная премія» по 175 облигаціямъ нашего капиталиста будетъ имѣть наличную стоимость $20\times 36{,}899205$, а по одной облигаціи эта стоимость будетъ въ 175 разъ менѣе или $\frac{20\times 36{,}899205}{175}=4{,}217052$. Вычтя эту стоимость «преміи» изъ 80 франковъ общей стоимости 100-франковой облигаціи, мы получаемъ сумму $75{,}782948$, на которую собственно капиталистъ и будетъ получать уплачиваемые по облигаціи 3 франка интересовъ, поэтому реализаціонный ростъ на капиталъ составитъ $\frac{3}{75{,}782948}=3{,}9587\,^0/_0$.

209. Положеніе Сеевской ренты въ составѣ французскаго государственнаго долга однородно съ тѣмъ положеніемъ, которое въ составѣ русскаго государственнаго долга занимали $4\,^0/_0$-ные и $4\frac{1}{2}\,^0/_0$-ные займы канкриновской эпохи, потому что имъ присуща общая отличительная особенность, что по нимъ платежи основаны на ежесрочной суммѣ, измѣняющаяся въ убывающей ариѳметической прогрессіи. Разница лишь та, что въ Сеевской рентѣ разными ухищреніями немного

смягчено то начало, которое болѣе грубо, безъ хитростей, дѣйствовало въ указанныхъ русскихъ займахъ или въ австрійскомъ займѣ 1865 года. Еслибъ и Сеевскіе займы погашались ежесрочно равною частью ихъ нарицательнаго капитала, то исходя изъ капитала въ началѣ 1885 года, когда всѣ выпуски уже были сдѣланы, ежегодное погашеніе состояло бы $\frac{K}{n} = \frac{4{,}020.341.000}{69} = 58.265.811$ франковъ, а выступить съ требованіемъ такого значительнаго расхода на обязательное погашеніе уже съ самаго начала операціи Сей видимо боялся; поэтому до 1925 года погашеніе будетъ меньше означенной суммы, но съ того времени будетъ уже значительно больше. Еслибъ тотъ-же 3%-ный заемъ на тотъ-же срокъ былъ заключенъ съ постоянной (неизмѣнною) ежесрочною суммою, или съ погашеніемъ наростающимъ сложными процентами, то потребовалась бы ежесрочная сумма въ размѣрѣ $4.020.341.000 \cdot \frac{1}{\varphi_{69(3)}} = 138.646.203$ франковъ, въ томъ числѣ погашеніе $B =$ 18.035.973 фр. Любопытно, какъ по отношенію къ этому погашенію устроено погашеніе въ Сеевскомъ займѣ. Такъ какъ Сей былъ стѣсненъ въ расходѣ на погашеніе, то естественно онъ долженъ былъ себя оградить отъ упрека, что его планъ ведетъ къ болѣе ускоренному, а потому и болѣе тяжелому погашенію, чѣмъ простое погашеніе, наростающее сложными процентами. Поэтому Сей такъ устроилъ свой заемъ, чтобъ въ немъ погашеніе, замкнутое въ установленные для него періоды, было не тяжелѣе, а потому и не скорѣе, чѣмъ при простомъ погашеніи, наростающемъ сложными процентами. Чтобъ въ этомъ убѣдиться, вычислимъ, въ какой срокъ итогъ погашеній при наростаніи ихъ сложными процентами достигъ-бы 547.147.000 фр., до которыхъ итогъ достигаетъ въ Сеевскомъ займѣ въ 23 года 1885 — 1907. Если мы чрезъ B означимъ основной расходъ на погашеніе, наростающее сложными процентами, а чрезъ S данный итогъ погашеній, то очевидно $B\omega_{x(t)} = \frac{B}{t}[(1+t)^x - 1] = S$ или $B(1+t)^x = St + B$ или $(1+t)^x = \frac{St+B}{B}$ и потому $x = \frac{\log(St+B) - \log B}{\log(1+t)}$. Слѣдовательно, въ нашемъ примѣрѣ при $S = 547.147.000$, $St = 0{,}03 \times 547.147.000$ и $B = 18.039.973$, $x = 21{,}893$ годамъ, тогда какъ въ Сеевскомъ займѣ тотъ-же результатъ достигается лишь въ 23 года. Если мы возьмемъ итогъ погашеній въ два первые погасительные періода Сеевскаго займа, или при $S = 547.147.000 + 856.404.000 = 1.403.551.000$, то при простомъ погашеніи, наростающемъ сложными процентами, этой суммы итогъ погашеній достигъ-бы въ срокъ

$$x = \frac{\log 60.142.503 - \log 18035973}{\log 1{,}03} = 40{,}744 \text{ лѣтъ},$$

тогда какъ въ Сеевскомъ займѣ тотъ-же результатъ достигается чрезъ $23 + 18 = 41$ годъ. Такимъ образомъ, Сеевскій планъ, въ предѣлахъ періодовъ, совсѣмъ не даетъ болѣе скораго погашенія, чѣмъ простое погашеніе, наростающее сложными процентами; даже напротивъ, въ немъ погашеніе нѣсколько замедленно. Вслѣдствіе сего Сеевскій заемъ отличается тою особенностью, что въ противуположность другимъ займамъ съ ежесрочною суммою, убывающею въ ариѳметической прогрессіи (напр. русскимъ 4%-нымъ и $4\frac{1}{2}$%-нымъ или австрійскому 1865 года), въ каковыхъ займахъ обыкновенно наличная стоимость погашенія входитъ преобладающею составною частью въ реализованный капиталъ, то-есть ускореніемъ пога-

шенія достигаются особыя финансовыя для заемщика выгоды при реализаціи,— въ Сеепскомъ займѣ, напротивъ, не смотря на то, что въ немъ погашеніе построено на очень хитро скомбинированныхъ ариѳметическихъ прогрессіяхъ, эти комбинаціи для заемщика остаются въ финансовомъ смыслѣ безплодными и никакихъ добавочныхъ выгодъ ему не даютъ. Сеевскій заемъ дастъ капиталисту въ видѣ погашенія уже съ перваго года ежесрочную сумму въ 23.789.000, тогда какъ простое погашеніе, нарастающее сложными процентами, начиналось-бы съ расхода для погашенія лишь въ 18.035.973 и нарастало бы до 23.789.000 только въ срокъ, опредѣляемый равенствомъ $18.035.173\ (1{,}03)^x = 23.789.000$, откуда $x = 9{,}366$ лѣтъ, но съ 10-го до конца 23-го заимодавецъ по Сеевскому займу продолжаетъ получать тѣже 23.789.000, тогда какъ при простомъ займѣ они продолжали-бы нарастать сложными 3%-ми и въ остальные 13 лѣтъ перваго періода. Оттого наличная стоимость уплатъ въ счетъ погашенія, производящихся въ первомъ періодѣ, составляетъ при реализаціонномъ ростѣ $\tau = 4\%$ по Сеевскому займу лишь $23.789.000 \omega_{23(4)} = 353.429.470$ франковъ. Сколько-же составила-бъ наличная стоимость уплатъ въ счетъ погашенія въ тоже время при простомъ займѣ? Для отвѣта на этотъ и однородные вопросы выведемъ вспомогательную формулу для опредѣленія наличной стоимости уплатъ въ счетъ погашенія, нарастающаго сложными процентами, когда уплаты берутся не за весь срокъ займа, а лишь за q единицъ времени, исходя изъ основнаго расхода на погашеніе (B), нарастающаго сложными процентами; означая нарицательный ростъ чрезъ t, а реализаціонный чрезъ τ, мы можемъ слѣдующимъ вывести эту стоимость:

$$\frac{B}{(1+\tau)} + \frac{B(1+t)}{(1+\tau)^2} + \frac{B(1+t)^2}{(1+\tau)^3} + \cdots \frac{B(1+t)^{q-1}}{(1+\tau)^q} = \left[\frac{B(1+t)^{q-1}}{(1+\tau)^q} \cdot \frac{1+t}{1+\tau} - \frac{B}{1+\tau}\right] :$$

$$: \left[\frac{1+t}{1+\tau} - 1\right] = B\left[\left(\frac{(1+t)^q}{(1+\tau)^{q+1}} - \frac{1}{(1+\tau)}\right) : \frac{1+t-1-\tau}{(1+\tau)}\right] = \frac{B}{t-\tau}\left[\frac{(1+t)^q\,(1+\tau)}{(1+\tau)^{q+1}} - \right.$$

$$\left. - \frac{1+t}{1+\tau}\right] = \frac{B}{t-\tau}\left(\frac{(1+t)^q}{(1+\tau)^q} - 1\right) = \frac{B}{\tau - t}\left(1 - \frac{(1+t)^q}{(1+\tau)^q}\right).$$

Слѣдовательно, при $B = 18.035.973$, при $q = 23$, $t = 0{,}03$ и $\tau = 0{,}04$ искомая наличная стоимость составляетъ 359.436.666 или больше, нежели при Сеевскомъ займѣ, что естественно объясняется упомянутымъ выше, нѣсколько замедленнымъ, погашеніемъ, допущеннымъ въ Сеевскомъ займѣ: итогъ погашеній за 23 года 1885—1907 въ немъ достигаетъ $23 \times 23.789.000 = 547.147.000$ фр., тогда какъ при нарастаніи сложными процентами итогъ погашеній за тоже время составлялъ бы $18035973 \omega_{23(3)} = 585.319.200$ франковъ. Эти-же расчеты, сдѣланные для всѣхъ погасительныхъ періодовъ, обнаруживаютъ слѣдующіе результаты сравнительно съ простымъ займомъ, съ погашеніемъ, нарастающимъ сложными процентами:

Погасительные періоды.	Число лѣтъ.	Общій итогъ погашеній въ простомъ займѣ.	Общій итогъ погашеній въ Сеевскомъ займѣ.	Наличная стоимость погашеній въ простомъ займѣ.	Наличная стоимость погашеній въ Сеевскомъ займѣ.
1885 —1907	23	585.319.200	547.147.000	359.366.670	353.429.470
1908 — 25	18	836.720.145	856.404.000	230.495.520	244.370.600
1926 — 38	13	943.152.505	927.771.000	143.256.960	142.727.180
1939 — 45	7	681.895.480	666.092.000	70.001.590	59.789.670
1946 — 50	5	581.069.340	594.725.000	47.180.240	41.514.520
1951 — 53	3	392.184.330	428.202.000	27.233.220	25.277.100
	69	4.020.341.000	4.020.341.000	877.534.200	867.108.540

Такимъ образомъ Сеевскій погасительный планъ достигаетъ только двоякаго: во-первыхъ, что всѣ облигаціи по нему, хотя они принадлежатъ къ разнымъ выпускамъ, сдѣланнымъ на разныя суммы и разные сроки, представляютъ вполнѣ однородное помѣщеніе для капитала и разнообразія въ ихъ цѣнахъ не можетъ быть, потому что устройствомъ погашенія уравнены для нихъ выгоды, связанныя съ погашеніемъ; во-вторыхъ чрезвычайно искусно скрыта (замаскирована) тягость расхода на погашеніе. Но обѣ эти выгоды служатъ интересамъ совсѣмъ не заемщика: первая служитъ прямо заимодавцамъ-капиталистамъ и биржѣ, а вторая преслѣдуетъ цѣли парламентской тактики. Финансовыхъ-же выгодъ, собственно заемщику, разсмотрѣнный планъ не даетъ никакихъ; онъ напротивъ возлагаетъ на должника тяжелый расходъ обязательнаго погашенія, который долженъ производиться во всякомъ случаѣ, хотя-бы для него приходилось заключать новые долги и ими замѣнять погашаемый долгъ. Сеевскій заемъ поэтому во всякомъ случаѣ менѣе выгоденъ, чѣмъ былъ-бы безсрочный заемъ; конечно, послѣдній не сулилъ-бы уплаты долга въ извѣстный срокъ, но это и составляло бы его преимущество, такъ какъ уплата долга была бы поставлена въ зависимость отъ средствъ благопріятнаго положенія заемщика, отъ избытковъ въ его бюджетѣ. Эти средства, благопріятное положеніе и избытки въ бюджетѣ, не зависятъ отъ того, какіе придумываются погасительные планы для займовъ. Дѣло уплаты государственныхъ долговъ сложнѣе дѣла составленія погасительныхъ плановъ. Поэтому ни изъ какого погасительнаго плана нельзя сдѣлать никакого заключенія о томъ, будетъ-ли, или не будетъ, съ нимъ связано уменьшеніе задолженности. Думать иначе, значитъ возобновлять старыя заблужденія и вѣрить въ финансовое perpetuum mobile.

210. Особаго рода погасительные планы возникаютъ отъ того, что иногда приводятся въ соединеніе два займа, погашеніе коихъ должно идти изъ одной и той-же неизмѣняющейся (постоянной) ежесрочной суммы, но такъ, что сначала погашается одинъ заемъ, а потомъ другой, по которому уплачиваются только проценты, пока по первому уплачиваются интересы и погашеніе. Этого-же свойства сочетанія примѣняются иногда и къ двоякаго рода бумагамъ (напримѣръ, акціямъ и облигаціямъ) съ тѣмъ, чтобъ погашеніе однихъ бумагъ (акцій) началось лишь послѣ окончательнаго погашенія другихъ бумагъ (облигацій). Напр. строительный капиталъ желѣзной дороги состоитъ изъ акцій на 10.000.000 р. и облигацій на 10.000.000 рублей. Положимъ, что по акціямъ гарантируется 6%, а по облигаціямъ 5%, и спрашивается, какая должна быть гарантирована ежегодная сумма на 90 лѣтъ, если сначала должны быть погашены облигаціи? Рѣшается эта задача приближеніями. Положимъ, что 5%-ныя облигаціи будутъ погашены въ первые сорокъ лѣтъ, для чего нуженъ ежегодный расходъ въ размѣрѣ $\frac{10.000.000}{\varphi_{40(5)}} = 582.782$ рублей; при этомъ для 6% на акціи потребуется еще 600.000 р., слѣдовательно, въ первые 40 лѣтъ въ такомъ случаѣ будетъ необходимо ежегодно 1.182.782 р.; но для погашенія въ слѣдующіе 50 лѣтъ акцій на 10.000.000 р. потребуется ежегодный расходъ $\frac{10.000.000}{\varphi_{50(6)}} = 634.443$ р. или расходъ гораздо меньшій, чѣмъ въ первые 40 лѣтъ, по условіямъ-же задачи расходъ долженъ быть ежегодно одинаковый впродолженіи всѣхъ 90 лѣтъ. Слѣдовательно, для уравненія расходовъ въ первые

40 и въ послѣдніе 50 лѣтъ, необходимо расходовать меньше въ первые 40 лѣтъ и больше въ послѣдніе 50 лѣтъ, а для этого погашеніе облигацій должно произойти въ теченіе срока болѣе продолжительнаго, чѣмъ 40 лѣтъ. Допустимъ для этого срокъ въ 60 лѣтъ и слѣдовательно срокъ 30 лѣтъ для погашенія акцій. Въ такомъ случаѣ для облигацій нужно $\frac{10.000.000}{\varphi_{60(5)}} = 528.282$ р., а съ прибавленіемъ 600.000 руб. для процентовъ по акціямъ будетъ требоваться въ первые 60 лѣтъ ежегодно по 1.128.282 р., для интересовъ-же и погашенія акцій въ послѣдніе 30 лѣтъ необходимо $\frac{10.000.000}{\varphi_{30(6)}} = 726.489$ р. Слѣдовательно, и срокъ въ 60 лѣтъ слишкомъ короткій. Если мы возьмемъ срокъ въ 75 лѣтъ, то въ теченіи ихъ для интересовъ и погашенія облигацій нужно будетъ $\frac{10.000.000}{\varphi_{75(5)}} = 513.216$ р., а для интересовъ по акціямъ 600.000 р., или всего 1.113.216 р.; для интересовъ-же и погашенія акцій въ послѣдніе 15 лѣтъ нужно $\frac{10.000.000}{\varphi_{15(6)}} = 1.029.628$ или меньше на 83.588 р. При срокѣ въ 76 лѣтъ для интересовъ и погашенія облигацій требуется $\frac{10.000.000}{\varphi_{76(5)}} = 512.571$ и для 6% по акціямъ 600.000 р., потому всего 1.112.571 р.; тогда какъ для интересовъ и погашенія акцій въ послѣдніе 14 лѣтъ необходимо $\frac{10.000.000}{\varphi_{14(6)}} = 1.075.849$ или на 36.732 р. меньше. При срокѣ 77 лѣтъ оказывается, что для интересовъ и погашенія облигацій и для интересовъ по акціямъ требуется ежегодно въ теченіи 77 лѣтъ по $\frac{10.000.000}{\varphi_{77(5)}} + 600.000 = 511.958 + 600.000 = 1.111.958$ рублей, тогда какъ для интересовъ и погашенія въ послѣдніе 13 лѣтъ акцій 1.129.601 р. или же больше на 17.643 рубли. Слѣдовательно, искомый срокъ близокъ къ 77 годамъ и соотвѣтственно должна быть взята для гарантіи ежесрочная сумма въ размѣрѣ около 1.111.500 рублей. Съ помощью вспомогательныхъ таблицъ для вычисленія сложныхъ процентовъ, дающихъ готовыя численныя выраженія $\frac{1}{\varphi_{n(i)}}$, то есть: разныхъ аннюитетовъ или ежесрочныхъ уплатъ для интересовъ и погашенія по единицѣ капитала въ разные сроки и при различной высотѣ роста, разбираться въ этого рода вычисленіяхъ не представляетъ большой трудности.

Другимъ примѣромъ этого рода случаевъ можно представить слѣдующій. По строительному капиталу желѣзной дороги въ 24.000.000 р., изъ коего половина—акцій и половина облигацій, предоставлена гарантія въ $5^3/_{10}$% на означенную сумму или въ размѣрѣ 1.248.000, изъ которыхъ уплачиваются 5% интересовъ на тѣ и другія бумаги, а на облигаціи еще и погашеніе впредь до ихъ полнаго погашенія, когда означенная ежегодная сумма 1.248.000 р. уменьшается до размѣра, необходимаго для интересовъ и погашенія акцій не позже истеченія 90-лѣтняго срока концессіи; спрашивается, сколько лѣтъ будетъ уплачиваться ежегодно по 1.248.000 р. и какая уменьшенная суммы потребуется потомъ? Такъ какъ изъ 1.248.000 р. для интересовъ въ размѣрѣ 5% на 12.000.000 р. акцій потребуется 600.000 р., то для интересовъ и погашенія облигацій останется 648.000 р. и въ томъ числѣ на ихъ погашеніе 48.000 р.; поэтому они будутъ погашены въ срокъ

$$n = \frac{\log 648.000 - \log 48.000}{\log 1,05} = 53,222 \text{ лѣтъ}$$

и слѣдовательно акціи начнутъ погашаться съ 54-го года; для ихъ погашенія поэтому останется срокъ въ $90 - 53 = 37$ лѣтъ, для чего требуется ежесрочная сумма въ $\frac{12.000.000}{\varphi_{37(5)}} = 718.077$ р.

Поэтому съ небольшимъ 53 года въ счетъ гарантіи будетъ уплачиваться 1.248.000 р., а слѣдующіе 37 лѣтъ немного менѣе 718.077 рублей.

211. До сихъ поръ мы исходили изъ процентовъ, уплачиваемыхъ по интересамъ и начисляемыхъ на погашеніе *въ концѣ* всякой единицы времени. Но какъ объяснено уже въ главѣ XI (стр. 44—50) бываютъ случаи платежа и начисленія процентовъ *въ началѣ* всякой единицы времени: эта практика повсюду принята для ссудъ подъ недвижимость, выдаваемыхъ ипотечными учрежденіями. Посему ипотечныя учрежденія имѣютъ всегда дѣло съ двоякаго рода долгами и займами. Сами они, какъ заемщики и должники по выпускаемымъ ими закладнымъ листамъ, производятъ платежи интересовъ и погашенія въ концѣ всякой единицы; поэтому все вышеизложенное о погасительныхъ планахъ можетъ быть всецѣло и къ нимъ примѣнимо. Но ихъ заемщики, владѣльцы недвижимости, подъ которыя выдаются ипотечныя ссуды, производятъ имъ платежи въ началѣ всякой единицы времени; поэтому погашеніе обременяющихъ недвижимыя имущества долговъ довольно существенно отличается отъ хода погашенія долговъ, какъ мы его въ разныхъ видахъ до сихъ поръ разсматривали. Какъ объяснено выше, для долговъ, по которымъ платежи производятся въ началѣ всякой единицы времени, имѣются и особыя выраженія наросшей и наличной стоимости ежесрочной единицы, а равно аннуитета для интересовъ и погашенія единицы капитала, а потому и особое выраженіе срока ихъ погашенія (§§ 52—54, стр. 47—48, и § 59, стр. 50). Поэтому если по прежнему мы означимъ чрезъ K нарицательный капиталъ долга, чрезъ ϑ нарицательный ростъ процентовъ, уплачиваемыхъ и начисляемыхъ въ началѣ всякой единицы времени, чрезъ n срокъ, чрезъ A всю ежесрочную сумму и чрезъ B часть ея, составляющую основной расходъ на погашеніе (первой единицы времени), то

$$K = \frac{A}{\vartheta}(1-(1-\vartheta)^n) = (A - K\vartheta)\frac{1-(1-\vartheta)^n}{\vartheta(1-\vartheta)^n} = \frac{A-K\vartheta}{1-\vartheta}\left(1+\frac{1-(1-\vartheta)^{n-1}}{\vartheta(1-\vartheta)^{n-1}}\right) =$$

$$= B\left(1+\frac{1-(1-\vartheta)^{n-1}}{\vartheta(1-\vartheta)^{n-1}}\right).$$

Слѣдовательно

$$A = \frac{K}{\varphi_{n(\vartheta)}} = K\frac{1}{\varphi_{n(\vartheta)}} = \frac{\vartheta}{1-(1-\vartheta)^n}K = \frac{K\vartheta}{1-(1-\vartheta)^n}.$$

$$B = \frac{K\vartheta(1-\vartheta)^{n-1}}{1-(1-\vartheta)^n} = \frac{A-K\vartheta}{1-\vartheta} = A(1-\vartheta)^{n-1}.$$

Выраженіе-же интересовъ (J) при этомъ будетъ:

$$J = A - \frac{A-K\vartheta}{1-\vartheta} = A - A(1-\vartheta)^{n-1} = \frac{A-A\vartheta-A+K\vartheta}{1-\vartheta} = \frac{K\vartheta-A\vartheta}{1-\vartheta} =$$

$$= \frac{(K-A)\vartheta}{1-\vartheta} = A[1-(1-\vartheta)^{n-1}].$$

Соотвѣтственное этому, какъ уже объяснено (стр. 49), въ q-ую единицу времени погашеніе составитъ $B_q = \frac{A-K\vartheta}{(1-\vartheta)^q} = A(1-\vartheta)^{n-q}$,

а расходъ на уплату интересовъ составитъ $J_q = A[1-(1-\vartheta)^{n-q}]$. Итогъ погашеній,

произведенныхъ въ истекшія q единицъ времени будетъ $\Sigma_B = \frac{A - K\vartheta}{1-\vartheta}(1+\omega_{q-1(\vartheta)}) =$
$= \frac{A-K\vartheta}{1-\vartheta}\left(1+\frac{1-(1-\vartheta)^{q-1}}{\vartheta(1-\vartheta)^{q-1}}\right) = A(1-\vartheta)^n\,\omega_{q(\vartheta)} = \frac{A(1-\vartheta)^n}{\vartheta}\left(\frac{1-(1-\vartheta)^q}{(1-\vartheta)^q}\right) = A(1-\vartheta)^{n-q}\varphi_{q(\vartheta)}$.
Остатокъ-же неногашеннаго капитала по истеченіи q единицъ времени, въ началѣ $(q+1)$-ой единицы времени будетъ $A\varphi_{n-q(\vartheta)} = \frac{A}{\vartheta}[1-(1-\vartheta)^{n-q}]$ (срав. §§ 56 и 57, стр. 50) *).

212. Выяснимъ на нѣкоторыхъ примѣрахъ расчеты по погашенію ипотечныхъ ссудъ, съ уплатою ежесрочной суммы впередъ за каждую единицу времени, такъ какъ приведенныя выраженія, основанныя на процентахъ, уплачиваемыхъ впередъ (въ Германіи ихъ называютъ антиципативными), очень мало у насъ извѣстны и вмѣсто нихъ часто и ошибочно прибѣгаютъ къ расчетамъ, предполагающимъ проценты, уплачиваемые въ концѣ всякой единицы времени (именуемые въ Германіи декурсивными). Примѣненіе антиципативныхъ процентовъ къ ипотечнымъ ссудамъ дѣлается у насъ (и во Франціи), слѣдуя утвердившейся въ Германіи съ XVIII вѣка практикѣ; но сдѣлавъ у Германіи это заимствованіе, у насъ (какъ и во Франціи) упустили заимствовать и относящіяся къ нему основанія расчетовъ, въ Германіи строго соблюдаемыя **). Поэтому дополнительное разъясненіе предмета

*) Одно изъ преимуществъ вспомогательныхъ таблицъ Шпицера для вычисленія сложныхъ процентовъ заключается въ томъ, что онѣ содержатъ числовыя выраженія наростей и наличной стоимости единицы капитала, а равно ежесрочной единицы и аннюитета для единицы капитала между прочимъ, и для процентовъ, уплачиваемыхъ и начисляемыхъ въ началѣ всякой единицы времени (ϑ). Но при пользованіи ими слѣдуетъ имѣть въ виду въ этомъ случаѣ, что выраженіе наличной стоимости ежесрочной единицы Шпицеръ дастъ не какъ выведенный у насъ выше (§ 53 стр. 48) итогъ $1+(1-\vartheta)+(1-\vartheta)^2+(1-\vartheta)^3+\cdots+(1-\vartheta)^{n-1}$, а въ видѣ другого итога $(1-\vartheta)+(1-\vartheta)^2+(1-\vartheta)^3+\cdots(1-\vartheta)^n$ (или результатъ вычисленія наличной стоимости ежесрочной единицы, уплачиваемой въ концѣ всякой единицы, по по эквивалентному росту процентовъ, уплачиваемыхъ въ началѣ единицы времени). Поэтому, чтобъ получить изъ Шпицеровскихъ таблицъ выраженія $\varphi_{n(\vartheta)} = \frac{1}{\vartheta}[1-(1-\vartheta)^n]$, необходимо брать число, показанное у Шпицера подъ $(n-1)$-ою единицею времени, и къ этому табличному числу прибавить единицу. Напр., если нужна наличная стоимость ежесрочной единицы при $n=60$ и $\vartheta = 0{,}05$, то нужно взять табличное число при $n-1=59$ и къ этому числу (18,07880402) прибавить 1 (чтобъ составилось 19,07880402). Напротивъ, наросшая стоимость ежесрочной единицы при процентахъ, начисленныхъ впередъ за каждую единицу, въ таблицахъ Шпицера вычислена по формулѣ $\omega_{n(\vartheta)} = \frac{1}{(1-\vartheta)}+\frac{1}{(1-\vartheta)^2}+\frac{1}{(1-\vartheta)^3}+\cdots$ $\cdots+\frac{1}{(1-\vartheta)^n}$ и потому табличныя числа Шпицера въ этого рода случаяхъ слѣдуетъ брать безъ прибавокъ, какъ они даны (напримѣръ $\omega_{20(2\%)} = 26{,}36936737$, какъ показано у Шпицера).

**) Умѣстно здѣсь объяснить, что когда въ XVII столѣтіи уже сильно ослабѣлъ коренившійся въ каноническомъ правѣ взглядъ на взиманіе процентовъ, какъ на предосудительное дѣйствіе (что было послѣдствіемъ развитія кредита въ торговыхъ оборотахъ и окончательно упрочившагося въ этихъ оборотахъ, повсюду распространившагося, употребленія векселя, какъ наиважнѣйшаго заемнаго договора въ торговлѣ),—то естественно, что тогда вниманіе сосредоточилось на процентахъ въ томъ ихъ видѣ, въ которомъ они примѣняются къ вексельнымъ оборотамъ, при «учетѣ» векселей, слѣдовательно въ видѣ «учетныхъ» процентовъ, взимаемыхъ впередъ, или вычитаемыхъ изъ капитала долга при самомъ его заключеніи. Поэтому и знаменитый *Лейбницъ*, положившій основаніе теоріи сложныхъ процентовъ и первый давшій формулу сложныхъ процентовъ, въ своемъ трактатѣ Méditatio juridico-mathematica de interusurio simplice (напеч. въ 1683 г.

на примѣрѣ въ этомъ случаѣ не излишне. Пусть нѣкій заемщикъ получилъ ссуду въ 10.000 руб., по которой онъ обязался уплачивать въ началѣ всякаго полугодія 350 рублей или $3^1/_2$%, въ томъ числѣ интересовъ 3% или 300 рублей. Долгу за нимъ первоначально записываютъ 10.000 р. и въ началѣ перваго-же полугодія онъ вноситъ 350 рублей, изъ коихъ часть въ погашеніе означеннаго долга. Означимъ эту часть чрезъ x; тогда отъ долга останется $10.000 - x$, на которые собственно и слѣдуетъ уплатить впередъ за полугодіе интересы въ размѣрѣ 3% или $0{,}03\,(10.000 - x) = 300 - 0{,}03x$; этотъ-то платежъ интересовъ съ уплатою въ счетъ погашенія суммы x вмѣстѣ и составятъ всю ежесрочную сумму или $x + 300 - 0{,}03x = 350$, откуда $x\,(1 - 0{,}03) = 350 - 300 = 50$; поэтому $x = 50 \cdot \frac{1}{1-0{,}03} = \frac{50}{0{,}97} = 51{,}55$. Слѣдовательно, если мы изъ всей ежесрочной суммы $A = 350$ руб. вычтемъ 3%-ные интересы въ размѣрѣ $K\theta = 300$ р. и разность помножимъ на $\frac{1}{1-\theta} = \frac{1}{1-0{,}03} = \frac{1}{0{,}97} = 1{,}03092784$, то мы получимъ первое погашеніе или B_1. Слѣдовательно, собственно интересы впередъ за первое полугодіе будутъ причитаться за $K - B_1 = 10.000 - 51{,}55 = 9.948$ р. 55 к., на каковую сумму 3% составятъ 298 р. 45 коп. $= \frac{(K-A)\theta}{1-\theta} = \frac{(10.000 - 350)\cdot 0{,}03}{0{,}97} = \frac{289{,}50}{0{,}97}$. Интересы-же и погашеніе вмѣстѣ или $\frac{(K-A)\theta}{(1-\theta)} + \frac{A - K\theta}{(1-\theta)} = 298$ р. 45 к. $+ 51$ р. 55 к. $= 350$ руб. $= A$, то есть составляютъ всю ежесрочную сумму. Подобнымъ-же образомъ вычисляются платежи за второе полугодіе, въ началѣ котораго непогашеннаго долга будетъ 9.948 р. 55 к. и сдѣланъ будетъ второй платежъ 350 рублей. Означивъ чрезъ x_2 часть этого платежа, составляющаго погашеніе, очевидно, что 3% интересовъ впередъ за второе полугодіе будутъ причитаться на капиталъ $9.948{,}45 - x_2$; поэтому интересы составятъ $0{,}03\,(9.948{,}45 - x_2) = 298{,}45 - 0{,}03x_2$, а съ прибавленіемъ къ этой суммѣ погашенія x_2 получится вся ежесрочная сумма $350 = 298{,}45 - 0{,}03x + x_2 = 298{,}45 + x_2(1 - 0{,}03)$, или $x_2(1 - 0{,}03) = 350 - 298{,}45 = 51{,}55$; но мы знаемъ, что $51{,}55 = (350 - 300)\frac{1}{1-0{,}03}$; поэтому $x_2(1 - 0{,}03) = \frac{350 - 300}{1 - 0{,}03}$ и слѣдовательно $x_2 = \frac{350 - 300}{(1-0{,}03)^2} = \frac{A - K\theta}{(1-\theta)^2} = 53$ р. 14 коп.; и поэтому 3% впередъ за второе полугодіе нужно будетъ заплатить на капиталъ $9.948{,}45 - 53{,}14 = 9.895$ р. 31 коп., на каковую сумму 3% составляютъ 296 р. 86 коп.; а $296{,}86 + 53{,}14 = 350$ рублей. Такимъ-же путемъ легко вычислить, что въ третье полугодіе погашеніе составитъ $\frac{350 - 300}{(1-0{,}03)^3}$, за четвертое $\frac{350 - 300}{(1-0{,}03)^4}$ и т. д.

Весь-же ходъ погашенія ссуды будетъ представлять слѣдующій видъ:

въ Act. erud. Lips.) тоже исходилъ *изъ учетныхъ* процентовъ и далъ свою формулу не въ видѣ $(1+t)^n$, а въ видѣ $\frac{1}{(1-\theta)^n}$. Въ настоящее-же время «учетные проценты», легко понятные, когда они примѣняются въ вексельныхъ сдѣлкахъ въ видѣ простыхъ процентовъ, далеко не представляются легко понятными, когда они въ видѣ сложныхъ процентовъ примѣняются къ ипотечнымъ ссудамъ.

Полугодія.	Срочное погашеніе.	Интересы.	Капиталъ, на кот. причитал. 3% впередъ за полугодіе.	Итогъ произведенныхъ погашеній.	Полугодія.	Срочное погашеніе.	Интересы.	Капиталъ, на кот. причитал. 3% впередъ за полугодіе.	Итогъ произведенныхъ погашеній.	Полугодія.	Срочное погашеніе.	Интересы.	Капиталъ, на кот. причитал. 3% впередъ за полугодіе.	Итогъ произведенныхъ погашеній.
1	51,55	298,45	9.948,45	51,55	31	128,54	221,46	7.381,91	2 618,09	59	301,61	48,39	1.613,15	8.386,85
2	53,14	296,86	9 895,31	104,69	32	132,52	217,48	7.249,39	2.750,61	60	310,93	39,67	1.302,22	8.697,78
3	54,78	295,22	9.840,53	159,47	33	136,62	213,38	7.112,77	2.887,23	61	320,55	29,45	981,67	9.018,33
4	56,48	293,52	9.784,05	215,95	48	215,74	131,26	4.475,38	5.521,62	62	330,46	19,54	651,21	9.348,79
5	58,23	291,77	9.725,82	274,18	49	222,11	127,89	4.252,97	5.747,03	63	340,68	9,32	310,53	9.689,47
6	60,03	289,97	9.665,79	334,21	50	229,29	120,71	4.023,68	5 976,23	64	310,53	—	—	10.000

На послѣднее 64-е полугодіе приходится въ этомъ случаѣ меньшій платежъ, чѣмъ въ предъидущія полугодія (310 р. 53 к. вмѣсто 350 рублей), потому что ежесрочный платежъ въ 350 рублей взятъ въ большемъ размѣрѣ, чѣмъ требовалось для интересовъ и погашенія 10.000 рублей 64 равными платежами: для этого было достаточно $A = 10\,000 \cdot \frac{1}{\varphi_{61(0)}} = 349$ р. 80 коп., или на ежесрочныя 20 копѣекъ меньше, чѣмъ было взято для вычисленія, изъ лишнихъ-же 63 двугривенныхъ со сложными 3%, начисленными впередъ за полугодіе и набралось 39 р. 47 к., на которые уменьшился платежъ 64-го полугодія. Нѣтъ надобности въ объясненіи, что погашеніе шло бы медленнѣе, еслибъ уплата его, а потому и начисленіе на него сложныхъ процентовъ, производились въ концѣ, а не въ началѣ всякаго полугодія. Еслибъ платежи по долгу въ 10.000 руб. производились въ концѣ всякаго полугодія, то при 3% интересовъ въ полугодіе и при срокѣ въ 64 полугодія была-бы нужна ежесрочная сумма не въ 349 р. 80 к., а въ 353 рубля 27,6 коп., при уплатѣ-же по 349 р. 80 к. въ полугодіе долгъ былъ-бы погашенъ не въ 64 полугодія, а въ срокъ $n = \frac{\log 349{,}8 - \log 49{,}8}{\log 1{,}03} = 65{,}918$ полугодій, то есть почти на 2 полугодія позднѣе.

213. При ипотечныхъ ссудахъ, какъ извѣстно, практикуются «сверхсрочныя погашенія». Положимъ, что въ нашей примѣрной ссудѣ должникъ въ началѣ 32-го полугодія уплачиваетъ 500 рублей вмѣсто 350 рублей, но съ тѣмъ, конечно, чтобъ потомъ, какъ и прежде, уплачивать лишь по 350 руб. впередъ за каждое полугодіе. Въ концѣ 31-го полугодія у него было непогашеннаго долга 7.381 р. 91 к. и за вычетомъ 500 руб. остается 6.881 р. 91 коп., соотвѣтствующіе суммѣ долга, оказывающейся изъ пропорціи

$$6.881{,}91 : x = (1 - 0{,}03) : 1 \text{ или } x = 7.094{,}75,$$

слѣдовательно, погашено $7.381{,}91 - 7.094{,}75 = 287{,}16$, а потому на проценты приходится $500 - 287{,}16 = 212{,}84$, то есть на 7.094,75 такихъ 3%, которые уплачи-

ваются въ концѣ полугодія $\left(7.094{,}75 \times \frac{3}{100} = 212{,}84\right)$, или на 6.881,91 такихъ 3%, которые уплачиваются впередъ $\left(6.881{,}91 \times \frac{3}{97} = 212{,}84\right)$. Срочное погашеніе 32-го полугодія было 132 р. 52 к. или меньше, чѣмъ дѣйствительно сдѣланное на $287{,}16 - 132{,}52 = 154$ р. 64 к., тогда какъ противъ срочнаго платежа внесено больше лишь на $500 - 350 = 150$ р.; разность въ $154{,}64 - 150 = 4$ р. 64 к. выражается и въ томъ, что безъ чрезвычайнаго платежа въ 32-е полугодіе причиталось-бы интересовъ 217 р. 48 к., при взносѣ-же 500 руб. будетъ уже причитаться и взято лишь 212,84 или на $217{,}18 + 212.84 = 4$ р. 64 коп. меньше. Это-то 4 р. 64 коп. составляютъ 3%, начисленные впередъ за полугодіе на сверхсрочное погашеніе въ 150 рублей $\left(150 \times \frac{3}{97} = 4 \text{ р. } 64 \text{ к.}\right)$ или на 154 р. 64 к. такіе 3%, которые начисляются въ концѣ полугодія $\left(154{,}64 \times \frac{3}{100} = 4 \text{ р. } 64 \text{ к.}\right)$.

214. Въ вышеизложенномъ мы исходили изъ того, что по ипотечной ссудѣ весь срочный платежъ производится въ началѣ каждой единицы времени, какъ бываетъ при ипотечныхъ ссудахъ большею частью, но не всегда все-таки. А именно, иногда при ипотечныхъ ссудахъ принято требовать за первое полугодіе впередъ *только* проценты, первое-же погашеніе требуется лишь въ концѣ полугодія, а потому и всѣ послѣдующія погашенія производятся въ концѣ полугодій; проценты-же однако уплачиваются все-таки впередъ за каждое полугодіе и слѣдовательно при выдачѣ ссуды вычитываются изъ нея и, если она выдается изъ θ%, то вмѣсто всякаго рубля заемщикъ получаетъ лишь $1 - \theta$, тогда какъ погашаемымъ долгомъ за нимъ записывается цѣлый рубль. Такимъ образомъ за $(1 - \theta)$ руб. ссуды записывается долгомъ 1 рубль, а за 1 рубль ссуды записывается долгомъ $\frac{1}{1-\theta}$ рублей, какъ мы до сихъ поръ считали (по антиципативнымъ процентамъ). Посмотримъ, какія въ этомъ случаѣ будутъ выраженія погашеній разныхъ единицъ времени и какъ они будутъ наростать сложными процентами. Означимъ чрезъ $B_1\ B_2\ B_3 \cdots B_n$ погашенія всякой единицы времени. Въ концѣ первой единицы времени уплачивается первое погашеніе B_1 и впередъ θ процентовъ за второе полугодіе на капиталъ $K - B_1$ или $(K - B_1)\theta$, поэтому весь платежъ составитъ $A = (K - B_1)\theta + B_1$. Во второе полугодіе платежъ составитъ $A = (K - B_1 - B_2)\theta + B_2$; въ третье $A = (K - B_1 - B_2 - B_3)\theta + B_3$ и т. д., наконецъ въ послѣднее $A = (K - B_1 - B_2 - \ldots - B_n)\theta + B_n$. Такъ какъ всѣ эти платежи составляютъ одну и ту же ежесрочную сумму, то они взаимно равны и потому $(K - B_1)\theta + B_1 = (K - B_1 - B_2)\theta + B_2$ или $K\theta - B_1\theta + B_1 = K\theta - B_1\theta - B_2\theta + B_2$ или $B_1 = B_2 - B_2\theta = B_2(1 - \theta)$, а потому $B_2 = \frac{B_1}{1-\theta}$. Равнымъ образомъ $K\theta - B_1\theta - B_2\theta + B_2 = K\theta - B_1\theta - B_2\theta - B_3\theta + B_3$ или $B_2 = B_3 - B_3\theta = B_3(1 - \theta)$, а потому $B_3 = \frac{B_2}{(1-\theta)} = \frac{B_1}{(1-\theta)^2}$. Также точно нетрудно вывести, что $B_4 = \frac{B_3}{(1-\theta)} = \frac{B_1}{((1-\theta)^3}$, $B_5 = \frac{B_4}{(1-\theta)} = \frac{B_1}{(1-\theta)^4} \ldots\ldots$, $B_q = \frac{B_{q-1}}{(1-\theta)} = \frac{B_1}{(1-\theta)^{q-1}} \ldots\ldots$ наконецъ $B_n = \frac{B_{n-1}}{1-\theta} = \frac{B_1}{(1-\theta)^{n-1}}$. Если мы сложимъ

вмѣстѣ всѣ эти погашенія, то они составятъ сумму погашаемаго долга или K. Такимъ образомъ

$$K = B_1 + B_2 + B_3 + \cdots + B_n = B_1\left(1 + \frac{1}{1-\theta} + \frac{1}{(1-\theta)^2} + \frac{1}{(1-\theta)^3} + \right.$$
$$\left. + \cdots\cdots \frac{1}{(1-\theta)^{n-1}}\right) = B_1(1 + \omega_{n-1(\theta)}) = B_1\left(1 + \frac{1-(1-\theta)^{n-1}}{\theta\,(1-\theta)^{n-1}}\right)$$

(см. § 52, стр. 48), или-же, прямо складывая и выводя итогъ членовъ геометрической прогрессіи съ знаменателемъ $\frac{1}{1-\theta}$,

$$K = B_1\left(\frac{1}{(1-\theta)^n} - 1\right) : \left(\frac{1}{1-\theta} - 1\right) = B_1\left(\frac{1-(1-\theta)^n}{(1-\theta)^n} : \frac{\theta}{1-\theta}\right) =$$
$$= B_1(1-\theta)\,\frac{1-(1-\theta)^n}{\theta(1-\theta)^n} = B_1(1-\theta)\,\omega_{n(\theta)}.$$

Отсюда $K\theta\,(1-\theta)^n = B_1(1-\theta)[1-(1-\theta^n)]$ и поэтому

$$B_1 = \frac{K}{1-\theta}\cdot\frac{\theta(1-\theta)^n}{1-(1-\theta)^n} = \frac{K}{1-\theta}\cdot\frac{1}{\omega_{n(\theta)}} = \frac{K}{\varphi_{n(\theta)}}(1-\theta)^{n-1} = A(1-\theta)^{n-1}$$

но такъ какъ ежесрочная сумма $A = B_1 + (K - B_1)\theta = B_1 + K\theta - B_1\theta = K\theta + B_1(1-\theta)$, то подстановкою вмѣсто B_1 выведеннаго только что его выраженія получаемъ

$$A = K\theta + K\cdot\frac{1-\theta}{1-\theta}\cdot\frac{\theta(1-\theta)^n}{1-(1-\theta)^n} = K\theta + \frac{K\theta(1-\theta)^n}{1-(1-\theta)^n} = \frac{K\theta - K\theta(1-\theta)^n + K\theta(1-\theta)^n}{1-(1-\theta)^n}$$

или

$$A = \frac{K\theta}{1-(1-\theta)^n} = K\cdot\frac{\theta}{1-(1-\theta)^n} = K\cdot\frac{1}{\varphi_{n(\theta)}}$$

(срав. § 54, стр. 48). Сравнивъ эти выраженія съ тѣми, которыя выведены выше (въ § 201) для ссудъ, по которымъ весь ежесрочный платежъ производится уже съ момента выдачи ссуды въ началѣ всякой единицы времени, мы найдемъ, что тѣ и другія выраженія совершенно тождественны. Для примѣра возьмемъ 5%-ную ссуду въ 30.000 руб. на 15 лѣтъ, по которой проценты уплачиваются впередъ за годъ, а погашеніе уплачивается въ концѣ каждаго года. По формулѣ для ссудъ, по коимъ интересы и погашеніе уплачиваются впередъ за каждую единицу времени, ежесрочная сумма (аннуитетъ) для интересовъ и погашенія единицы капитала при ростѣ $\theta = 5\%$ и при срокѣ $n = 15$ годамъ составляетъ $\frac{1}{\varphi_{n(\theta)}} = 0.093160393$, поэтому для капитала въ 30.000 рублей нужна ежесрочная сумма $A = 30.000 \times$ $\times\, 0.093160393 = 2.794$ р. 81.18 к. Погашеніе первое будетъ $B_1 = \frac{A - K\theta}{1-\theta} = \frac{2.794.8118}{1-0.05} =$ $= 1362$ р. 95.98 коп.; погашеніе второе $B_2 = \frac{B_1}{1-\theta} = 1.362.9598 \times \frac{5}{95} = 1.434$ р. 69.45 к. погашеніе третье составитъ $\frac{B_2}{1-\theta} = 1.434.6945 \times \frac{5}{95} = 1.510$ р. 20.47 к. и т. д., и это-же будутъ суммы погашеній, уплачиваемыхъ въ концѣ всякаго года. Интересы-же, уплачиваемые впередъ, въ началѣ всякаго года, очевидно будутъ находиться въ зависимости отъ того, когда уплачивается первое погашеніе. Если и оно уплачивается въ началѣ (перваго) года, то заемщикъ, имѣя для погашенія 1.362 р. 95.98 к. и погасивъ на эту сумму часть своего долга, на нее уже очевидно не долженъ платить процентовъ (иначе отъ него будутъ требовать проценты за деньги, которыя онъ не только не взялъ, но отдалъ, то есть, его заставятъ платить проценты за собственныя его

деньги, или по долгу, имъ погашенному); поэтому 5% интересовъ заемщикъ уже за первый годъ долженъ будетъ заплатить на сумму $30.000 - 1.362.{}_{9598} = 28.637.{}_{0402}$, что и составитъ 1.431 р. 85.2 к., или по формулѣ $\frac{(K-A)q}{1-q} = \frac{(30.000-2.794.{}_{8118})0.05}{0.95} =$ $= 27.205.{}_{1882} \times \frac{5}{95} = 1.431$ р. 85.20 коп. Если-же погашеніе вносится въ концѣ года, то очевидно за первый годъ заемщикъ обязанъ внести въ уплату интересовъ 5% на всѣ 30.000 р. ссуды или 1.500 рублей. Но въ началѣ втораго (или въ концѣ перваго) года положеніе заемщика уже будетъ одинаковое въ томъ случаѣ, когда онъ вноситъ погашеніе впередъ и въ томъ случаѣ, когда онъ уплачиваетъ въ концѣ года. А именно, при уплатѣ и погашенія впередъ, какъ и интересовъ, заемщикъ долженъ внести $B_2 = \frac{B_1}{1-q} = \frac{1.362.{}_{9598}}{0.95} = 1.434$ р. 69.45 коп., и интересовъ 5% на сумму непогашеннаго долга или 0.05 [30.000 — (1.362.9598 + + 1.434.6945)] = 1.360 р. 11.73 коп., а вмѣстѣ интересы и погашеніе составятъ $1.434.{}_{6945} + 1.360.{}_{1173} = 2.794.{}_{8118}$. И эту-же сумму долженъ будетъ заемщикъ въ началѣ втораго (или въ концѣ перваго) года, когда онъ долженъ уплатить: погашенія перваго года въ концѣ его 1.362 р. 95.98 коп. и интересовъ впередъ за второй годъ 5% на 30.000 — 1.362.9598 = 28.637 р. 04.20 коп., что составитъ $0.05 \times 28.637.{}_{0402} = 1.431$ р. 85.20 коп., а вмѣстѣ интересы и погашенія составятъ $1.362.{}_{9598} + 1.431.{}_{8520} = 2.794$ р. 81.18 коп., какъ они составили эту сумму, когда въ первомъ случаѣ ихъ вносили въ началѣ перваго года. И то же самое будетъ повторяться во всякомъ слѣдующемъ году: всегда тѣ двѣ суммы, которыя заемщики, уплачивающій впередъ интересы и погашеніе въ началѣ года, составятъ ту же ежесрочную сумму 2.794 р. 81.18 коп., которую составятъ погашеніе, уплачиваемое въ концѣ года за истекшій годъ, и интересы, уплачиваемые *въ то же время* впередъ за начинающійся годъ. Нагляднѣе это видно изъ слѣдующей таблицы, въ которой сопоставленъ ходъ платежей въ обоихъ разсматриваемыхъ случаяхъ и вмѣстѣ съ тѣмъ постепенное погашеніе долга.

Годъ.	Непогашенной ссуды въ началѣ года.		5% на долгъ, уплачиваемые въ началѣ года.		Погашеніе, уплачиваемое въ концѣ года.		При уплатѣ въ началѣ года.			
							Погашенія впередъ за годъ.		5% на непогашенный долгъ впередъ за годъ.	
	Р.	К.	Р.	К.	Р.	К.	Р.	К.	Р.	К.
1	30.000	—	1.500	—	1.362	95.98	1.362	95.98	1.431	85.20
2	28.637	04.02	1.431	85.20	1.434	69.45	1.434	69.45	1.360	11.73
3	27.202	34.57	1.360	11.73	1.510	20.47	1.510	20.47	1.284	60.71
4	25.692	14.10	1.284	60.71	1.589	68.92	1.589	68.92	1.205	12.26
5	24.102	45.18	1.205	12.26	1.673	35.71	1.673	35.71	1.121	45.47
6	22.429	09.47	1.121	45.47	1.761	42.85	1.761	42.85	1.033	38.33
7	20.667	66.62	1.033	38.33	1.854	13.52	1.854	13.52	940	67.16
8	18.813	53.10	940	67.86	1.951	72.13	1.951	72.13	843	09.05

ГОДЫ.	Непогашенной ссуды въ началѣ года.		5% на долгъ, уплачиваемые въ началѣ года.		Погашеніе уплачиваемое въ концѣ года.		При уплатѣ въ началѣ года.			
							Погашенія впередъ за годъ.		5% на непогашенный долгъ впередъ за годъ.	
	Р.	К.	Р.	К.	Р.	К.	Р.	К.	Р.	К.
9	16.861	80.97	843	09.05	2.054	44.35	2.054	44.35	740	36.83
10	14.807	36.62	740	36.83	2.162	57.21	2.162	57.21	632	23.97
11	12.644	79.41	632	23.97	2.276	39.17	2.276	39.17	518	42.01
12	10.368	40.24	518	42.01	2.396	20.18	2.396	20.18	398	61.00
13	7.972	20.06	398	61.00	2.522	31.78	2.522	31.78	272	49.41
14	5.449	88.30	272	49.41	2.655	07.12	2.655	07.12	139	74.06
15	2.794	81.18	139	74.00	2.794	81.18	2.794	81.18	—	—
			13.422	17.70	30.000	—	30.000	—	11.922	17.70

Изъ таблицы этой наглядно видно, что всегда тѣ два платежа (интересовъ и погашенія), которые въ одномъ случаѣ одновременно производятся въ концѣ одного и въ началѣ слѣдующаго года, тождественны съ тѣми двумя платежами интересовъ и погашенія, которые въ другомъ случаѣ одновременно производятся въ началѣ года. Для сравненія присоединяемъ еще таблицу платежей по 5%-ному займу на 15 лѣтъ и 30.000 рублей, когда интересы и погашеніе одновременно производятся въ концѣ года. Ежесрочная сумма въ этомъ случаѣ составляетъ $\frac{30.000}{\varphi_{15(5)}} = 2.890$ р. 26.87 к., или больше чѣмъ въ предыдущей таблицѣ на 95 р. 45.69 к.

ГОДЫ.	Долгъ въ началѣ года.		Интересы.		Погашеніе.		Итогъ погашеній.	
	Р.	К.	Р.	К.	Р.	Р.	Р.	К.
1	30.000	—	1.500	—	1.390	26.87	1.390	26.87
2	28.609	73.13	1.430	48.66	1.459	78.21	2.850	05.08
3	27.149	94.92	1.357	49.75	1.532	77.12	4.382	82.20
4	25.617	17.80	1.280	85.89	1.609	40.09	5.992	23.18
5	24.007	76.82	1.200	38.84	1.689	88.03	7.682	11.21
6	22.317	88.79	1.115	89.44	1.774	37.43	9.456	48.64
7	20.543	51.36	1.027	17.57	1.863	09.30	11.319	57.94
8	18.680	42.06	934	02.10	1.956	24.77	13.275	82.71
9	16.724	17.29	836	20.86	2.054	06.01	15.329	88.77
10	14.670	11.28	733	50.56	2.156	76.31	17.486	65.08
11	12.513	34.97	625	66.75	2.264	60.12	19.751	25.15
12	10.248	74.85	512	43.74	2.377	83.18	22.129	08.28
13	7.870	91.72	393	54.59	2.496	72.28	24.625	80.56
14	5.374	19.44	268	70.97	2.621	55.90	27.247	36.46
15	2.752	63.54	137	63.53	2.752	63.54	30.000	—
			13.354	03.05	30.000	—		

Сравненіе, которое даетъ возможность сдѣлать эта таблица и ей предшествующая, весьма любопытно, раскрывая истинный смыслъ и цѣль взиманія впередъ ежесрочныхъ платежей по ипотечнымъ ссудамъ. Обыкновенно на это взиманіе впередъ смотрятъ, какъ на добавочную тягость, усугубляющую обременительность платежей, соединенныхъ съ ипотечными данными. На самомъ же дѣлѣ взиманіе ежесрочныхъ уплатъ по ипотечнымъ ссудамъ въ началѣ каждой единицы, когда оно практикуется правильно, имѣетъ задачею облегчить бремя уплатъ для должниковъ по означенныхъ суммамъ. Самъ по себѣ ростъ по интересамъ, уплачиваемымъ впередъ, всегда выше эквивалентнаго роста по интересамъ, уплачиваемымъ въ концѣ всякой единицы, потому что

		Уплата.				
		въ началѣ всякой единицы времени.	въ концѣ всякой единицы времени.		въ началѣ всякой единицы времени.	въ концѣ всякой единицы времени.
2%	составляютъ	0.02	$^{2}/_{98}$	или	$^{1}/_{50}$	$^{1}/_{49}$
$2^{1}/_{2}$%	»	0.025	$\frac{2,5}{97,5}$	»	$^{1}/_{40}$	$^{1}/_{39}$
3	»	0.03	$^{3}/_{97}$	»	$^{1}/_{33,33}$	$^{1}/_{32,14}$
4	»	0.04	$^{4}/_{98}$	»	$^{1}/_{25}$	$^{1}/_{24}$
5	»	0.05	$^{5}/_{95}$	»	$^{1}/_{20}$	$^{1}/_{19}$

и т. д.

Но уплачивая впередъ и погашеніе, которое отъ нѣсколько увеличеннаго роста быстрѣе наростаетъ сложными процентами и поэтому скорѣе погашаетъ ссуду, должникъ въ концѣ концовъ уплачиваетъ на интересахъ меньшую сумму. Такъ по ссудѣ въ 30.000 р. на 15 лѣтъ должникъ уплатитъ за все время ссуды въ видѣ интересовъ 13.354 руб., если съ него взимаютъ платежи въ концѣ всякой единицы времени, и лишь 11.922 рубля, если онъ производитъ свои платежи въ началѣ всякой единицы, хотя въ первомъ случаѣ съ него берутъ $5\% = 0.05$, а въ другомъ случаѣ съ него берутъ $5\% = {}^{5}/_{95} = 0.05261$.

XXVII.

Расчеты по займамъ съ погасительными преміями.

215. «Погасительною преміею» называется такая прибавка къ условно принятому означенію нарицательнаго капитала долга, которую получаютъ *всѣ* заимодавцы, участвующіе своими средствами въ займѣ, которымъ данный въ семъ случаѣ долгъ заключенъ. Слѣдовательно, при всякомъ долгѣ съ «погасительною преміею», нарицательный капиталъ выражается двоякою суммою: одною, по которой долгъ условно означается или именуется (нарицается) и отъ отношенія къ которой расхода, назначеннаго на уплату интересовъ, получаетъ свое наименованіе (нарицаніе) ростъ присвоенныхъ займу интересовъ,—и другою нарицательною же

суммою, которая дѣйствительно уплачивается заимодавцамъ, когда по жребію погашенія до нихъ доходитъ очередь возврата должнаго имъ капитала. Напримѣръ, нарицательный капиталъ долга оффиціально означается, какъ бы выражающимся въ суммѣ 100.000.000 рублей, и по отношенію къ этой суммѣ расходъ на уплату интересовъ въ размѣрѣ 5.000.000 рублей обозначается, какъ 5%-ный. На самомъ же дѣлѣ долговымъ договоромъ условливается, что при погашеніи долга, на каждую сотню рублей считаемаго нарицательнымъ капитала всякій заимодавецъ получитъ 125 рублей, слѣдовательно, всѣмъ заимодавцамъ, вмѣстѣ взятымъ, будетъ выплачено 125.000.000 рублей. Очевидно, что въ такомъ случаѣ капиталъ, дѣйствительно уплачиваемый при погашеніи долга (125.000.000), и составляетъ «настоящій» погашаемый (нарицательный) капиталъ; тотъ-же капиталъ, по которому долгъ означается составляетъ лишь «кажущійся» его нарицательный капиталъ. Очевидно также, что въ подобномъ случаѣ и нарицательный ростъ, или ростъ, выражающій отношеніе расхода на уплату интересовъ къ погашаемому капиталу, тоже будетъ двоякій: когда онъ выражаетъ отношеніе расхода на уплату интересовъ къ «кажущемуся» нарицательному капиталу, то онъ и самъ будетъ лишь «кажущійся» нарицательный ростъ: когда же тотъ-же расходъ берется въ его отношеніи къ настоящему нарицательному капиталу (дѣйствительно погашаемому), то онъ будетъ выражать «настоящій» нарицательный ростъ. Въ нашемъ приведенномъ примѣрѣ кажущійся нарицательный ростъ составляетъ $\frac{5.000.000}{100.000.000} = 5\%$, настоящій-же нарицательный ростъ составляетъ $\frac{5.000.000}{125.000.000} = 4\%$.

216. Когда по займу имѣется кажущійся нарицательный капиталъ Q при кажущемся нарицательномъ ростѣ δ, тогда какъ настоящій, погашаемый, капиталъ составляетъ K, а настоящій нарицательный ростъ составляетъ t (напримѣръ, кажущійся нарицательный капиталъ процентной бумаги или $Q = 100$ рублей, а погашается по ней $K = 125$ рублей, называется она 5%-ною, потому что для интересовъ на кажущійся нарицательный капиталъ въ 100 рублей ассигновано и въ годъ уплачивается $\delta\% = 5$ рублей, которые однако на погашаемые 125 рублей представляютъ настоящій нарицательный ростъ лишь въ $t = 4\%$), то сумма (абсолютная) уплачиваемыхъ по такого рода займу интересовъ *одинакова*, все равно какъ ее ни считать, по кажущемуся или настоящему нарицательному капиталу, по кажущемуся или настоящему нарицательному росту. Если напр. заемъ называется 5%-нымъ на 100.000.000 руб., хотя по нему погашается 125.000.000 рублей, то на уплату интересовъ по всякомъ случаѣ по нему не расходуется болѣе 5.000.000 рублей и именно поэтому настоящій нарицательный ростъ по нему 4%, а не 5%. Поэтому въ займахъ указываемаго рода $Kt = Q\delta$. И поэтому-же, если мы означимъ отношеніе настоящаго нарицательнаго (дѣйствительно погашаемаго и выкупаемаго) капитала къ кажущемуся нарицательному капиталу чрезъ μ, или положимъ $\frac{K}{Q} = \mu$, то и отношеніе кажущагося нарицательнаго роста къ настоящему («возстановительному» или погасительному, амортизаціонному) росту тоже будетъ μ или и $\frac{\delta}{t} = \mu$. Въ нашемъ примѣрѣ $\mu = 1.25$ или 125% и эти 125% одинаково выражаютъ отношеніе дѣйствительно погашаемаго капитала къ кажущемуся нарицательному ка-

питалу и отношеніе кажущагося нарицательнаго роста къ настоящему нарицательному (погасительному) росту.

217. Изъ того, что $\frac{K}{Q} = \frac{\delta}{t} = \mu$, слѣдуетъ, что $K = \mu Q$ и $t = \frac{\delta}{\mu}$. Такъ какъ «погасительная премія» выражаетъ ту прибавку къ кажущемуся нарицательному капиталу, которая вмѣстѣ съ послѣднимъ образуетъ настоящій нарицательный (дѣйствительно погашаемый) капиталъ, то сама премія составляетъ разность между настоящимъ и кажущимся нарицательнымъ капиталами, и если мы ее означимъ черезъ $\beta^0/_0$ кажущагося нарицательнаго капитала, то выраженіе ея будетъ: $\beta Q = K - Q = \mu Q - Q = Q(\mu - 1) = Q\left(\frac{\delta}{t} - 1\right)$. Поэтому $\beta = \mu - 1 = \frac{K-Q}{Q} = \frac{\delta - t}{t}$.

218. Большею частью вычисленія по займамъ съ погасительною премією, не измѣняющіеся въ теченіи всего срока займа, не представляютъ трудностей. Такъ, если вычисленію подлежитъ ежесрочная сумма A, потребная для того, чтобъ по долгу, заключенному на срокъ n единицъ времени, на кажущійся нарицательный капиталъ Q уплачивались интересы по кажущемуся нарицательному росту $\delta^0/_0$, или въ размѣрѣ $Q\delta$, и чтобъ при погашеніи заимодавцы получили премію въ размѣрѣ $\beta^0/_0$, то есть, чтобъ имъ погасили капиталъ $\mu Q = K$, или такой капиталъ K, котораго отношеніе къ кажущемуся нарицательному капиталу выражается величиною $\mu = \frac{K}{Q}$, — то необходимое вычисленіе очень просто. Такъ какъ μ выражаетъ и отношеніе кажущагося нарицательнаго роста δ къ настоящему нарицательному росту t по данному займу, то послѣдній легко опредѣлитъ изъ отношенія $\frac{\delta}{\mu} = t$; а взявъ по этому росту и данному сроку аннюитетъ для интересовъ и погашенія единицы капитала или $\frac{1}{\varphi_{n(t)}}$ и помноживъ его на μ и на кажущійся нарицательный капиталъ Q или на $Q\mu = K$ мы и получимъ искомую ежесрочную сумму. Поэтому выраженіе ея будетъ слѣдующее:

$$A = Q\mu \cdot \frac{1}{\varphi_{n(t)}} = \frac{Q\mu}{\varphi_{n(t)}} = \frac{K}{\varphi_{n(t)}},$$

или иначе: это будетъ общее выраженіе для опредѣленія ежесрочной суммы для капитала K (настоящаго нарицательнаго, дѣйствительно погашаемаго) при уплатѣ по нему въ продолженіи n единицъ времени, въ которыя онъ погашается, интересовъ въ размѣрѣ нарицательныхъ $t^0/_0$ (или по настоящему нарицательному росту).

219. Если ежесрочная сумма для уплаты впродолженіи n единицъ времени интересовъ въ размѣрѣ $\delta^0/_0$ и погашенія съ премією въ размѣрѣ $\beta^0/_0$ дана (извѣстна) и нужно привести къ извѣстность капиталъ Q (кажущійся нарицательный), на который изъ данной ежесрочной суммы можетъ быть уплачиваемо $\delta^0/_0$ интересовъ и премія въ размѣрѣ $\beta^0/_0$, то формула для вычисленія искомаго капитала легко выводится изъ указаннаго выраженія данной ежесрочной суммы. А именно, $Q = \frac{A}{\mu}\varphi_{n(t)} = \frac{A}{\mu \cdot \frac{1}{\varphi_{n(t)}}}$. Слѣдовательно, и въ этомъ случаѣ необходимо сначала по

данному кажущемуся нарицательному росту δ опредѣлить $\frac{\delta}{\mu} = t$ или настоящій нарицательный ростъ, чтобъ найти соотвѣтствующій настоящему нарицательному росту и данному сроку аннюитетъ и, взявъ этотъ аннюитетъ μ разъ, на полученное произведеніе раздѣлить данную ежесрочную сумму: частное дастъ искомый кажущійся нарицательный капиталъ.

220. Зная ежесрочную сумму, нетрудно на общемъ основаніи привести въ извѣстность ту ея часть (B), которая служитъ для погашенія. Общее основаніе заключается въ извѣстномъ намъ началѣ, что по займамъ съ постоянною ежесрочною суммою и погашеніемъ, наростающемъ сложными процентами, основный расходъ на это погашеніе составляетъ ежесрочную сумму A, учтенную (дисконтированную) за весь срокъ займа изъ нарицательнаго (погасительнаго или возстановительнаго) роста, $B = \frac{A}{(1+t)^n}$. Нарицательный ростъ берется въ его настоящемъ (а не кажущемся) видѣ, потому что сама ежесрочная сумма имѣетъ основаніемъ настоящій нарицательный ростъ и наростаніе сложными процентами для погашенія (возстановленія) долговаго капитала происходитъ по настоящему нарицательному росту. Если мы пожелаемъ выразить B чрезъ подлежащій погашенію съ премію кажущійся нарицательный капиталъ Q, то въ приведенное только что на общемъ основаніи выраженіе $B = \frac{A}{(1+t)^n}$ необходимо лишь ежесрочную сумму A выразить чрезъ кажущійся нарицательный капиталъ Q согласно данному выше выраженію (§ 218). Поэтому

$$B = \frac{A}{(1+t)^n} = \frac{Q\mu}{(1+t)^n \varphi_{n(t)}},$$

а такъ какъ $\varphi_{n(t)} = \frac{(1+t)^n - 1}{t(1+t)^n}$, то $(1+t)^n \varphi_{n(t)} = \frac{(1+t)^n[(1+t)^n-1]}{t(1+t)^n} = \frac{(1+t)^n - 1}{t}$, поэтому наше выраженіе упрощается до слѣдующаго вида:

$$B = Q\mu \cdot \frac{t}{(1+t)^n - 1} = \frac{Kt}{(1+t)^n - 1} = \frac{Qt}{(1+t)^n - 1} \cdot \mu.$$

Къ этому-же заключенію приводитъ насъ и другое разсужденіе, болѣе близко примыкающее къ дѣйствительному движенію платежей по разсматриваемымъ займамъ. Означимъ чрезъ $B_1\ B_2\ B_3 \cdots B_q \cdots B_n$ тѣ расходы на погашеніе кажущагося нарицательнаго капитала Q, которые производятся въ различныя единицы времени и подлежатъ опредѣленію и которые должны увеличиться μ разъ чтобъ заимодавцы получили сверхъ $\delta^0/_0$ нарицательныхъ интересовъ все, къ чему обязался должникъ. Въ такомъ случаѣ ежесрочная сумма A будетъ имѣть слѣдующій составъ:

въ 1-ую единицу времени $A = Q\delta + B_1\mu$
во 2-ую » » $A = (Q - B_1)\delta + B_2\mu$
въ 3-ью » » $A = [Q - (B_1 + B_2)]\delta + B_3\mu$
. . . . . .
въ q-ую единицу времени $A = [Q - (B_1 + B_2 + \cdots + B_{q-1})\delta + B_q\mu$
. . . . . .
въ n-ую единицу времени $A = [Q - (B_1 + B_2 + \cdots + B_{n-1})\delta + B_n\mu$

Изъ приведенныхъ различныхъ выраженій состава одной и той-же ежесрочной суммы A слѣдуетъ, что всѣ эти выраженія, какъ равныя порознь третьей величинѣ, равны и между собою. Поэтому $Q\delta+B_1\mu=(Q-B_1)\delta+B_2\mu$ или $Q\delta+B_1\mu=Q\delta-B_1\delta+B_2\mu$ или $B_1\mu=B_2\mu-B_1\delta$ или $B_2\mu=B_1\mu+B_1\delta=B_1(\mu+\delta)$, отсюда $B_2=\frac{B_1(\mu+\delta)}{\mu}=$ $=B_1\left(1+\frac{\delta}{\mu}\right)$, а такъ какъ $\frac{\delta}{\mu}=t$, то $B_2=B_1(1+t)$. Также точно изъ равенства выраженій состава ежесрочной суммы A въ третью и вторую единицы времени мы выводимъ: $(Q-B_1)\delta+B_2\mu=[Q-(B_1+B_2)]\delta+B_3\mu$ или $Q\delta-B_1\delta+B_2\mu=Q\delta-B_1\delta-$ $-B_2\delta+B_3\mu$ или $B_2\mu=B_3\mu-B_2\delta$ или $B_3\mu=B_2\mu+B_2\delta=B_2(\mu+\delta)$, поэтому $B_3=B_2\frac{\mu+\delta}{\mu}=B_2(1+t)$, а такъ $B_2=B_1(1+t)$, то $B_3=B_1(1+t)^2$. Подобно-же этому изъ прочихъ выраженій состава ежесрочной суммы легко вывести, что $B_4=$ $=B_3(1+t)=B_1(1+t)^3$; $B_5=B_4(1+t)=B_1(1-t)^4$; $\cdots$; $B_q=B_{q-1}(1+t)=B_1(1+t)^{q-1}$, $\cdots B_n=B_{n-1}(1+t)=B_1(1+t)^{n-1}$. А такъ какъ $B_1+B_2+B_3+\cdots+B_q+\cdots+$ $+B_n=Q$, то и $B_1+B_1(1+t)+B_1(1+t)^2+B_1(1+t)^3+\cdots+B_1(1+t)^{n-1}=Q$, а такъ какъ $1+(1+t)+(1+t)^2+\cdots+(1+t)^{n-1}=\frac{(1+t)^n-1}{t}$, то $B_1\frac{(1+t)^n-1}{t}=Q$, и слѣдовательно $B_1=\frac{Qt}{(1+t)^n-1}$. Таковъ основный расходъ (первой единицы времени) на погашеніе кажущагося нарицательнаго капитала Q, по которому легко опредѣлить расходъ всякой другой единицы времени, такъ какъ онъ наростаетъ сложными $t^0/_0$. А умноживъ этотъ расходъ погашенія кажущагося нарицательнаго капитала Q на условленное отношеніе μ, мы и получимъ общій расходъ на уплату погашенія съ премію во всякую единицу времени.

221. Нѣсколько сложнѣе вычисленіе, или вѣрнѣе, не такъ проста задача, когда μ та неизвѣстная величина, которую нужно вычислить: когда, напримѣръ, спрашиваютъ, по сколько за 100 могутъ быть погашены (выкуплены) $5^0/_0$-ныя облигаціи, выпущенныя на 100.000.000 рублей, на 45 лѣтъ, съ ежесрочнымъ платежемъ по нимъ 6.470.000 рублей? или ставя эту-же задачу болѣе просто въ такомъ видѣ: нѣкій $5^0/_0$-ный заемъ погашается въ 45 лѣтъ ежесрочнымъ платежемъ (интересовъ и погашенія) въ $6{,}47^0/_0$, по сколько за 100 могутъ быть выкуплены его облигаціи? Вслѣдствіе того, что въ этомъ случаѣ μ — искомое, не извѣстенъ ни погашаемый капиталъ K, ни настоящій нарицательный (погасительный) ростъ t, а потому какъ будто нельзя сдѣлать никакого употребленія изъ извѣстности ежесрочной суммы A, кажущагося нарицательнаго капитала Q и кажущагося нарицательнаго роста δ. Такъ какъ $\mu=\frac{\delta}{t}=\frac{K}{Q}$, то для приведенія μ въ извѣстность, очевидно, необходимо найти какой-нибудь независящій отъ этихъ данныхъ (δ и Q) путь къ настоящему нарицательному росту t или къ настоящему нарицательному (погашаемому) капиталу K. То и другое вполнѣ возможно, если принять во вниманіе обстоятельства, касающіяся погашенія, особенно явственно ведущія къ приведенію въ извѣстность настоящаго нарицательнаго роста помимо μ. Выше мы указывали уже на то, что въ разсматриваемаго рода займахъ сумма упла-

чиваемыхъ интересовъ одинакова, опредѣляется-ли она, какъ δ процентовъ, съ Q, или-же какъ $t^0/_0$ съ K, или что $Q\delta = Kt$. Поэтому и часть ежесрочной суммы, расходуемая на погашеніе, можетъ быть приведена въ извѣстность, когда даны ежесрочная сумма, кажущійся нарицательный капиталъ и кажущійся ростъ: она составляетъ $B = A - Q\delta$. Но мы знаемъ элементарную истину, что погашеніе, когда оно наростаетъ сложными процентами, составляетъ учтенную (дисконтированную) за срокъ займа стоимость ежесрочной суммы, то-есть въ зависимости отъ роста всегда составляетъ одну и ту-же опредѣленную часть этой ежесрочной суммы, а именно $\frac{1}{(1+t)^n}$-ную его часть, если ростъ составляетъ t (см. выше въ раздѣлѣ первомъ § 30). Слѣдовательно,

$$A - Q\delta = \frac{A}{(1+t)^n}, \text{ а потому } \frac{A}{A - Q\delta} = (1+t)^n \text{ или } \left(\frac{A}{A - Q\delta}\right)^{\frac{1}{n}} = 1 + t, \text{ и значитъ}$$

$$t = \left(\frac{A}{A - Q\delta}\right)^{\frac{1}{n}} - 1;$$

но разъ мы этимъ путемъ привели въ извѣстность настоящій нарицательный ростъ t, мы можемъ на основаніи отношенія $\frac{\delta}{t} = \mu$, вычислить и неизвѣстное μ, выраженіе котораго поэтому можно представить такъ:

$$\mu = \frac{\delta}{t} = \delta : \left[\left(\frac{A}{A - Q\delta}\right)^{\frac{1}{n}} - 1\right];$$

слѣдовательно, напримѣръ, задача вторая изъ вышеприведенныхъ разрѣшается по этой формулѣ слѣдующею выкладкою:

$$\mu = 0{,}05 : \left[\left(\frac{6{,}47}{6{,}47 - 5}\right)^{1/15} - 1\right] = \frac{0{,}05}{0{,}033479} = 149{,}34\ ^0/_0,$$

то-есть: когда по $5^0/_0$-ному займу на 15 лѣтъ имѣется для интересовъ и погашенія ежесрочная сумма въ $6{,}47\ ^0/_0$, то по нему можетъ быть производимо погашеніе по 149,34 за сто.

222. Естественно, конечно, что для погасительной преміи расходы на ежесрочные платежи по займу должны быть увеличены. Напримѣръ, по $5^0/_0$-ному займу заключенному на 100.000.000 рублей и 75 лѣтъ, для интересовъ и погашенія требуется ежесрочная сумма въ размѣрѣ $\frac{100.000.000}{\varphi_{75(5)}} = 5.132.161$ рубля; для уплаты-же по этому займу $25^0/_0$-ной погасительной преміи, или при $Q = 100.000.000$, $\delta = 0{,}05$, $n = 75$, $\mu = 1{,}25$, потребуется уже болѣе значительная ежесрочная сумма; а именно, опредѣливъ настоящій нарицательный ростъ $t = \frac{\delta}{\mu} = \frac{0{,}05}{1{,}25} = 0{,}04$, мы приводимъ въ извѣстность, что ежесрочно потребуется $\frac{Q\mu}{\varphi_{n(t)}} = \frac{100.000.000 \times 1{,}25}{\varphi_{75(4)}} = 5.278.624$ рубля. Сравнивая затѣмъ этотъ расходъ съ первымъ, мы видимъ, что увеличеніе составляетъ $5.278.624 - 5.132.161 = 146.463$ рубля, на каковую сумму очевидно, долженъ увеличиться расходъ на погашеніе, такъ какъ расходъ на уплату интере-

сбъ отъ установленія преміи не измѣняется, расходъ-же на погашеніе, который въ нашемъ случаѣ при займѣ безъ преміи не превышалъ-бы 132.161 рубля, въ займѣ съ премією возрастаетъ до 278.624 рубля. Вычисленіе прибавки, на которую должна быть увеличена данная ежесрочная сумма для того, чтобъ могла быть установлена погасительная премія извѣстнаго размѣра, дѣлается посредствомъ приведенія въ извѣстность новой ежесрочной суммы, становящейся для того необходимою, и сравненіемъ съ этою новою ежесрочною суммою ежесрочной суммы данной: разность между ними и составляетъ искомую прибавку. Если мы означимъ эту прибавку чрезъ Δ, то выраженіе ея будетъ:

$$\Delta = \frac{Q\mu}{\varphi_{n(t)}} - \frac{Q}{\varphi_{n(\delta)}} = \frac{Q\mu t}{(1+t)^n-1} - \frac{Q\delta}{(1+\delta)^n-1} = Q\left(\frac{\mu}{\varphi_{n(t)}} - \frac{1}{\varphi_{n(\delta)}}\right) = Q\left(\frac{\mu t}{(1+t)^n-1} - \frac{\delta}{(1+\delta)^n-1}\right).$$

223. Вычисленіе срока займовъ съ погасительною премією производится на слѣдующихъ основаніяхъ. Изъ извѣстнаго уже намъ основнаго для этого рода займовъ выраженія ежесрочной суммы $A = Q\delta + \frac{Qt}{(1+t)^n-1}\mu$ слѣдуетъ, что $\frac{Qt}{(1+t)^n-1}\mu = A - Q\delta$; поэтому $(1+t)^n - 1 = \frac{Qt\mu}{A-Q\delta}$, а такъ какъ $\mu = \frac{\delta}{t}$ и оттого $t\mu = \delta$, то $Q/\mu = Q\delta$ и слѣдовательно $(1+t)^n - 1 = \frac{Q\delta}{A-Q\delta}$; поэтому $(1+t)^n = \frac{Q\delta}{A-Q\delta} + 1 = \frac{Q\delta + A - Q\delta}{A-Q\delta} = \frac{A}{A-Q\delta}$ отсюда $n = \frac{\log A - \log(A-Q\delta)}{\log(1+t)}$, при чемъ вмѣсто $1+t$ можно взять равноцѣнное выраженіе $1 + \frac{\delta}{\mu}$ и тогда $n = \frac{\log A - \log(A-Q\delta)}{\log\left(1+\frac{\delta}{\mu}\right)}$; если-же вмѣсто $Q\delta$ вставить равносильное $Qt\mu = Kt$, то

$$n = \frac{\log A - \log(A-Kt)}{\log(1+t)^n}.$$

224. Реализаціонное выраженіе, или выраженная чрезъ реализаціонный ростъ τ наличная стоимость ежесрочной суммы, въ составъ которой входитъ погасительная премія, на общемъ основаніи будетъ $C = A\varphi_{n(\tau)}$, а такъ какъ

$$A = Q\mu \cdot \frac{1}{\varphi_{n(t)}}, \text{ то } C = Q\mu\frac{\varphi_{n(\tau)}}{\varphi_{n(t)}}, \text{ при чемъ } t = \frac{\delta}{\mu}.$$

225. Выраженія наличной стоимости уплатъ въ счетъ интересовъ и въ счетъ погашенія, опредѣленныхъ изъ реализаціоннаго роста, остаются тѣ-же, которыя выведены въ §§ 96 и 97. стр. 79 и 80, при чемъ $t = \frac{\delta}{\mu}$.

226. Реализаціонный-же ростъ τ приводится въ извѣстность на общемъ-же основаніи изъ равенства $C = A\varphi_{n(\tau)} = \frac{A}{\tau}\left(1 - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right)$, откуда $\tau = \frac{A}{C}\left(1 - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right)$.

227. Въ тѣхъ случаяхъ, когда ежесрочная сумма, расходуемая по долгу съ погасительною премією, не остается во всякую единицу времени одинаковою, а измѣняется, напр., возрастая въ ариѳметической прогрессіи, основанія вычисленій аналогичны съ вышеизложенными. То-есть, сначала необходимо, исходя изъ того,

что $\frac{K}{Q} = \frac{\delta}{t} = \mu$, на основаніи данныхъ о кажущемся нарицательномъ капиталѣ Q, кажущемся нарицательномъ ростѣ δ и отношеніи μ вычислить настоящій нарицательный (погашаемый) капиталъ $K = Q\mu$ и настоящій нарицательный ростъ $t = \frac{\delta}{\mu}$ и взявъ по настоящему нарицательному росту t и данному сроку наличную стоимость ежесрочной единицы $[\varphi_{n(t)}]$, или же аннюитетъ для интересовъ и погашенія единицы капитала, производить вычисленія по формуламъ для однородныхъ займовъ безъ погасительной преміи. Напримѣръ, спрашивается, какая ежесрочная сумма A, ежегодно возрастающая въ арифметической прогрессіи съ знаменателемъ d, требуется для того, чтобъ долгъ на капиталъ Q, по коему уплачивается $\delta^0/_0$ нарицательныхъ интересовъ или $Q\delta$, былъ погашенъ въ срокъ n съ премію, опредѣляющеюся отношеніемъ $\frac{K}{Q} = \mu$? Для отвѣта на этотъ вопросъ приводится въ извѣстность $K = Q\mu$ и $t = \frac{\delta}{\mu}$, а затѣмъ искомое вычисляется по формулѣ, данной выше (стр. 61, § 76)

$$A = \frac{1}{\varphi_{n(t)}}\left(K + \frac{nd}{t}\right) - \left(\frac{d}{t} + nd\right).$$

Или, напримѣръ, задача ставится въ такомъ видѣ: $4^0/_0$-ный заемъ на 25.000.000 р. погашается расходомъ въ первую единицу времени 235.000 р. съ премію въ $25^0/_0$, во вторую единицу времени 255.000 р. съ такою-же премію, въ третью единицу времени 275.000 р. съ тою-же премію и т. д., но всякую слѣдующую единицу времени расходуется по 20.000 рублей болѣе, чѣмъ въ предшествовавшую, съ тою-же $25^0/_0$-ною премію; спрашивается: сколько стоятъ уплаты по этому займу при реализаціонномъ ростѣ въ $6^0/_0$? Срокъ этого займа исчисляется опредѣленіемъ числа членовъ арифметической прогрессіи, которую образуютъ расходы на погашеніе; сумма ея членовъ составляетъ $[235.000 + (n-1)20.000 + 235.000]\frac{n}{2} = 25.000.000$, поэтому $n = 40$ годамъ. Такимъ образомъ въ нашемъ примѣрѣ $Q = 25.000.000$, $\delta = 0{,}04$, $\tau = 0{,}06$, $\mu = 1{,}25$, $n = 40$, поэтому $K = 25.000.000 \times 1{,}25 = 31.250.000$ и $t = \frac{0{,}04}{1{,}25} = 0{,}032$. Исходя изъ даннаго расхода на погашеніе, мы можемъ опредѣлить его наличную стоимость изъ реализаціоннаго роста $\tau = 6^0/_0$ сначала безъ преміи на основаніи общей формулы наличной стоимости ежесрочной суммы, возрастающей въ арифметической прогрессіи $C = \left(A + \frac{d}{\tau}\right)\varphi_{n(\tau)} - \frac{nd}{\tau(1+\tau)^n}$, или въ нашемъ случаѣ

$$C = \left(235.000 + \frac{20.000}{0{,}06}\right)\varphi_{40(6)} - \frac{40 \times 20.000}{0{,}06(1{,}06)^{40}} = 7.255.016,$$

съ премію-же стоимость будетъ въ $\mu = 1{,}25$ разъ больше или 9.068.770. А вычисливъ такимъ образомъ вліяніе арифметической прогрессіи на стоимость, сказывающееся на уплатахъ по погашенію, мы можемъ уже воспользоваться какою-либо формулою опредѣленія реализаціоннаго капитала по нарицательному капиталу, наличной стоимости погашаемаго капитала и отношенію между нарицательнымъ и реализаціоннымъ ростомъ. Для этого мы можемъ взять одну изъ выведенныхъ выше формулъ (стр. 86, § 104), напримѣръ

$$C = \frac{t}{\tau}\left(K - \frac{K}{(1+\tau)^n}\right) + \frac{K}{(1+\tau)^n},$$

или такъ какъ въ нашемъ примѣрѣ нарицательный капиталъ $K = 31.250.000$, а наличная стоимость погашенія или $\frac{K}{(1+\tau)^n} = 9.068.770$, то посему искомая стоимость $C = \frac{0{,}032}{0{,}05}(31.250.000 - 9.068.770) + 9.068.770 = 20.898.760$, или займомъ будетъ реализовано 20.898.760 рублей.

228. Когда заемъ съ погасительною премією единовременно погашается по истеченіи срока его, то основная формула наличной стоимости уплатъ по единовременно погашаемому займу $C = Q\delta\varphi_{n(\tau)} + \frac{Q}{(1+\tau)^n}$ измѣняется вслѣдствіе того, что по такому займу единовременно погашается не кажущійся нарицательный капиталъ Q, а настоящій нарицательный капиталъ $Q\mu = K$. Поэтому

$$C = Q\delta\varphi_{n(\tau)} + \frac{Q\mu}{(1+\tau)^n}.$$

229. До сихъ поръ мы исходили изъ предположенія, что μ или отношеніе настоящаго нарицательнаго капитала (дѣйствительно погашаемаго) къ кажущемуся нарицательному капиталу остается впродолженіи всего срока займа одинаковымъ и неизмѣняющимся, а слѣдовательно—неизмѣнно-одинаковою впродолженіи всего срока займа остается погасительная премія по займу или β. Но отношеніе настоящаго нарицательнаго капитала къ кажущемуся, и слѣдовательно — кажущагося нарицательнаго роста къ настоящему нарицательному росту, а потому и погасительная премія, могутъ и измѣняться въ различныя части, изъ коихъ слагается срокъ займа. Всего больше эта измѣнчивость, когда она оказывается во всякую единицу времени; когда въ первую единицу времени $\mu_1 = \frac{K_1}{Q} = \frac{\delta}{t_1}$ и потому погасительная премія составляетъ $\beta_1{}^0/_0$ погашенія B_1 во вторую единицу времени $\mu_2 = \frac{K_2}{Q} = \frac{\delta}{t_2}$ и погасительная премія составляетъ β_2, въ третью единицу времени $\mu_3 = \frac{K_3}{Q} = \frac{\delta}{t_3}$, а погасительная премія составляетъ β_3, и т. д., въ q-ую единицу времени $\mu_q = \frac{K^b}{Q} = \frac{\delta}{t_q}$, а погасительная премія составляетъ $\beta_q{}^0/_0$ погасительнаго расхода, наконецъ въ послѣднюю единицу времени $\mu_n = \frac{K_n}{Q} = \frac{\delta}{t_n}$, а погасительная премія составляетъ $\beta_n{}^0/_0$ погасительнаго расхода. Очевидно, что если по прежнему мы означимъ погасительные расходы различныхъ единицъ времени чрезъ B_1 B_2 $B_3 \cdots B_q \cdots B_n$, то составъ ежесрочной суммы A въ различныя единицы времени будетъ слѣдующій:

$$\begin{aligned}
A &= Q\delta + B_1\mu_1 \\
A &= (Q - B_1)\delta + B_2\mu_2 \\
A &= [Q - (B_1 + B_2)]\delta + B_3\mu_3 \\
A &= [Q - (B_1 + B_2 + B_3)]\delta + B_4\mu_4 \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
A &= [Q - (B_1 + B_2 + B_3 + \cdots + B_{q-1})]\delta + B_q\mu_q \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
A &= [Q - (B_1 + B_2 + \cdots + B_q + \cdots + B_{n-1})]\delta + B_n\mu_n.
\end{aligned}$$

Въ такомъ случаѣ

$Q\delta+B_1\mu_1=(Q-B_1)\delta+B_2\mu_2=Q\delta-B_1\delta+B_2\mu_2$ или $B_1\mu_1=B_2\mu_2-B_1\delta$ поэтому

$$B_2\mu_2=B_1\mu_1+B_1\delta=B_1(\mu_1+\delta) \text{ и слѣдовательно } B_2=B_1\frac{\mu_1+\delta}{\mu_2}.$$

Также точно

$(Q-B_1)\delta+B_2\mu_2=[Q-(B_1+B_2)]\delta+B_3\mu_3=Q\delta-B_1\delta-B_2\delta+B_3\mu_3$; поэтому

$B_2\mu_2=B_3\mu_3-B_2\delta$ или $B_3\mu_3=B_2\mu_2+B_2\delta=B_2(\mu_2+\delta)$, слѣдовательно

$$B_3=B_2\frac{\mu_2+\delta}{\mu_3}=B_1\frac{\mu_1+\delta}{\mu_2}\cdot\frac{\mu_2+\delta}{\mu_3}.$$

Равнымъ образомъ $[Q-(B_1+B_2)]\delta+B_3\mu_3=[Q-(B_1+B_2+B_3)]\delta+B_4\mu_4$, посему

$B_3\mu_3=B_4\mu_4-B_3\delta$ или $B_4\mu_4=B_3\mu_3+B_3\delta=B_3(\mu_3+\delta)$ и слѣдовательно

$$B_4=B_3\frac{\mu_3+\delta}{\mu_4}=B_1\frac{\mu_1+\delta}{\mu_2}\cdot\frac{\mu_2+\delta}{\mu_3}\cdot\frac{\mu_3+\delta}{\mu_4}$$

также точно выводится, что

$$B_q=B_1\frac{\mu_1+\delta}{\mu_2}\cdot\frac{\mu_2+\delta}{\mu_3}\cdot\frac{\mu_3+\delta}{\mu_4}\cdot\frac{\mu_4+\delta}{\mu_5}\cdot\ldots\cdot\frac{\mu_{q-1}+\delta}{\mu_q}$$

и наконецъ, что

$$B_n=B_1\frac{\mu_1+\delta}{\mu_2}\cdot\frac{\mu_2+\delta}{\mu_3}\cdot\ldots\cdot\frac{\mu_{q-1}+\delta}{\mu_q}\cdot\ldots\cdot\frac{\mu_{n-1}+\delta}{\mu_n}.$$

Если мы означимъ чрезъ l l_2 l_3 l_q l_m различные коэффиціенты при B_1, а именно

$$l_1=\frac{\mu_1+\delta}{\mu_2}$$

$$l_2=\frac{\mu_1+\delta}{\mu_2}\cdot\frac{\mu_2+\delta}{\mu_3}$$

$$l_3=\frac{\mu_1+\delta}{\mu_2}\cdot\frac{\mu_2+\delta}{\mu_3}\cdot\frac{\mu_3+\delta}{\mu_4}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$l_{q-1}=\frac{\mu_1+\delta}{\mu_2}\cdot\frac{\mu_2+\delta}{\mu_3}\cdot\frac{\mu_3+\delta}{\mu_4}\cdot\ldots\cdot\frac{\mu_{q-1}+\delta}{\mu_q}$$

$$l_{n-1}=\frac{\mu_1+\delta}{\mu_2}\cdot\frac{\mu_2+\delta}{\mu_3}\cdot\frac{\mu_3+\delta}{\mu_4}\cdot\ldots\cdot\frac{\mu_{q-1}+\delta}{\mu_q}\cdot\ldots\cdot\frac{\mu_{n-1}+\delta}{\mu_n}$$

то очевидно, что

$Q=B_1(1+l_1+l_2+l_3+\cdots l_q+\cdots+l_{n-1})=B_1L$, при чемъ $L=1+l_1+l_2+\cdots+l_{n-1}$

Отсюда

$$B_1=\frac{Q}{L} \text{ и поэтому } A=Q\delta+B_1\mu_1=Q\delta+\frac{Q\mu_1}{L}=Q\left(\delta+\frac{\mu_1}{L}\right).$$

$$Q=\frac{A}{\delta+\frac{\mu_1}{L}}=\frac{AL}{L\delta+\mu_1}$$

230. Въ существѣ дѣло не измѣняется, если исходятъ не изъ μ или отношенія настоящаго наричательнаго капитала къ кажущемуся, а изъ погасительной преміи, выраженной въ процентахъ погасительнаго расхода. Очевидно, что при этомъ погашенія составятъ: въ первую единицу времени $B_1+B_1\beta_1=B_1(1+\beta_1)$, во вторую $B_2+B_2\beta_2=B_2(1+\beta_2)$, въ третью $B_3+B_3\beta_3=B_3(1+\beta_3)$ и т. д.; поэтому составъ ежесрочной суммы A въ различныя единицы времени будетъ имѣть слѣдующій видъ:

1) $A=Q\delta+B_1(1+\beta_1)$

2) $A=(Q-B_1)\delta+B_2(1+\beta_2)=Q\delta-B_1\delta+B_2(1+\beta_2)$.

3) $A = [Q - (B_1 + B_2)]\delta + B_3(1+\beta_3) = Q\delta - B_1\delta - B_2\delta + B_3(1+\beta_3)$.

. . . . . .

n) $A = [Q - (B_1 + B_2 + \cdots + B_{n-1})]\delta + B_n(1+\beta_n)$.

Отсюда выводится, что $Q\delta + B_1(1+\beta_1) = Q\delta - B_1\delta + B_2(1+\beta_2)$ или $B_1[(1+\delta)+\beta_1] = B_2(1+\beta_2)$, а потому $B_2 = \frac{(1+\delta)+\beta_1}{1+\beta_2} B_1$;

равнымъ образомъ $Q\delta - B_1\delta + B_2(1+\beta_2) = Q\delta - B_1\delta - B_2\delta + B_3(1+\beta_3)$, а потому $B_2[(1+\delta)+\beta_2] = B_3(1+\beta_3)$,

и слѣдовательно $B_3 = \frac{(1+\delta)+\beta_2}{1+\beta_3} B_2 = \frac{(1+\delta)+\beta_1}{1+\beta_2} \cdot \frac{(1+\delta)+\beta_2}{1+\beta_3} B_1$;

Подобнымъ же путемъ выводится, что

$$B_4 = \frac{(1+\delta)+\beta_3}{1+\beta_4} B_3 = \frac{(1+\delta)+\beta_1}{1+\beta_2} \cdot \frac{(1+\delta)+\beta_2}{1+\beta_3} \cdot \frac{(1+\delta)+\beta_3}{1+\beta_4} B_1 \text{ и т. д.}$$

$$B_n = \frac{(1+\delta)+\beta_{n-1}}{1+\beta_n} B_{n-1} = \frac{(1+\delta)+\beta_1}{1+\beta_2} \cdot \frac{(1+\delta)+\beta_2}{1+\beta_3} \cdot \frac{(1+\delta)+\beta_3}{(1+\beta)_4} \cdot \cdots \cdot \frac{(1+\delta)+\beta_{n-1}}{1+\beta_n}.$$

Если мы означимъ опредѣленные такимъ образомъ различные коэффиціенты B_1 въ разныя единицы времени чрезъ l'_1, l'_2, l'_3, $\cdots l'_{n-1}$, а итогъ ихъ или $1 + l'_1 + l'_2 + l'_3 + \cdots + l'_{n-1} = L'$, то такъ какъ $B_1 + B_2 + B_3 + \cdots + B_n = Q$, то $Q = B_1 L'$ и слѣдовательно $B_1 = \frac{Q}{L'}$. Поэтому сжесрочная сумма $A = Q\delta + B_1(1+\beta_1) = Q\delta + \frac{Q}{L'}(1+\beta_1) = Q\left[\delta + \frac{1+\beta_1}{L'}\right]$.

Поэтому, когда предметъ вычисленія составляетъ Q, то $Q = \frac{A}{\delta + \frac{1+\beta_1}{L'}} = \frac{AL'}{L'\delta + (1+\beta_1)}$.

Такъ какъ $1+\beta_1 = \mu_1$, $1+\beta_2 = \mu_2$ и т. д., то очевидно $L = L'$.

Если напримѣръ 4%-ный заемъ на 20 лѣтъ и на кажущійся нарицательный капиталъ въ 1.000.000 рублей ($Q = 1.000.000$. $\delta = 0{,}01$, $n = 20$) погашается съ премію $\beta = 1\%$. во вторую единицу времени $2\beta = 2\%$, въ третью $3\beta = 3\%$, въ четвертую $4\beta = 4\%$ и т. д., увеличиваясь пропорціонально числу единицъ времени, слѣдовательно въ послѣднюю изъ нихъ $20\beta = 20\%$ нарицательнаго погашенія, то очевидно при этомъ $A = Q\delta + B_1(1+\beta) = (Q - B_1)\delta + B_2(1+2\beta) = (Q - B_1 - B_2)\delta + B_3(1+3\beta) = (Q - B_1 - B_2 - B_3)\delta + B_4(1+4\beta) = \cdots = (Q - B_1 - B_2 \cdots - B_{n-1})\delta + B_n(1+n\beta)$. Составъ-же погасительныхъ расходовъ при этомъ будетъ $B_1 = B_1$

$$B_2 = \frac{(1+\delta)+\beta_1}{1+2\beta} B_1 = \frac{1{,}04 + 0{,}01}{1 + 0{,}02} B_1 = \frac{1{,}05}{1{,}02} B_1$$

$$B_3 = \frac{(1+\delta)+2\beta}{1+3\beta} B_2 = \frac{1{,}04 + 0{,}02}{1 + 0{,}03} B_2 = \frac{1{,}05}{1{,}02} \cdot \frac{1{,}06}{1{,}03} B_1$$

$$B_4 = \frac{(1+\delta)+3\beta}{1+4\beta} B_3 = \frac{1{,}04 + 0{,}03}{1 + 0{,}04} B_3 = \frac{1{,}05}{1{,}02} \cdot \frac{1{,}06}{1{,}03} \cdot \frac{1{,}07}{1{,}04} B_1$$

. . . . . .

$$B_{20} = \frac{(1+\delta)+(n-1)\beta}{1+n\beta} B_{n-1} = \frac{1{,}04 + 0{,}19}{1 + 0{,}20} B_{19} = \frac{1{,}05}{1{,}02} \cdot \frac{1{,}06}{1{,}03} \cdot \frac{1{,}07}{1{,}04} \cdot \frac{1{,}08}{1{,}05} \cdot \frac{1{,}09}{1{,}06} \cdot \frac{1{,}10}{1{,}07} \cdot \cdots \cdot \frac{1{,}23}{1{,}20} B_1.$$

Означая коэфиціенты B, въ различныя единицы времени чрезъ l_1 l_2 l_3 l_4 . . . l_{19} и означая чрезъ x числители дробей этихъ коэффиціентовъ, а чрезъ y ихъ знаменатели, можно слѣдующимъ образомъ вести исчисленія.

n	Коэффиціенты B_1		Логарифмическое вычисленіе коэффиціентовъ B_1 или l разныхъ единицахъ времени.				Численныя значенія (numeri) l
	числители x	знаменатели y	log x	log y	log $\frac{x}{y}$	Итоги сложенныхъ log $\frac{x}{y}$	
1	—	—	—	—	—	0,00000	1,0000
2	1,03	1,02	0,01310	0,00860	0,01259	0,01259	1,0294
3	1,06	1,03	0,02531	0,01284	0,01247	0,02506	1,0594
4	1,07	1,04	0,02938	0,01703	0,01235	0,03741	1,0900
5	1,08	1,05	0,03342	0,02119	0,01223	0,04964	1,1211
6	1,09	1,06	0,03743	0,02531	0,01212	0,06176	1,1529
7	1,10	1,07	0,04139	0,02938	0,01201	0,07377	1,1852
8	1,11	1,08	0,04532	0,03312	0,01190	0,08567	1,2181
9	1,12	1,09	0,04922	0,03743	0,01179	0,09746	1,2516
10	1,13	1,10	0,05308	0,04139	0,01169	0,10915	1,2857
11	1,14	1,11	0,05690	0,04532	0,01158	0,12073	1,3205
12	1,15	1,12	0,06070	0,04922	0,01148	0,13221	1,3558
13	1,16	1,13	0,06446	0,05308	0,01138	0,14359	1,3919
14	1,17	1,14	0,06819	0,05690	0,01128	0,15487	1,4285
15	1,18	1,15	0,07188	0,06070	0,01118	0,16605	1,4657
16	1,19	1,18	0,07556	0,06446	0,01109	0,17714	1,5036
17	1,20	1,17	0,07919	0,06819	0,01100	0,18814	1,5422
18	1,21	1,18	0,08278	0,07199	0,01090	0,19904	1,5814
19	1,22	1,19	0,08636	0,07556	0,01081	0,20985	1,6213
20	1,23	1,20	0,08991	0,07919	0,01072	0,22057	1,6618
					0,22057		26,2660

Такимъ образомъ $L = 26{,}266$, поэтому $B_1 = \frac{Q}{L} = \frac{1.000.000}{26{,}266} = 38.072$ руб. и $A = Q\delta + B_1 + \beta_1 B_1 = 0{,}04 \times 1.000.000 + 38072 + 0{,}01 \times 38072 = 78.452$ р. 75 коп. Для простаго погашенія 4% займа на 1.000.000 р. въ 20 лѣтъ требовалась-бы ежесрочная сумма въ $\frac{1.000.000}{\varphi_{20(4)}} = 73.581$ р. 75 коп. въ томъ числѣ на погашеніе 33.581 р. 75 к. Прибавкою-же къ этому ежегодному расходу еще 4.871 р. получается возможность дать или погасительную премію, одинаковую въ продолженіи всего срока займа, въ размѣрѣ, опредѣляющемся изъ отношенія кажущагося

нарицательнаго капитала къ дѣйствительно погашаемому, которое обнаруживается изъ равенства

$$\mu = 0{,}04 : \left[\left[\frac{7845{,}75}{38452{,}75}\right]^{1/20} - 1\right] = \frac{0{,}04}{0{,}0363} = 1{,}10177,$$

слѣдовательно премію въ размѣрѣ $\beta = \mu - 1 = 10{,}177\ \%$, — или-же изъ тѣхъ-же 4.871 руб. можетъ быть выдаваема погасительная премія, выражающаяся въ такомъ числѣ % кажущагося нарицательнаго капитала, которое ежесрочно тождественно съ числомъ единицъ времени со времени заключенія займа. Самый-же ходъ тиража 10.000 облигацій по 100 рублей нашего примѣрнаго займа будетъ имѣть слѣдующій видъ:

Тиражи.	Всѣхъ облигацій.	Выходитъ въ тиражъ *).	Погашеніе		4% интересовъ.	Весь расходъ.
			по	всего		
1-й	10.000	381	101	38.481	40.000	78.481
2-й	9.619	392	102	39.984	38.476	78.460
3-й	9.227	403	103	41.509	36.908	78.417
4-й	8.824	415	104	43.160	35.296	78.456
5-й	8.409	427	105	44.835	33.636	78.471
6-й	7.982	439	106	46.534	31.928	78.462
7-й	7.543	451	107	48.257	30.172	78.429
8-й	7.092	463	108	50.004	28.368	78.372
9-й	6.629	477	109	51.993	26.516	78.509
10-й	6.152	489	110	53.790	24.608	78.398
11-й	5.663	503	111	55.833	22.652	78.485
12-й	5.160	516	112	57.792	20.640	78.432
13-й	4.644	530	113	59.890	18.576	78.466
14-й	4.114	544	114	62.016	16.456	78.472
15-й	3.570	558	115	64.170	14.280	78.450
16-й	3.012	573	116	66.468	12.048	78.516
17-й	3.439	587	117	68.679	9.756	78.435
18-й	1.852	602	118	71.036	7.408	78.444
19-й	1.250	617	119	73.423	5.000	78.423
20-й	633	633	120	75.960	2.532	78.492

*) Логарифмъ числа облигацій, выходящихъ въ тиражъ, легко опредѣляется, если къ $\log \frac{10.000}{26{,}366} =$

231. На практикѣ болѣе часто измѣненіе отношенія настоящаго (дѣйствительно выкупаемаго или погашаемаго) паричательнаго капитала къ кажущемуся паричательному капиталу происходитъ не въ каждую единицу времени, а отъ одного періода къ другому. То есть, весь срокъ займа, состоящій изъ n единицъ времени, раздѣляется, напримѣръ, на s періодовъ, изъ конхъ въ первомъ, состоящемъ изъ n_1 единицъ времени, отношеніе настоящаго паричательнаго капитала къ кажущемуся составляетъ μ_1; во второмъ періодѣ, состоящемъ изъ n_2 единицъ времени, то-же отношеніе составляетъ μ_2; въ третьемъ періодѣ, состоящемъ изъ n_3 единицъ времени, упомянутое отношеніе составляетъ μ_3; и т. д.; въ m-омъ періодѣ, состоящемъ изъ n_m единицъ времени, отношеніе будетъ μ_m; наконецъ въ послѣднемъ s-омъ періодѣ, состоящемъ изъ n_s единицъ времени, отношеніе будетъ μ_s. Если заемъ состоитъ изъ N облигацій, изъ конхъ погашается или выкупается: въ первомъ періодѣ x_1 облигацій, во второмъ x_2 облигацій, въ третьемъ x_3 облигацій и т. д., въ m-омъ періодѣ x_m облигацій и т. д., наконецъ въ послѣднемъ s-омъ періодѣ x_s облигацій, то очевидно, что въ зависимости отъ отношенія, выражаемаго μ, выкупная цѣна облигацій, или капиталовъ, выплачиваемыхъ при ихъ погашеніи, будетъ выражаться въ различныхъ суммахъ. Для краткости положимъ, что эта цѣна будетъ γ_1 въ первомъ періодѣ, γ_2 во второмъ періодѣ, γ_3 въ третьемъ періодѣ и т. д., γ_m въ m-омъ періодѣ и т. д., наконецъ γ_s въ послѣднемъ s-омъ періодѣ. Означимъ, какъ прежде, чрезъ B_1 расходъ на погашеніе въ первую единицу времени и положимъ, что этимъ расходомъ можно выкупить (погасить) x_1 облигацій по цѣнѣ γ_1, или x_2 облигацій по цѣнѣ γ_2, или x_3 облигацій по цѣнѣ γ_3, или вообще x_m облигацій по цѣнѣ γ_m; слѣдовательно

$$B_1 = x_1\gamma_1 = x_2\gamma_2 = x_3\gamma_3 = \cdots = x_m\gamma_m = \cdots = x_s\gamma_s.$$

Пусть всѣхъ облигацій по займу будетъ N и по каждой уплачивается интересовъ сумма $i\left(=\frac{Q}{N}\delta\right.$ при паричательномъ капиталѣ займа Q и при паричательномъ по нему ростѣ $\delta^0/_0$); поэтому ежесрочная сумма $A = B_1 + Ni$. Положимъ, что уже произведено k тиражей и погашено N_k облигацій и потому осталось $N - N_k$ непогашенныхъ облигацій. По нимъ причитается интересовъ $(N - N_k)i = Ni - N_ki$ и если этотъ расходъ вычесть изъ ежесрочной суммы $A = B_1 + Ni$, то останется $B_1 + Ni - (Ni - N_ki) = B + Ni - Ni + N_ki = B_1 + N_ki$ для расхода на погашеніе въ $(k+1)$-ую единицу времени. Если при этомъ выкупъ (погашеніе) будетъ производиться по цѣнѣ γ_m, то выкупится $\frac{1}{\gamma_m}(B_1 + N_ki) = \left(\frac{B_1}{\gamma_m} + \frac{N_ki}{\gamma_m}\right)$ облигацій. А такъ какъ въ первые k единицъ времени выкуплено N_k облигацій, то послѣ $(k+1)$-го тиража всѣхъ выкупленныхъ облигацій уже будетъ $N_k + \frac{B_1}{\gamma_m} + \frac{N_ki}{\gamma_m} = \frac{B}{\gamma_m} + N_k\left(1 + \frac{i}{\gamma_m}\right)$. Но $\frac{B_1}{\gamma_m} = x_m$, то есть, означаетъ число об-

---

$= 2{,}58061$ постепенно прибавлять изъ предъидущей таблицы числа столбца итоговъ $\log\frac{x}{y}$; напримѣръ $2{,}58061 + 0 = \log 380{,}7$; $2{,}58061 + 0{,}012592 = \log 391{,}7$; $2{,}58061 + 0{,}022506 = 2{,}60367 = \log 403{,}3$ $2{,}58061 + 0{,}03741 = 2{,}61802 = \log 415{,}0$ и т. д.

лигацій, которыя по цѣнѣ γ_m могутъ быть выкуплены расходомъ суммы B_1. Слѣдовательно, облигацій, выкупленныхъ послѣ $(k+1)$ тиражей, или N_{k+1} будетъ $x_m + N_k + \frac{N_k i}{\gamma_m} = x_m + N_k\left(1 + \frac{i}{\gamma_m}\right)$. Означимъ для краткости выраженіе $\left(1 + \frac{i}{\gamma_m}\right) = u_m$. Въ такомъ случаѣ $N_{k+1} = x_m + N_k u_m$. Положимъ теперь, что отъ $(k+1)$-го до $(k+r)$-го тиража облигаціи продолжаютъ выкупаться по цѣнѣ γ_m. Въ такомъ случаѣ

$$N_{k+2} = x_m + N_{k+1} u_m = x_m + (x_m + N_k u_m) u_m = x_m (1 + u_m) + N_k u_m^2.$$

$$N_{k+3} = x_m + N_{k+2} u_m = x_m + [x_m (1 + u_m) + N_k u_m^2] u_m = x_m (1 + u_m + u_m^2) + N_k u_m^3$$

$$N_{k+r} = x_m (1 + u_m + u_m^2 + u_m^3 + \cdots + u_m^{r-1}) + N_k u_m^r = \frac{u_m^r - 1}{u_m - 1} x_m + N_k u_m^r.$$ Очевидно, что соотвѣтственно тому, какъ выражается число погашенныхъ облигацій отъ $(k+1)$-ой до $(k+r)$-ой единицы времени, выразится и число погашенныхъ облигацій во всякій другой промежутокъ времени, или во всякій изъ промежутковъ времени, образующихъ періоды, изъ которыхъ слагается срокъ нашего займа. Такъ, если мы говоримъ, что до начала m-аго періода произведено k тиражей или что $k = n_1 + n_2 + \cdots + n_3 + n_{m-1}$, то выраженіе N_k мы можемъ считать показывающимъ, сколько выкуплено всѣхъ облигацій отъ начала займа до окончанія $(m-1)$-аго періода, или до наступленія m-аго періода, когда начался выкупъ облигацій по цѣнѣ γ_m; слѣдовательно, вмѣсто N_k мы можемъ написать N_{m-1}; выраженіе-же N_{k+r} мы можемъ считать показывающимъ, сколько всѣхъ облигацій выкуплено отъ начала займа до окончанія m-аго періода и поэтому замѣнить чрезъ N_m. Если мы затѣмъ положимъ, что число единицъ времени въ m-омъ періодѣ составляетъ $p = n_m$. то

$$N_m = x_m \cdot \frac{u_m^p - 1}{u_m - 1} + N_{m-1} \cdot u_m^p.$$

Полагая затѣмъ $1 + \frac{i}{\gamma_1} = u_1$, далѣе $1 + \frac{i}{\gamma_2} = u_2$, $1 + \frac{i}{\gamma_3} = u_3$ и т. д., какъ выше $1 + \frac{i}{\gamma_m} = u_m$ и т. д., наконецъ $1 + \frac{i}{\gamma_s} = u_s$, мы однороднымъ образомъ можемъ выразить итогъ погашенныхъ облигацій къ концу каждаго изъ періодовъ черезъ посредство итога предшествовавшаго. А такъ какъ изъ равенства $u_m = 1 + \frac{i}{\gamma_m}$ слѣдуетъ, что $u_m - 1 = \frac{i}{\gamma_m}$ и слѣдовательно $\frac{x_m}{u_m - 1} = \frac{x_m \gamma_m}{i}$, а съ другой стороны, изъ равенства $x_m \gamma_m = B_1$, слѣдуетъ, что $\frac{x_m \gamma_m}{i} = \frac{B_1}{i}$, то, имѣя

$$\frac{x_m}{u_m - 1} = \frac{x_m \gamma_m}{i} = \frac{B_1}{i},$$

мы можемъ написать:

$$N_m = \frac{B_1}{i}\left(u_m^p - 1\right) + N_{m-1} \cdot u_m^p.$$

гдѣ $p = n_m$. Слѣдовательно,

если $m = 1$, то $N_1 = \frac{B_1}{i}\left(u_1^{n_1} - 1\right)$

если $m = 2$, то $N_2 = N_1 \cdot u_2^{n_2} + \frac{B_1}{i}\left(u_2^{n_2} - 1\right)$

если $m = 3$, то $N_3 = N_2 \cdot u_3^{n_3} + \frac{B}{i}\left(u_3^{n_3} - 1\right)$

если $m = 4$, то $N_4 = N_3 \cdot u_4^{n_4} + \frac{B}{i}\left(u_4^{n_4} - 1\right)$

. . . . . .

если $m = s-1$, то $N_{s-1} = N_{s-2} \cdot u_{s-1}^{n_{s-1}} + \frac{B}{i}\left(u_{s-1}^{n_{s-1}} - 1\right)$

если $m = s$, то $N_s = N_{s-1} \cdot u_s^{n_s} + \frac{B}{i}\left(u_s^{n_s} - 1\right)$.

Подстановкою въ каждомъ изъ этихъ выраженій вмѣсто упоминаемаго въ немъ предшествующаго выраженія полнаго его означенія получаемъ:

$$N_1 = \frac{B_1}{i}\left(u_1^{n_1} - 1\right)$$

$$N_2 = \frac{B_1}{i}\left(u_1^{n_1} \cdot u_2^{n_2} - 1\right)$$

$$N_3 = \frac{B}{i}\left(u_1^{n_1} \cdot u_2^{n_2} \cdot u_3^{n_3} - 1\right)$$

. . . . . .

$$N_s = \frac{B_1}{i}\left(u_1^{n_1} \cdot u_2^{n_2} \cdot u_3^{n_3} \cdots u_{s-1}^{n_{s-1}} \cdot u_s^{n_s} - 1\right).$$

Если для краткости мы означимъ произведеніе

$$u_1^{n} \cdot u_2^{n_2} \cdot u_3^{n_3} \cdot u_4^{n_4} \cdots u_{s-1}^{n_{s-1}} \cdot u_s^{n_s} = \rho,$$

то $N_s = \frac{B_1}{i}\left(\rho - 1\right)$.

Такъ какъ s означаетъ послѣдній изъ періодовъ, изъ коихъ слагается срокъ нашего займа, то N_s, означая число облигаціи, погашенныхъ къ концу s-аго періода, выражаетъ и все число облигацій займа и потому $\frac{B_1}{i}(\rho - 1) = N$. Поэтому $B_1 = \frac{Ni}{\rho - 1}$. А такъ какъ ежесрочная сумма $A = Ni + B_1$, то подстановкою вмѣсто B_1 полученнаго его выраженія имѣемъ $A = Ni + \frac{Ni}{\rho - 1} = \frac{Ni\rho - Ni + Ni}{\rho - 1} = Q\delta\frac{\rho}{\rho - 1}$.

Съ другой стороны

$$x_1 = \frac{B_1}{\gamma_1} = \frac{A - Q\delta}{\gamma_1} = \frac{Q\delta\rho}{\gamma_1(\rho - 1)} - \frac{Q\delta}{\gamma_1} = \frac{Q\delta}{\gamma_1}\left(\frac{\rho}{\rho - 1} - 1\right) = \frac{Q\delta}{\gamma_1}\left(\frac{\rho - \rho + 1}{\rho - 1}\right) = \frac{Q\delta}{\gamma_1} \cdot \frac{1}{\rho - 1}.$$

Если вмѣсто абсолютной суммы ежесрочнаго расхода (A) желаютъ опредѣлить его процентное отношеніе къ нарицательному капиталу (означимъ это отношеніе чрезъ a), то означая нарицательную стоимость каждой облигаціи $\frac{Q}{N} = w$, а чрезъ δ нарицательный ростъ, очевидно, что $\delta = \frac{i}{w}$ и $a = \frac{A}{Nw}$. Поэтому $\frac{\delta}{i} = \frac{1}{w}$ и $a = \frac{1}{w} \cdot \frac{A}{N} = \frac{A\delta}{Ni}$, а такъ какъ $A = Ni\frac{\rho}{\rho - 1}$, то $a = Ni\frac{\rho}{\rho - 1}\frac{\delta}{Ni} = \delta \cdot \frac{\rho}{\rho - 1}$.

Когда число единицъ времени (и тиражей) въ каждомъ изъ періодовъ, изъ коихъ образуется срокъ займа, одинаковое, то это значитъ, что срокъ образуется изъ такихъ s періодовъ, которые другъ другу равны, или $\frac{n}{s} = n_1 = n_2 = n_3 = \cdots$ $\cdots = n_{m-1} = n_m = n_{m+1} = \cdots n_s$. Въ такомъ случаѣ

$$\rho = (u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \cdots u_{m-1} \cdot u_m \cdot u_{m+1} \cdots u_s)^{n_1 = \frac{n}{s}}.$$

Вычисленіе ρ значительно упрощается въ тѣхъ случаяхъ, когда выкупныя цѣны, по которымъ погашаются облигаціи займа въ разные періоды, возрастаютъ въ арифметической прогрессіи, разность которой составляетъ i, или $\gamma_2 = \gamma_1 + i$, $\gamma_3 = \gamma_2 + i$ и т. д., $\gamma_{m+1} = \gamma_m + i$ и т. д. Въ такомъ случаѣ

$$u_m \cdot u_{m+1} = \frac{\gamma_m + i}{\gamma_m} \cdot \frac{\gamma_{m+1} + i}{\gamma_{m+1}} = \frac{\gamma_{m+1}}{\gamma_m} \cdot \frac{\gamma_{m+1} + i}{\gamma_{m+1}} = \frac{\gamma_{m+1} + i}{\gamma_m}$$

$$u_m \cdot u_{m+1} \cdot u_{m+2} = \frac{\gamma_m + i}{\gamma_m} \cdot \frac{\gamma_{m+1} + i}{\gamma_{m+1}} \cdot \frac{\gamma_{m+2} + i}{\gamma_{m+2}} = \frac{\gamma_{m+1}}{\gamma_m} \cdot \frac{\gamma_{m+2}}{\gamma_{m+1}} \cdot \frac{\gamma_{m+2} + i}{\gamma_{m+2}} = \frac{\gamma_{m+2} + i}{\gamma_m}$$

. . . . . .

$$u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \cdots u_m \cdot u_{m+1} \cdot u_{m+2} \cdots u_s = \frac{\gamma_s + i}{\gamma_1},$$

поэтому $\rho = \left(\frac{\gamma_s + i}{\gamma_1}\right)^{n_1 = \frac{n}{s}}$.

Напримѣръ: по 5% займу, заключенному на 45 лѣтъ, всякая 100-рублевая облигація погашается въ первые 5 лѣтъ по 100 руб., въ слѣдующее 5-лѣтіе по 115 р., въ слѣдующее 5-лѣтіе по 120 рублей и т. д., въ каждое слѣдующее пятилѣтіе по цѣнѣ на 5 рублей большей, слѣдовательно, въ послѣднее 9-ое пятилѣтіе по 150 рублей. Въ этомъ случаѣ $t = 5\%$, $n = 45$, $n_1 = 5$, $\gamma_1 = 110$, $\gamma_9 = 150$, $i = 5$, $s = 9$. Такимъ образомъ

$$\rho = \left(\frac{150 + 5}{110}\right)^5 = 5{,}55514 \text{ и потому } a = 0{,}05\frac{5{,}55514}{4{,}55514} = 6\,{}^1/_{10}\%,$$

то есть, если по 5%-ному займу на 45 лѣтъ имѣется для расходовъ на интересы и погашеніе ежесрочная сумма въ $6\,{}^1/_{10}\%$ съ нарицательнаго капитала (кажущагося), то изъ нея могутъ быть выплачиваемы погасительныя преміи въ указанномъ размѣрѣ.

XXVIII.

Вычисленія по выигрышнымъ займамъ.

232. Названіе «лотерейныхъ» займовъ, и даже «выигрышныхъ», не совсѣмъ точное, относится не къ существу предмета и не даетъ о немъ правильнаго представленія. Правильно было бы означеніе (опредѣленіе) этого вида займовъ, какъ такихъ, которымъ присущи особаго рода погасительныя преміи, а иногда и особаго рода интересы на капиталъ, а именно такія преміи и такіе интересы, которые получаютъ *не всѣ* заимодавцы, а только нѣкоторые. Такое означеніе характеризовало-бы предметъ отрицательно и положительно. Въ отрицательномъ отношеніи важно, что выигрышные займы существенно отличаются отъ лотереи. Въ послѣдней всякій участникъ въ игрѣ, дѣлая ставку, въ короткое время узнаетъ ея судьбу; напротивъ, выигрышные займы суть долгосрочныя операціи (на 25 — 75 лѣтъ). Въ лотереѣ ставка можетъ быть проиграна; при выигрышномъ займѣ затраченный капиталъ не теряется, а возвращается погашеніемъ и поставляетъ его владѣльца въ положеніе заимодавца-вѣрителя, капиталомъ совсѣмъ не рискующаго,

а рискующаго только процентами, которыхъ онъ можетъ и совсѣмъ не получить, или получить въ ничтожномъ размѣрѣ, или получить въ чудовищно большомъ размѣрѣ. Важнѣе, конечно, характеристика съ положительной стороны, съ которой самая коренная и общая отличительная особенность выигрышныхъ займовъ заключается въ томъ, что каждому изъ нихъ присущи различныя, иногда очень разнообразныя, погасительныя преміи, распредѣляющіяся различнымъ образомъ между различными группами займодавцевъ-капиталистовъ, участвующихъ въ займѣ. Примѣненіе-же лотереи совсѣмъ не составляетъ отличительной особенности выигрышныхъ займовъ, такъ какъ мы видѣли, что она примѣняется ко всякому срочному займу, когда погашеніе долговаго капитала по нему производится посредствомъ тиража жребія. Различіе въ этомъ случаѣ не качественное, а лишь количественное, хотя и громадное, предполагающее высшую степень корыстолюбія и страсти къ случайной и даровой наживѣ.

233. Существо выигрышныхъ займовъ заключается въ особенностяхъ погасительныхъ премій, которыя по нимъ выплачиваются подъ видомъ «выигрышей». Отличительную особенность этихъ премій составляетъ ихъ разнообразіе для различныхъ участниковъ въ выигрышномъ займѣ, разнообразіе, доходящее до того, что иногда по одному и тому же займу одни участники получаютъ чудовищные проценты на свой капиталъ (получая на 100 рублей капитала премію или выигрышъ въ десяткахъ и сотняхъ тысячъ рублей), тогда какъ другіе участники получаютъ лишь фиктивныя или кажущіяся преміи, потому что подъ видомъ таковыхъ или «выигрышей» имъ нерѣдко выплачивается лишь часть (иногда ничтожная) причитающихся имъ интересовъ на ихъ-же капиталъ. Во всякомъ случаѣ всегда по всякому выигрышному займу расходуется ежесрочная сумма (большею частью постоянная, неизмѣняющаяся), распредѣленіемъ которой между разными расходами по займу обусловливается его устройство и какъ выигрышнаго займа (подобно тому, какъ распредѣленіемъ ежесрочной суммы между разными расходами по займу характеризуется и всякій иной видъ займовъ).

234. До половины 1850-хъ годовъ между выигрышными займами, заключавшимися въ XIX ст., преобладали такъ называемые «безпроцентные», то есть такіе, при которыхъ вся ежесрочная сумма расходуется только на погашеніе долгового капитала съ добавочными погасительными преміями, устроенными такъ, что изъ всего числа билетовъ или облигацій, которые должны быть погашены въ данную единицу времени, нѣкоторое небольшое число получаетъ по выигрышу или премію покруннѣе, а всѣ остальные получаютъ малыя преміи, именуемыя тоже выигрышами. Очевидно, что въ этихъ случаяхъ въ преміяхъ или выигрышахъ содержатся и интересы на капиталъ, и такъ какъ уплата этихъ интересовъ ежесрочно не производится видимымъ образомъ, то отъ этого устройства выигрышные займы и называются безпроцентными. Напримѣръ, если заемъ расчитанъ на 5% и проценты на капиталъ выплачиваются при его погашеніи, то на 100 рублей, погашаемыхъ въ концѣ 1-ой единицы, причиталось-бы капитала и процентовъ $100(1{,}05)=105$ рублей, въ концѣ 2-ой единицы $100\,(1{,}05)^2=110$ р. 25 к., въ концѣ 3-ей единицы времени 115 р. $76^1/_4$ коп. и т. д., чрезъ 10 лѣтъ капитала съ накопленными процентами составилось уже 162 р. $88{,}_{95}$ коп., чрезъ 20 лѣтъ $100\,(1{,}05)^{20}=265$ р. $32{,}_{98}$ к., чрезъ 40 лѣтъ $100\,(1{,}05)^{40}=703$ р. $99{,}_{89}$ коп., чрезъ 60 лѣтъ $100\,(1{,}05)^{60}=$

= 1867 р. 91,86 коп. и т. д.; слѣдовательно, даже еслибъ владѣльцу всякой 100-рублевой облигаціи при выходѣ ея въ тиражъ въ соотвѣтственныя единицы времени уплачивались-бы эти суммы, то онъ получилъ бы лишь тоже самое, что имѣлъ бы при обыкновенномъ займѣ съ ежегодною по нему уплатою интересовъ. Если же, какъ часто бываетъ при безпроцентномъ выигрышномъ займѣ, вопреки расчету на 5%-ную стоимость капитала, владѣльцы выходящихъ въ тиражъ погашенія облигацій (не получившіе крупныхъ выигрышей) удовлетворяются погасительными преміями, или яко-бы «выигрышами», меньшими, нежели приведенныя суммы накопляющихся на ихъ капиталъ процентовъ, то очевидно, они не только никакихъ «выигрышей», но и реальныхъ погасительныхъ премій не получаютъ. Если, напримѣръ, владѣльца 100-рублевой облигаціи, выходящей въ тиражъ въ 60-мъ году, удовлетворяютъ «выигрышемъ» въ 1.000 рублей, то на самомъ дѣлѣ ему не доплачиваютъ процентовъ 867 р. 91,86 к. Хотя, какъ упомянуто, въ XIX ст. этого рода выигрышные займы даже преобладали до 1850-хъ годовъ, но изъ большихъ государствъ ихъ заключала только Австрія (въ 1839, 1858 гг.), преимущественно-же къ нимъ прибѣгали «невеликія» германскія державы (Гессенъ, Нассау, Баденъ, Шаумбургъ-Липпе, Кургессенъ), а также прежнее Сардинское королевство, Швеція и нѣкоторые швейцарскіе кантоны (напр. Фрибуръ); чаще-же ими пользовались города (Гамбургъ, Остенде, Будапештъ, Рубэ, Миланъ, Венеція, Бухарестъ и др.) а также нѣкоторые представители австрійской и нѣмецкой аристократіи (князья Виндишгрецъ, Сальмъ-Рейфершейдъ, Клари, графы Кеглевичъ, Вальдштейнъ, Сенъ-Женоа, Пальфи). Австрія заключила такого рода выигрышный заемъ еще и въ 1864 г., а Финляндія въ 1869 г. для постройки Рихимяки-Петербургской желѣзной дороги; по послѣднему займу, считающемуся 5%-нымъ и состоящему изъ 240.000 билетовъ по 10 талеровъ = 9 р. 25,88 к. *), билетъ, выходящій въ тиражъ въ 1891—95 годахъ, или чрезъ 21—25 лѣтъ по заключеніи займа, оплачивается 13 талерами, слѣдовательно $10(1+t)^{25} = 13$, или $t = \left(\frac{13}{10}\right)^{1/25} - 1 = 0{,}01055$ или 1,055%, которые только и получаетъ на свои 10 талеровъ владѣлецъ билета финляндскаго выигрышнаго займа. По этого рода займамъ очень низко опускаютъ нарицательную стоимость билетовъ (до 10 или 15 франковъ = $2^1/_2$—$3^3/_4$ руб.), чтобъ не было расчета особенно дорожить процентами на капиталъ и весь расчетъ былъ только на крупные выигрыши (по финляндскому займу, напримѣръ, доходящіе до 50.000 талеровъ = 46.294 р.). Само собою разумѣется, что когда въ этого рода выигрышныхъ займахъ ежесрочная сумма раздѣляется на часть для погасительныхъ премій или «выигрышей» по небольшой долѣ выходящихъ въ тиражъ билетовъ и на часть для уплаты по остальнымъ, выходящимъ въ тиражъ билетамъ, только погашенія ихъ нарицательнаго капитала, тогда наибольшая часть долговаго капитала совсѣмъ не оплачивается никакими интересами (такіе были выигрышные займы разныхъ австрійскихъ и нѣмецкихъ аристократовъ, графовъ Кеглевича, Папенгейма и др.).

*) Подписная цѣна на нихъ была $92^1/_2$%, слѣдовательно, реализованы они были еще ниже, но публикою разобраны на-расхватъ.

235. Со второй половины XIX ст. стали преобладать выигрышные займы, по коимъ правильно уплачиваются видимымъ образомъ (по купонамъ) и интересы на долговой капиталъ. Первый такой выигрышный заемъ былъ русскій, заключенный въ 1835 году для привислянскихъ губерній, имѣвшихъ тогда отдѣльные финансы и отдѣльное финансовое управленіе. Въ подобномъ случаѣ по выигрышному займу уплачиваются въ общемъ порядкѣ интересы и погашеніе и сверхъ того къ ежесрочно-расходуемой для этого суммѣ прибавляется еще ежесрочная сумма для погасительной преміи, которая только распредѣляется не между всѣми заимодавцами, а въ видѣ выигрышей выдается лишь болѣе счастливымъ изъ нихъ, для чего, очевидно, сверхъ тиража погашенія необходимъ еще тиражъ выигрышей. Съ 1864 года, опять по почину Россіи, явился новый видъ выигрышныхъ займовъ, въ которыхъ сверхъ интересовъ и погашенія всякій владѣлецъ билета получаетъ погасительную премію и въ составѣ ежесрочной суммы сверхъ необходимаго для интересовъ, погашенія и погасительной преміи для всѣхъ билетовъ или облигацій находится еще одна часть для другихъ погасительныхъ премій, которыя въ видѣ выигрышей получаютъ «счастливѣйшіе изъ заимодавцевъ». Всякія иныя комбинаціи касаются уже не существа дѣла, а частностей распредѣленія суммъ между разными категоріями выигрышей, соотношенія между тиражемъ погашенія и тиражемъ выигрышей, сроковъ того и другого тиража, тиражей отдѣльными нумерами (облигацій или билетовъ) или цѣлыми серіями ихъ (сразу по 50 или 100, или больше облигацій и билетовъ) и т. д. Комбинацій этихъ частностей можетъ быть безконечное множество и теоретически поэтому представляютъ интересы лишь общія коренныя основанія. Держась этихъ основаній, мы разсмотримъ главные виды выигрышныхъ займовъ, чтобы на нихъ показать, какъ по нимъ дѣлаются важнѣйшіе расчеты.

236. Начинаемъ съ такъ называемыхъ «безпроцентныхъ» выигрышныхъ займовъ. Означимъ чрезъ K паричательный капиталъ выигрышнаго безпроцентнаго займа, чрезъ n срокъ, въ который онъ погашается, чрезъ A расходуемую по нему ежесрочную сумму (состоящую всецѣло изъ большихъ и малыхъ премій или выигрышей) и число облигацій чрезъ N; пусть при каждомъ изъ n тиражей выходятъ m большихъ выигрышей, на которые расходуется въ первую единицу времени G_1, во вторую $G_2 = G_1 + d$, въ третью $G_3 = G_1 + 2d$, въ четвертую единицу времени $G_4 = G_1 + 3d$ и т. д., въ послѣднюю $G_n = G_1 + (n-1)d$; малыхъ-же выигрышей выходитъ въ первую единицу времени числомъ q_1 съ уплатою по каждому суммы g_1, во вторую единицу времени числомъ q_2, съ уплатою по нимъ суммы g_2, въ третью единицу времени числомъ q_3 съ уплатою по каждому g_3 и т. д., наконецъ въ послѣднюю единицу времени выходитъ q_n малыхъ выигрышей съ уплатою по нимъ суммы g_n. Очевидно въ такомъ случаѣ, что составъ ежесрочной суммы A, расходуемой по займу въ каждую единицу времени, будетъ $G_1 + q_1g_1 = G_2 + q_2g_2 = G_3 + q_3g_3 = \cdots = G_n + q_ng_n$. Но $G_2 = G_1 + d$. Поэтому $G_1 + q_1g_1 = G_1 + d + q_2g_2$ или $q_1g_1 = q_2g_2 + d$ и потому $q_2g_2 = q_1g_1 - d$. Подобнымъ-же путемъ выводится вмѣсто $G_3 + q_3g_3 = G_2 + q_2g_2$, такъ какъ $G_3 = G_2 + d$, что $G_2 + d + q_3g_3 = G_2 + q_2g_2$ или $q_3g_3 = q_2g_2 - d = q_1g_1 - 2d$. Такимъ-же образомъ можно вывести, что $q_4g_4 = q_3g_3 - d = q_1g_1 - 3d$, $q_5g_5 = q_4g_4 - d = q_1g_1 - 4d$, $\cdots\cdots$ наконецъ $q_ng_n = q_{n-1}g_{n-1} - d = q_1g_1 - (n-1)d$. Изъ этихъ равенствъ далѣе выводятся выраже-

нія числа малыхъ выигрышей каждой единицы времени: $q_1 = q_1$, $q_2 = \frac{q_1 g_1}{g_2} - \frac{d}{g_2}$ $q_3 = \frac{q_1 g_1}{g_3} - \frac{2d}{g_3}$, $q_4 = \frac{q_1 g_1}{g_4} - \frac{3d}{g_4}$, $\cdots$, $q_n = \frac{q_1 g_1}{g_n} - \frac{(n-1)d}{g_n}$. Сложивъ смѣстѣ всѣ эти выраженія, мы получимъ:

$$q_1 + q_2 + q_3 + \cdots + q_n = q_1 g_1 \left(\frac{1}{g_1} + \frac{1}{g_2} + \frac{1}{g_3} + \cdots + \frac{1}{g_n}\right) - d\left(\frac{1}{g_2} + \frac{2}{g_3} + \frac{3}{g_4} + \cdots + \frac{n-1}{g_n}\right).$$

Такимъ образомъ, общій итогъ малыхъ выигрышей всѣхъ единицъ времени представляетъ нѣкую разность, которую не трудно вычислить по даннымъ, для нея извѣстнымъ. Пусть $\frac{1}{g_1} + \frac{1}{g_2} + \frac{1}{g_3} + \cdots + \frac{1}{g_n} = \lambda$, а $\frac{1}{g_1} + \frac{2}{g_2} + \frac{3}{g_3} + \frac{4}{g_4} + \cdots + \frac{n}{g_n} = \nu$. Очевидно, что если мы изъ ряда ν вычтемъ рядъ λ, то получимъ $\nu - \lambda = \frac{1}{g_2} + \frac{2}{g_3} + \frac{3}{g_4} + \cdots + \frac{n-1}{g_n}$, то есть, вычитаемое той разности, въ которой выражается общій итогъ всѣхъ малыхъ выигрышей. Въ тоже время, имѣя въ виду что всѣхъ выигрышей (большихъ и малыхъ) столько-же, сколько всѣхъ билетовъ или N и что большихъ выигрышей на каждую единицу времени положено по m, а потому во всѣ n единицъ времени nm, мы можемъ опредѣлить число малыхъ выигрышей въ видѣ $N - mn$ и слѣдовательно можемъ написать $N - mn = q_1 g_1 \lambda - d(\nu - \lambda)$. Отсюда получается, что $q_1 = \frac{N - mn + d(\nu - \lambda)}{g_1 \lambda}$ и, слѣдовательно, при помощи выведенныхъ выше выраженій q_2, q_3, q_4, $\cdots$ q_n легко ихъ вычислить на основаніи q_1, что даетъ возможность прослѣдить весь ходъ уплатъ по займу, а чрезъ то и ходъ его погашенія.

Напримѣръ, положимъ, заемъ состоитъ изъ 20.000 билетовъ по 100 рублей, погашаемыхъ въ теченіи 20 лѣтъ, или $K = 2.000.000$, $N = 20.000$, $n = 20$; пусть $A = 142.852$ р. 69 к., слѣдовательно $g_{n(t)} = \frac{2.000.000}{142,851_{,69}} = 14_{,00043663}$, что при $n = 20$ соотвѣтствуетъ $t = 3^2/_3\%$. Пусть ежегодно будетъ 20 выигрышей покрупнѣе или $m = 20$, малые-же «выигрыши» пусть состоятъ въ погасительной преміи, которую получаетъ всякій билетъ, не получившій большого выигрыша, и которая составляетъ въ первомъ году 2%, во второмъ 4%, въ третьемъ 6% и т. д., въ каждомъ слѣдующемъ году на 2% больше, чѣмъ въ предъидущемъ, поэтому въ 10-мъ году 20%, въ 15-мъ году 30%, наконецъ въ 20-мъ году 40%; слѣдовательно $g_1 = 102$, $g_2 = 104$, $g_3 = 106$, $g_4 = 108 \cdots g_{20} = 140$. Положимъ для упрощенія перваго примѣра $d = 0$. Такъ какъ численное значеніе λ въ нашемъ примѣрѣ будетъ $\lambda = \frac{1}{102} + \frac{1}{104} + \frac{1}{106} + \cdots + \frac{1}{140} = 0_{,16681571}$ *), то $q_1 = \frac{20.000 - 20 \times 20}{102 \times 0_{,16681571}} = 1151_{,9111\ldots}$

*) Существуютъ особыя таблицы, дающія перечисленіе простыхъ дробей съ числителемъ 1 въ десятичныя дроби (напримѣръ у Шпицера отъ $\frac{1}{1}$ до $\frac{1}{400}$ съ 8 десятичными знаками, или *Hraback*, Gemeinnütziges mathematisch-technisches Tabellenwerk, Leipzig, 1873, Tab. I, даетъ для обратныхъ выраженій всѣхъ четырехзначныхъ чиселъ или отъ $\frac{1}{1}$ до $\frac{1}{9999}$ десятичныя дроби съ 7 десятичными знаками.

или въ первомъ году нужно будетъ погасить 1.151,9111 билетовъ съ малыми выигрышами или погасительными преміями, на что по 102 р. потребуется 117.494 р. 93 к. и изъ ежесрочной суммы ($A = 142.852$ р. 69 к.) останется на 20 выигрышей побольше $142.852 - 117.495 = 25.357$ или, округляя, $25.350 = G_1 = G_2 = G_3 = \cdots = G_{20}$, изъ которыхъ можно составить для каждаго ежегоднаго тиража 1 выигрышъ въ 15.000 р., 1 въ 5.000 р., 1 въ 1.000 р., 2 по 500 р., 5 по 300 р. и 10 по 185 рублей; всего-же будетъ погашено въ первомъ году $1.152 + 20 = 1.172$ билета. Число билетовъ, подлежащихъ погашенію въ слѣдующія единицы времени, вычисляется на основаніи выраженій $q_2 = \frac{q_1 g_1}{g_2}$, $q_3 = \frac{q_1 q_1}{g_3}$, $q_4 = \frac{q_1 g_1}{g_4}$ и т. д., а такъ какъ $q_1 g_1 = 117.494{,}93$, то помноженіемъ этого числа на $\frac{1}{g_2} = \frac{1}{104}$, $\frac{1}{g_3} = \frac{1}{106}$, $\frac{1}{g_4} = \frac{1}{108}$ и т. д. (причемъ достаточно довольствоваться и однимъ десятичнымъ знакомъ для округленія частнаго), легко получить, что $q_2 = 1.129{,}9$ или 1.130, $q_3 = 1.108{,}4$ или 1.108, $q_4 = 1.087{,}9$ или 1.088, $q_5 = 1.068{,}1$ или 1.068 и т. д. $q_{18} = 863{,}9$ или 864, $q_{19} = 851{,}4$ или 851, наконецъ $q_{20} = 839{,}3$ или 839; а прибавляя къ этимъ числамъ ежегодно выходящихъ въ тиражъ и погашаемыхъ билетовъ съ малыми «выигрышами» или погасительными преміями еще ежегодно-же выходящіе въ тиражъ 20 билетовъ съ выигрышами покрупнѣе, мы получимъ все число ежегодно погашаемыхъ билетовъ *). Очевидно, что тѣ несчастные изъ заимодавцевъ, которые не получатъ выигрышей (изъ расходуемыхъ для того ежегодно 25.350 руб.), а получатъ лишь свой капиталъ съ процентами въ видѣ «выигрыша», высшій размѣръ коего доходитъ въ 20-мъ году до 140 рублей, получатъ на свой капиталъ $100(1 + t)^{20} = 140$, или $t = 1{,}83\%$ на свой капиталъ, тогда какъ при реализаціи этого займа по 100 за 100 заемщикъ будетъ уплачивать $3^2/_3\%$ за полученный капиталъ, или за 20 лѣтъ $100(1{,}0367)^{20} = 205{,}4862$, слѣдовательно, капиталистъ, получающій за свои 100 рублей 140 рублей, не только никакого выигрыша не получаетъ, но еще теряетъ на процентахъ убытокъ въ $205{,}4862 - 140 = 65{,}4862$ рублей.

237. Измѣнимъ въ нашемъ примѣрѣ условія въ томъ смыслѣ, что суммы, расходуемыя въ первыя 5 лѣтъ на большіе выигрыши, или $G_1 = G_2 = G_3 = G_4 = G_5 = 30{,}0$ 0 руб. вмѣсто 25.350 р., какъ мы принимали выше равномѣрно для всѣхъ 20 лѣтъ; тогда очевидно $G_6 = G_7 = G_8 = \cdots = G_{20}$ или суммы на большіе

*) Планъ выигрышнаго займа и его погашенія будетъ примѣрно оттого имѣть слѣдующій видъ:

въ первомъ году		во второмъ году		въ третьемъ году	
1	билетъ съ выигр. 15.000 р.	1	билетъ съ выигр. 15.000 р.	1	билетъ съ выигр. 15.000 р.
1	» » » 5.000 »	1	» » » 5.000 »	1	» » » 5.000 »
1	» » » 1.000 »	1	» » » 1.000 »	1	» » » 1.000 »
2	» » » по 500 »	2	» » » по 500 »	2	» » » по 500 »
5	» » » » 300 »	5	» » » » 300 »	5	» » » » 300 »
10	» » » » 185 »	10	» » » » 185 »	10	» » » » 185 »
1152	» » » » 102 »	1130	» » » » 104 »	1108	» » » » 106 »
1172	142.854	1150	142.854	1128	142.854

и т. д.

выигрыши должны быть съ 6-го до 20-го года меньше 25.350 рублей. Изъ $G_1+q_1g_1=A$, или $30.000+q_1 102=142.852{,}69$, мы заключаемъ, что $q_1=1.106{,}3$; далѣе $30.000+104q_2=142.852{,}69$ и потому $q_2=1.085{,}1$; $q_3=\frac{142.852{,}69-30.000}{106}=1.064{,}6$. $q_4=\frac{142.852{,}69-30.000}{108}=1.044{,}9$; $q_5=\frac{142.852{,}69-30.000}{110}=1.025{,}9$, слѣдовательно $q_1+q_2+q_3+q_4+q_5=5.326{,}8$. Для опредѣленія-же числа малыхъ выигрышей, выходящихъ въ тиражъ въ слѣдующіе 15 лѣтъ, мы исходимъ изъ того, что въ каждомъ изъ этихъ годовъ $q_pg_p=A-G_p$, разумѣя подъ p всякій изъ послѣдующихъ годовъ и имѣя въ виду, что сумма G_p при этомъ не измѣняется, потому $112q_6=114q_7=116q_8=\cdots=140q_{20}$. Означимъ каждую изъ этихъ суммъ чрезъ x. Вспомнивъ, что $q_1+q_2+q_3+\cdots+q_{20}+mn=N$ или $q_1+q_2+q_3+\cdots+q_{20}=N-mn=20.000-400=19.600$, или (такъ какъ мы уже вычислили, что $q_1+q_2+q_3+q_4+q_5=5.326{,}8$) $5.326{,}8+q_6+q_7+q_8+\cdots+q_{20}=19.600$ получимъ $q_6+q_7+q_8+\cdots+q_{20}=14.273{,}2=x\left(\frac{1}{112}+\frac{1}{114}+\frac{1}{116}+\cdots+\frac{1}{140}\right)$ или $x\times 0{,}119612275=14.273{,}2$, $x=119.328{,}88$, а потому послѣдовательнымъ помноженіемъ этого послѣдняго числа на $\frac{1}{112}$, $\frac{1}{114}$, $\frac{1}{116}$, $\frac{1}{118}$ и т. д. до $\frac{1}{140}$ мы получимъ $q_6=1.065$ $q_7=1.047$, $q_8=1.029$ и т. д., наконецъ $q_{20}=852$. Для опредѣленія-же расхода на большіе выигрыши съ 6-го года имѣемъ равенство $G_6+q_6g_6=A$ или $G_6=142.852{,}69-1.065\times 112=23.523$ р. 86 к. Такимъ образомъ въ первые 5 лѣтъ расходуя по 30.000 р., а въ послѣдніе 15 лѣтъ по 23.500 р. на большіе выигрыши, можно примѣрно имѣть:

въ первые 5 лѣтъ				въ послѣдніе 15 лѣтъ.			
1	выигрышъ въ	12.000	р.	1	выигрышъ въ	15.000	р.
1	» »	4.000	»	1	» »	3.000	»
1	» »	1.000	»	1	» »	1.000	»
2	» »	по 500	»	2	» »	по 500	»
5	» »	» 400	»	5	» »	» 300	»
10	» »	» 200	»	10	» »	» 200	»
20		30.000		20		23.500	

238. Усложнимъ, далѣе, нашъ примѣръ еще и тѣмъ условіемъ, что суммы на крупные выигрыши ежегодно возрастаютъ на 1.000 руб., мелкіе-же «выигрыши» постоянны и составляютъ по 120 рублей на всякій 100-рублевый билетъ, вышедшій въ тиражъ; слѣдовательно, теперь $d=1.000$, а $g_1=g_2=g_3=\cdots=g_n=120$. Поэтому $\frac{1}{g_1}+\frac{1}{g_2}+\cdots+\frac{1}{g_n}=\lambda=n\cdot\frac{1}{g_n}=\frac{20}{120}=\frac{1}{6}$ и въ тоже время $\frac{1}{g_1}+\frac{2}{g_2}+\frac{3}{g_3}+\cdots+\frac{n}{g_n}=\nu=\frac{1}{g_1}\cdot\frac{n(n+1)}{2}=\frac{210}{120}=1\,{}^3/_4$, поэтому $\nu-\lambda=1\,{}^3/_4-{}^1/_6=1{,}58333\ldots$ и поэтому

$$q_1=\frac{N-mn+d(\nu-\lambda)}{g_1\lambda}=\frac{20.000-400+1.000\times 1{,}58333}{120\times{}^1/_6}=1.059{,}166.$$

Слѣдовательно, $q_1g_1=1.059{,}166\times 120=127.100$, а такъ какъ $G_1+q_1g_1=A$ или $G_1+127.100=142.852{,}69$, то $G_1=142.852{,}69-127.100=15.752{,}69$ и оттого $G_2=G_1+d=15.752{,}69+1.000=16.752{,}69$, $G_3=G_1+2000=17.752{,}69$ и т. д. Напротивъ

при этомъ $q_2 = q_1 - \frac{d}{g}$, $q_3 = q_1 - \frac{2d}{g_1} = q_2 - \frac{d}{g_1}$, $q_4 = q_1 - \frac{3d}{g_1} = q_3 - \frac{d}{g_1}$ и т. д., или всякое послѣдующее q отличается отъ предшествующаго q одинаковою суммою $\frac{d}{g_2} = \frac{1.000}{120} = 8^1/_3$, слѣдовательно, различные q или числа билетовъ, выходящихъ въ тиражъ въ разныя единицы времени сверхъ 20, получающихъ большіе выигрыши, легко вычисляются послѣдовательнымъ уменьшеніемъ на 8,33 въ такомъ видѣ:

$$q_1 = 1.059{,}16$$
$$-\ 8{,}33$$
$$q_2 = 1.050{,}83$$
$$-\ 8{,}33$$
$$q_3 = 1.042{,}50$$
$$-\ 8{,}33$$
$$1.034{,}17 \text{ и т. д.}$$

239. Разсмотримъ еще одинъ примѣръ выигрышнаго «безпроцентнаго» займа на слѣдующихъ условіяхъ. Нарицательный его капиталъ $K = 10.000.000$ рублей, срокъ $n = 30$ лѣтъ, число билетовъ $N = 100.000$ (по 100 рублей), число большихъ выигрышей при всякомъ полугодичномъ тиражѣ 35, поэтому $m = 2 \times 35 = 70$ въ каждомъ году, при чемъ сумма, расходуемая на 35 большихъ выигрышей перваго полугодія всегда больше, чѣмъ во второмъ, но въ оба полугодія ежегодно на всѣ 70 билетовъ одинакова и не измѣняется изъ года въ годъ; равнымъ образомъ пусть число билетовъ, выходящихъ въ два полугодія каждаго года (сверхъ 35, получающихъ большіе выигрыши), тоже одинаково, или означая чрезъ Q_1 число билетовъ, выходящихъ въ тиражъ въ первомъ году (сверхъ m, получающихъ большіе выигрыши) и чрезъ q_1 число билетовъ съ мелкими «выигрышами» въ каждое полугодіе перваго года, $Q_1 = 2q_1$ и также точно $Q_2 = 2q_2$, $Q_3 = 2q_3$ $\cdots$ $Q_n = 2q_n$. Затѣмъ положимъ, что мелкіе «выигрыши» по каждому билету («мелкіе») составляютъ въ первомъ году 120 рублей, во второмъ 125 рублей, въ третьемъ 130 рублей и т. д., увеличиваясь ежегодно до 200 рублей, чтобъ затѣмъ далѣе уже не измѣняться (не возрастать и не уменьшаться). Наконецъ, положимъ, что тиражи происходятъ серіями по 100 билетовъ (или всѣхъ серій 1.000), поэтому за тиражемъ серій слѣдуетъ тиражъ отдѣльныхъ билетовъ, и что въ основаніе займа положенъ полугодовой нарицательный (погасительный) ростъ въ 3% и потому ежесрочная сумма A будетъ въ полугодіе $\frac{K}{s_{60(3)}} = 361.329$ р. 58 к. или въ годъ 722.659 р. 16 к. Означимъ сумму, расходуемую на большіе выигрыши, въ каждомъ первомъ полугодіи чрезъ G', а въ каждомъ второмъ полугодіи чрезъ G'', такъ что $G_1 = G_2 = G_3 = \cdots = G_n = G' + G''$, поэтому $d = 0$. Мелкіе выигрыши будутъ: $q_1 = 120$, $g_2 = 130$, $g_3 = 135$, $\cdots$ $g_{16} = 195$, $g_{17} = g_{18} = g_{19} = \cdots = g_{30} = 200$. Очевидно въ этомъ случаѣ $Q_1 = 2q_1 = \frac{N - nm}{g_1 \lambda}$, и въ тоже время $\lambda = \frac{1}{120} + \frac{1}{125} + \frac{1}{130} + \cdots + \frac{1}{190} + 14 \times \frac{1}{200}$ (ибо въ послѣдніе 14 лѣтъ мелкіе «выигрыши», достигнувъ 200 рублей, уже не будутъ измѣняться), поэтому $\lambda = 0{,}1738350306$ и $g_1\lambda = 120 \times 0{,}1738503 = 20{,}8620367$, слѣдовательно $Q_1 = 2q_1 = \frac{100.000 - 30 \times 70}{20{,}8620367} = 4.692{,}7345$ или $q_1 = 2.346{,}36725$. Но мы знаемъ, что

$$Q_2 = 2q_2 = \frac{2 \cdot q_1 \cdot g_1}{g_2},\ Q_3 = 2q_3 = \frac{2q_1 \cdot g_1}{g_3},\ Q_4 = 2q_4 = \frac{2q_1 \cdot g_1}{g_4} \text{ и т. д.,}$$

а такъ какъ $2q_1g_1 = 4.692{,}7315 \times 120 = 563.128{,}14$, то послѣдовательнымъ раздѣленіемъ этой суммы на $g_2 = 125$, $g_3 = 130$, $g_4 = 135$ и т. д. до $g_{17} = 200$, мы получимъ, что

$Q_1 = 2q_1 = 4.692{,}7$	$Q_5 = 2q_5 = 4.022{,}2$	$Q_9 = 3q_9 = 3.519{,}5$	$Q_{13} = 2q_{13} = 3.128{,}4$
$Q_2 + 2q_2 = 4.505{,}0$	$Q_6 = 2q_6 = 3.883{,}8$	$Q_{10} = 2q_{10} = 3.412{,}8$	$Q_{14} = 2q_{14} = 3.044{,}0$
$Q_3 = 2q_3 = 4.331{,}8$	$Q_7 = 2q_7 = 3.754{,}2$	$Q_{11} = 2q_{11} = 3.312{,}6$	$Q_{15} = 2q_{15} = 2.963{,}8$
$Q_4 = 2q_4 = 4.171{,}4$	$Q_8 = 2q_8 = 3.633{,}0$	$Q_{12} = 2q_{12} = 3.217{,}8$	$Q_{16} = 2q_{16} = 2.887{,}8$
			58.480,8

Затѣмъ $Q_{17} = 2q_{17} = Q_{18} = 2q_{18} = \cdots Q_{30} = 2q_{30} = \frac{563.128{,}14}{200} = 2.815{,}6$ или въ 14 лѣтъ всего $2.815{,}6 \times 14 = 39.418{,}4$ билета. Съ прибавленіемъ билетовъ съ большими выигрышами ($30 \times 70 = 2.100$) всего будетъ $97.900 + 2.100 = 100.000$ всѣхъ билетовъ. Раздѣливъ засимъ каждое изъ годовыхъ чиселъ на 2 и прибавивъ 35 билетовъ для большихъ выигрышей, мы получимъ все число билетовъ, выходящихъ въ тиражъ въ каждомъ полугодій, а именно: въ первомъ и второмъ по 2.381,4, 3-мъ и 4-мъ по 2.287.5 и т. д., въ 31-мъ и 32-мъ по 1.478,9, а съ 33-го полугодія до конца срока по 1.442,8.

Вычисливъ q, мы имѣемъ уже основаніе для приведенія въ извѣстность суммъ для большихъ выигрышей $G = G' + G''$ на основаніи равенства $G + 2q_1g_1 = A$ или $G = A - 2q_1g_1 = 722.659 - 563.128 = 159.531$ рубль. Взявъ эту сумму 159.500 р., мы можемъ ее раздѣлить между выигрышами обоихъ полугодій такъ, что $G' = 94.500$ р., $G'' = 65.000$ руб. (ибо по условіямъ задачи выигрыши перваго полугодія больше, чѣмъ во второмъ полугодіи) и изъ нихъ можно образовать слѣдующіе большіе выигрыши:

въ первомъ полугодіи				во второмъ полугодіи			
1	выигрышъ по	60.000 р.	= 60.000	1	выигрышъ по	40.000 р.	= 40.000
1	»	10.000 »	= 10.000	1	»	5.000 »	= 5.000
1	»	5.000 »	= 5.000	1	»	2.000 »	= 2 000
2	»	2.000 »	= 4 000	2	»	1.500 »	= 3.000
5	»	1.000 »	= 5.000	5	»	900 »	= 4.500
10	»	600 »	= 6.000	10	»	600 »	= 6.000
15	»	300 »	= 4.500	15	»	300 »	= 4.500
35			94.500	35			65.000

Естественно, что вслѣдствіе тиражей цѣлыми серіями, по 100 билетовъ въ каждой, приведенныя выше числа q, особенно отъ присоединенія m къ нимъ, при составленіи изъ нихъ круглыхъ чиселъ для каждаго полугодія и года должны измѣниться, иногда и чувствительно, вслѣдствіе чего общій расходъ отъ полугодія къ полугодію будетъ колебаться, то возрастая, то уменьшаясь; въ концѣ концовъ однако эти колебанія уравновѣшиваются и, сглаживаясь, существеннаго значенія не имѣютъ.

240. Положимъ теперь, что изъ n тиражей, которые производятся впродолженіи всего безпроцентнаго выигрышнаго займа, при r_1 тиражахъ число большихъ выигрышей составляетъ m_1, а ихъ сумма G_1, затѣмъ число и сумма большихъ выигрышей при r_2 тиражахъ m_2 и G_2, при r_3 тиражахъ m_3 и G_3 и т. д., наконецъ при r_k тиражахъ m_k и G_k, причемъ $r_1 + r_2 + r_3 + \cdots + r_k = n$, а также $r_1 + r_2 = p$, $r_1 + r_2 + r_3 = e$, $r_1 + r_2 + r_3 + \cdots + r_{k-1} = s$, чѣмъ мы и будемъ пользо-

ваться для сокращенія письма. Очевидно, что въ такомъ случаѣ весь срокъ займа раздѣлится на нѣсколько періодовъ изъ r_1, r_2, r_3 и т. д., наконецъ, r_k тиражей, и сохраняя прежнія означенія различныхъ элементовъ займа, для этихъ періодовъ мы будемъ имѣть слѣдующія равенства:

для перваго періода: $A=G_1+q_1g_1=G_1+q_2g_2=G_1+q_2g_3=\cdots=G_1+q_{r_1}g_{r_1}$,

для второго періода: $A=G_2+q_{r_1+1}g_{r_1+1}=G_2+q_{r_1+2}g_{r_1+2}=G_2+q_{r_1+3}g_{r_1+3}=\cdots\cdots$
$\cdots=G_2+q_{r_1+r_2}g_{r_1+r_2}$,

для третьяго періода: $A=G_3+q_{p+1}g_{p+1}=G_3+q_{p+2}g_{p+2}=G_3+q_{p+3}g_{p+3}=\cdots\cdots$
$\cdots=G_3+q_{p+r_3}g_{p+r_3}$,

для k-го періода: $A=G_k+q_{s+1}g_{s+1}=G_k+q_{s+2}g_{s+2}=G_k+q_{s+3}g_{s+3}=\cdots=G_k+q_{s+r_k}g_{s+r_k}$

Изъ этихъ равенствъ слѣдуетъ, что

въ первомъ періодѣ: $q_1g_1=q_2g_2=q_3g_4=\cdots=q_{r_1}g_{r_1}$ и это произведеніе, положимъ, составляетъ h_1,

во второмъ періодѣ: $q_{r_1+1}g_{r_1+1}=q_{r_1+2}g_{r_1+2}=q_{r_1+3}g_{r_1+3}=\cdots=q_{r_1+r_2}g_{r_1+r_2}=h_2$,

въ третьемъ періодѣ: $q_{p+1}g_{p+1}=q_{p+2}g_{p+2}=q_{p+3}g_{p+3}=\cdots=q_eg_e=h_3$,

въ k-мъ періодѣ: $q_{s+1}g_{s+1}=q_{s+2}g_{s+2}=q_{s+3}g_{s+3}=\cdots=q_ng_n=h_k$.

Изъ этихъ же равенствъ легко опредѣлить всякое q чрезъ различныя данныя h и g, а именно $q_1=\frac{h_1}{g_1}$, $q_2=\frac{h_1}{g_2}$, $q_3=\frac{h_1}{g_3}\cdots$, $q_r=\frac{h_1}{g_r}$; далѣе, во второмъ періодѣ: $q_{r_1+1}=\frac{h_2}{g_{r_1+1}}$, $q_{r_1+2}=\frac{h_2}{g_{r_1+2}}\cdots$, $q_p=\frac{h_2}{g_p}\cdots$; въ послѣднемъ періодѣ $q_{s+1}=\frac{h_k}{g_{s+1}}$, $q_{s+2}=\frac{h_k}{g_{s+2}}$, $q_{s+3}=\frac{h_k}{g_{s+3}}$, $\cdots$ наконецъ $q_n=\frac{h_k}{g_n}$. Такъ какъ число всѣхъ билетовъ $N=q_1+q_2+\cdots+q_{r_1}+q_{r_1+1}+q_{r_1+2}+\cdots+q_p+q_{p+1}+\cdots+q_e+q_{e+1}+\cdots\cdots+q_s+q_{s+1}+\cdots+q_n+r_1m_1+r_2m_2+\cdots+r_km_k$, то имѣя приведенныя выраженія для разныхъ q, мы можемъ себѣ составить равенство N или всего числа билетовъ въ такомъ видѣ:

$$N=h_1\left(\frac{1}{g_1}+\frac{1}{g_2}+\frac{1}{g_3}+\cdots+\frac{1}{g_{r_1}}\right)+h_2\left(\frac{1}{g_{r_1+1}}+\frac{1}{g_{r_1+2}}+\frac{1}{g_{r_1+3}}+\cdots+\frac{1}{g_p}\right)+$$
$$+h_3\left(\frac{1}{g_{p+1}}+\frac{1}{g_{p+2}}+\cdots\cdots+\frac{1}{g_e}\right)+\cdots+h_k\left(\frac{1}{g_{s+1}}+\frac{1}{g_{s+2}}+\frac{1}{g_{s+3}}+\cdots+\frac{1}{g_n}\right)+$$
$$+r_1m_1+r_2m_2+\cdots+r_km_k.$$

Такъ какъ r_1 r_2 r_3 $\cdots$ r_k и m_1 m_2 m_3 $\cdots$ суть величины данныя и потому извѣстно, сколько составляютъ r_1m_1, r_2m_2, r_3m_3, $\cdots$ r_km_k, и потому ихъ вычитаніемъ изъ N легко опредѣлить получаемую отъ того разность N', а равнымъ образомъ такъ какъ g_1, g_2, g_3 и т. д., короче, всѣ g тоже суть величины данныя и потому простое вычисленіе можетъ привести въ извѣстность, что

$$\frac{1}{g_1}+\frac{1}{g_2}+\frac{1}{g_3}+\cdots+\frac{1}{g_{r_1}}=\lambda_1,$$
$$\frac{1}{g_{r_1+1}}+\frac{1}{g_{r_1+2}}+\frac{1}{g_{r_1+3}}+\cdots+\frac{1}{g_{r_1+r_2}}=\lambda_2,$$
$$\frac{1}{g_{p+1}}+\frac{1}{g_{p+2}}+\frac{1}{g_{p+3}}+\cdots+\frac{1}{g_{p+r_3}}=\lambda_3$$

и т. д. и наконецъ

$$\frac{1}{g_{s+1}}+\frac{1}{g_{s+2}}+\frac{1}{g_{s+3}}+\cdots+\frac{1}{g_n}=\lambda_k,$$

а потому $N'=h_1\lambda_1+h_2\lambda_2+h_3\lambda_3+\cdots+h_k\lambda_k$. Обыкновенно всѣ g бываютъ извѣстны, а также всѣ h кромѣ одного, который выводится изъ N', а изъ равенствъ о составѣ ежесрочнаго платежа въ разные періоды приводятся въ извѣстность и суммы для большихъ выигрышей въ разные періоды, G_1, G_2, G_3, $\cdots$ G_k. Большею частью между ними существуетъ опредѣленное отношеніе и $G_2=G_1+d$, $G_3=G_1+2d$, $G_3=G_1+3d$, $\cdots G_k=G_1+(k-1)d$. А такъ какъ $G_1+q_1g_1=A$ и $q_1g_1=h_1$, то $A-G_1=h_1$ и также точно

$$A-G_2=A-(G_1+d)=h_1-d=h_2$$
$$A-G_3=A-(G_1+2d)=h_1-2d=h_3$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$A-G_k=A-[G_1-(k-1)d]=h_1-(k-1)d=h_k.$$

Вставивъ эти выраженія разныхъ h въ равенство

$N'=h_1\lambda_1+h_2\lambda_2+h_3\lambda_3+\cdots+h_k\lambda_k$, получимъ

$$N'=h_1\lambda_1+(h_1-d)\lambda_2+(h_1-2d)\lambda_3+\cdots+[h_1-(k-1)d]\lambda_k=$$
$$=h_1\lambda_1+h_1\lambda_2-d\lambda_2+h_1\lambda_3-2d\lambda_3+\cdots+h_1\lambda_k-(k-1)d\lambda_k=$$
$$=h_1(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\cdots+\lambda_k)-d[\lambda_2+2\lambda_3+3\lambda_4+\cdots+(k-1)\lambda_k].$$

Отсюда

$$h_1=q_1g_1=\frac{N'+d[\lambda_2+2\lambda_3+3\lambda_4+\cdots+(k-1)\lambda_k]}{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\cdots+\lambda_k}$$

и наконецъ

$$q_1=\frac{N'+d[\lambda_2+2\lambda_3+3\lambda_4+\cdots+(k-1)\lambda_k]}{g_1(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\cdots+\lambda_k)},$$

а зная q_1 легко опредѣлить прочіе q; G_1 опредѣляется изъ равенства $G_1=A-q_1g_1$, а при данномъ d легко опредѣлить и прочіе G.

Когда $r_1=r_2=r_3=\cdots=r_k=1$, а $m_1=m_2=m_3=\cdots=m_k=m$, тогда $r_1m_1+r_2m_2+r_3m_3+\cdots+r_km_k=nm$ и $N'=N-nm$; въ этомъ-же случаѣ $\lambda_1=\frac{1}{g_1}$, $\lambda_2=\frac{1}{g_2}$, $\lambda_3=\frac{1}{g_3}$, $\cdots$ $\lambda_k=\frac{1}{g_k}=\frac{1}{g_n}$, потому что $k=n$ въ этомъ случаѣ; оттого $\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\cdots+\lambda_k=\frac{1}{g_1}+\frac{1}{g_2}+\frac{1}{g_3}+\cdots+\frac{1}{g_n}=\lambda$, а $\lambda_2+2\lambda_3+3\lambda_3+\cdots$ $\cdots+(k-1)\lambda_k=\frac{1}{g_2}+\frac{2}{g_3}+\frac{3}{g_4}+\cdots+\frac{n-1}{g_n}=\nu-\lambda$, поэтому

$$q_1=\frac{N-mn+d(\nu-\lambda)}{g_1\lambda},$$ какъ уже было выше (стр. 243) выведено.

241. Для того, чтобъ выигрышный заемъ, по коему не производится ежесрочной уплаты интересовъ (за всякую истекшую единицу времени), не оказался безпроцентнымъ, для этого очевидно необходимо, чтобъ при выходѣ въ тиражъ всякой облигаціи по ней выплачивалась-бы такая премія, которая равняется интересамъ, накопившимся на нарицательную сумму облигаціи съ начала займа до ея выхода въ тиражъ. При нарицательномъ капиталѣ K и числѣ облигацій N, всякая облигація составляетъ $\frac{K}{N}$, а съ накопленными процентами она составитъ

$\frac{K}{N}(1+t)^q$ и это будетъ общее выраженіе g или нормальной преміи, необходимой для полной оплаты всякой облигаціи причитающимися по ней интересами. Поэтому въ разныя единицы времени $\frac{1}{g_1}=\frac{N}{K(1+t)}$, $\frac{1}{g_2}=\frac{N}{K(1+t)^2}$, $\frac{1}{g_3}=\frac{N}{K(1+t)^3}$ $\cdots$; $\frac{1}{g_n}=\frac{N}{K(1+t)^n}$. Вслѣдствіе того необходимо, чтобъ

$$\frac{1}{g_1}+\frac{1}{g_2}+\frac{1}{g_3}+\cdots+\frac{1}{g_n}=\lambda=\frac{N}{K}\left(\frac{1}{(1+t)}+\frac{1}{(1+t)^2}+\frac{1}{(1+t)^3}+\cdots+\frac{1}{(1+t)^n}\right)=$$
$$=\frac{N}{K}\varphi_{n(t)}, \text{ а равно}$$
$$\frac{1}{g_1}+\frac{2}{g_2}+\frac{3}{g_3}+\cdots+\frac{n}{g_n}=\nu=\frac{N}{K}\left(\frac{1}{(1+t)}+\frac{2}{(1+t)^2}+\frac{3}{(1+t)^3}+\cdots+\frac{n}{(1+t)^n}\right)=$$
$$=\frac{N}{K}\left[\left(\frac{1+t}{t}+n\right)\varphi_{n(t)}-\frac{1}{t}\right]$$

(срв. выше стр. 57. § 69). Однако, выигрышнаго займа, построеннаго на такомъ составѣ λ и ν, еще никогда не было, хотя онъ несомнѣнно представлялъ-бы очень большой интересъ для мелкаго капиталиста, направляя его корыстолюбіе къ сбереженію доходовъ отъ принадлежащаго ему капитала, которые иначе расходуются совершенно незамѣтно или которыми обыкновенно многіе пренебрегаютъ. Но при заключеніи выигрышныхъ займовъ подобнаго рода соображенія и заботы о пользахъ заимодавца, особенно мелкаго, необычны, и такъ какъ для заемщика указанное начало не только не представляетъ никакой выгоды, но при немъ становится безразличнымъ, заключался-ли заемъ, какъ выигрышный, безъ видимой полной уплаты всѣхъ причитающихся каждому заимодавцу интересовъ, или съ полною видимою ихъ оплатою (по купонамъ), то обыкновенно предпочитаютъ послѣднее, такъ какъ принято считать, что это для заемщика выгоднѣе.

242. Пусть для процентнаго выигрышнаго займа, заключаемаго на нарицательный капиталъ K и на срокъ n съ уплатою по нему $t\%$ нарицательныхъ интересовъ, въ каждую единицу времени расходуется на m большихъ выигрышей сумма G; малыхъ-же выигрышей въ разныя единицы времени $q_1, q_2, q_3 \cdots q_n$ съ расходомъ по нимъ одинаковой суммы g. Число всѣхъ билетовъ (облигацій) по займу N, нарицательная стоимость каждаго билета $\frac{K}{N}$, а интересовъ по нему $\frac{Kt}{N}$, слѣдовательно составъ ежесрочнаго платежа A будетъ въ первую единицу времени $A=Kt+G+q_1g$. Во вторую единицу времени, когда уже будетъ $m+q$ билетовъ, вышедшихъ въ тиражъ, по которымъ уже не будетъ причитаться интересовъ на капиталъ $(m+q_1)\frac{K}{N}$, составляющихъ $(m+q_1)\frac{Kt}{N}$, поэтому интересовъ будетъ причитаться $(N-m-q_1)\frac{Kt}{N}$, а съ прибавленіемъ суммъ на выигрыши или преміи, весь составъ ежесрочной суммы будетъ $(N-m-q_1)\frac{Kt}{N}+G+q_2g=A$. Разсуждая такимъ-же образомъ для слѣдующихъ единицъ времени, получаемъ слѣдующія равенства состава ежесрочной суммы A въ различныя единицы времени:

$$A=Kt+G+q_1g=(N-m-q_1)\frac{Kt}{N}+G+q_2g=(N-2m-q_2)\frac{Kt}{N}+G+q_3g=$$
$$=(N-3m-q_3)\frac{Kt}{N}+G+q_4g=\cdots[N-(n-1)m-q_1-q_2-\cdots q_{n-1}]\frac{Kt}{N}+G+q_ng.$$

Въ этомъ рядѣ равенствъ общее выраженіе p-аго (всякаго) члена будетъ $[N-(p-1)m-q_1-q_2-\cdots-q_{p-1}]\frac{Kt}{N}+G+q_pg$, а слѣдующаго за нимъ $(p+1)$-аго члена будетъ $N-pm-q_1-q_2-\cdots-q_p)\frac{Kt}{N}+G+q_{p+1}g$. А такъ какъ оба эти члена составляютъ каждый ежесрочную сумму A, то они другъ другу равны и потому: $(N-pm+m-q_1-q_2-\cdots-q_{p-1})\frac{Kt}{N}+G+q_pg=(N-pm-q_1-q_2-\cdots-q_p)\frac{Kt}{N}+G+q_{p+1}g$ или

$q_pg+m\frac{Kt}{N}=q_{p+1}g-q_p\frac{Kt}{N}$, поэтому $\frac{Kt}{N}(q_p+m)=q_{p+1}g-q_pg$ или прибавивъ и убавивъ сумму mg, получимъ $\frac{Kt}{N}(q_p+m)=(q_{p+1}+m)g-(q_p+m)g$, слѣдовательно

$$q_{p+1}+m=\left(\frac{Kt}{N}(q_p+m)+(q_p+m)g\right)\frac{1}{g}=\frac{(q_p+m)\left(\frac{Kt}{N}+g\right)}{g}.$$

Но (q_p+m) означаетъ все число погашаемыхъ билетовъ при p-омъ тиражѣ (въ p-ую единицу времени), а $(q_{p+1}+m)$ означаетъ число погашаемыхъ билетовъ въ $(p+1)$-ую единицу времени, при $(p+1)$-мъ тиражѣ. Слѣдовательно, мы вывели общее выраженіе соотношенія между всякими двумя послѣдовательно идущими одинъ за другимъ тиражами, или между числомъ билетовъ, погашаемыхъ во всякія двѣ единицы времени, идущія одна за другою. Поэтому мы можемъ написать:

$$q_1+m=q_1+m;\ q_2+m=(q_1+m)\frac{\frac{K}{N}t+g}{g};\ q_3+m=(q_2+m)\frac{\frac{K}{N}t+g}{g}=$$

$$=(q_1+m)\left(\frac{\frac{K}{N}t+g}{g}\right)^2;\ q_4+m=(q_1+m)\left(\frac{\frac{K}{N}t+g}{g}\right)^3;\cdots$$

и наконецъ $q_n+m=(q_1+m)\left(\frac{\frac{K}{N}t+g}{g}\right)^{n-1}$.

Но такъ какъ $(q_1+m)+(q_2+m)+(q_3+m)+\cdots\cdots+(q_n+m)=N$, то есть составляетъ все число билетовъ или облигацій по займу, то изъ сего слѣдуетъ, что

$$N=(q_1+m)\left[1+\frac{\frac{K}{N}t+g}{g}+\left(\frac{\frac{K}{N}t+g}{g}\right)^2+\left(\frac{\frac{K}{N}t+g}{g}\right)^3+\cdots\cdots+\left(\frac{\frac{K}{N}t+g}{g}\right)^{n-1}\right]=$$

$$=(q_1+m)\frac{\left(\frac{\frac{K}{N}t+g}{g}\right)^n-1}{\frac{\frac{K}{N}t+g}{g}-1}$$

и слѣдовательно число билетовъ, выходящихъ въ первый тиражъ, составляетъ

$$q_1+m=\frac{\frac{\frac{K}{N}t+g}{g}-1}{\left(\frac{\frac{K}{N}t+g}{g}\right)^n-1}N.$$

Зная отсюда q_1, легко уже по равенству $A=Kt+G+q_1g$ привести въ извѣстность ежесрочную сумму A, или когда извѣстна ежесрочная сумма, привести въ извѣстность $G=A-Kt-q_1g$.

Выяснимъ на примѣрѣ примѣненіе только что выведенной формулы. Въ 1869 году городъ Мадридъ заключилъ 3%-ный выигрышный заемъ на 42.500.000 франковъ (425.000 билетовъ по 100 фр.), объявивъ о ходѣ ихъ погашенія лишь слѣдующее. Подлежали погашенію:

Въ періоды.	Число облигацій, погашаемыхъ			Ежегодная сумма премій.	Число большихъ выигрышей.
	по нарицательной цѣнѣ.	съ преміями.	всего.		
1869— 73	218	800	1.018	322.400	160
1874— 83	19.714	800	20.514	163.200	80
1884— 93	29.251	800	30.051	144.400	80
1894—1913	111.808	1 600	113.408	82.200	80
1914— 23	83.740	800	84.540	115.700	80
1924— 33	110.034	800	110.834	147.800	80
1934— 36	39.211	240	39.451	177.600	80
1937— 38	25.024	160	25.184	329.600	80
	419.000	6.000	425.000		

Въ 1869—73 г. предполагались ежегодно 4 тиража выигрышей, въ 1874—83 годахъ уже только два тиража; однако съ 1875 г. городъ Мадридъ оказался несостоятельнымъ и совсѣмъ ничего не платилъ по своему займу, ни процентовъ, ни капитала, ни премій, но планъ его займа тѣмъ не менѣе интересенъ по своей кажущейся загадочности, которую впрочемъ нетрудно раскрыть. Въ самомъ дѣлѣ для опредѣленія числа облигацій, выходящихъ съ тиражъ въ первомъ году перваго періода, въ которомъ $n=5$, $m=160$, $\frac{K}{N}t=3$ и $N=1.018$ мы имѣемъ по нашей формулѣ

$$q_1=\frac{\frac{3+100}{100}-1}{\left(\frac{3+100}{100}\right)^5-1}\,1.018-160=\frac{0{,}03}{(1{,}03)^5-1}\,1.018-160=191{,}745-160=31{,}745$$

или 32 облигаціи. Такъ какъ въ нашемъ примѣрѣ $\frac{1}{g}\left(\frac{K}{N}t+g\right)=1{,}03$, то во второмъ году погашено $q_2=191{,}745\times 1{,}03$, въ третьемъ году $191{,}745(1{,}03)^2$ и т. д. Въ первомъ году второго періода 1874 — 83 подлежали погашенію при $\frac{K}{N}t=3$, $N=20.514$, $n=10$, $m=80$

$$q_1=\frac{0{,}03}{(1{,}30)^{10}-1}\,20.514-80=1.789{,}45-80=1.709{,}45 \text{ облигацій}$$

и поэтому въ томъ же періодѣ $q_2=1.789{,}45\times 1{,}03$, $q_3=1.789(1{,}03)^2$, $q_4=1.789(1{,}03)^3$

и т. д. Продолжая эти вычисленія для слѣдующихъ періодовъ, найдемъ, что q_1 или число погашаемыхъ по нарицательной цѣнѣ облигацій должно было составить въ 1884 году 2.541 облигація, въ 1894 году 4.141 облигація, въ 1904 году 7.295 облигацій, въ 1924 году 9.588 облигацій, въ 1934 году 12.684 облигацій и въ 1937 году 12.326 облигацій. Отдѣльно-же по всѣмъ годамъ періода 1924—33, напримѣръ, это вычисленіе должно было доставить слѣдующія числа, рядомъ съ коими мы ставимъ и численное значеніе прочихъ элементовъ займа.

Годъ.	Погашаемыхъ		Оставшихся непогашенными.	Годичный расходъ на уплаты			
	по нарицательной цѣнѣ q.	съ преміями m.		по купонамъ.	погашенія капитала долга.	премій.	всего ежегодно.
1924	9.588	80	175.469	526.407	958.800	147.800	1.633.007
1925	9.878	80	165.801	487.403	987.800	147.800	1.633.003
1926	10.176	80	155.843	467.529	1.017.600	147.800	1.632.929
1927	10.485	80	145.587	436.761	1.048.500	147.800	1.633.061
1928	10.802	80	135.022	405.066	1.080.200	147.800	1.633.066
1929	11.128	80	124.140	372.420	1.112.800	147.800	1.633.020
1930	11.464	80	112.932	338.796	1.146.400	147.800	1.632.996
1931	11.811	80	101.388	304.164	1.181.100	147.800	1.633.064
1932	12.167	80	89.497	268.491	1.216.700	147.800	1.632.991
1933	12.535	80	77.250	231.750	1.253.500	147.800	1.633.050

243. Если въ такомъ-же займѣ сумма, расходуемая на большіе выигрыши, составляетъ убывающую ариѳметическую прогрессію со знаменателемъ d и поэтому $G_2=G_1-d$, $G_3=G_2-d$ и т. д., наконецъ $G_n=G_{n-1}-d$, то въ такомъ случаѣ ежесрочная сумма $A=Kt+G_1+q_1g=(N-m-q_1)\frac{K}{N}t+G_2+q_2g=(N-2m-q_1-q_2)\frac{K}{N}t+G_3+q_3g=$ и т. д., поэтому $Kt+G_1+q_1g=N\frac{K}{N}t-m\frac{K}{N}t-q_1\frac{K}{N}t++G_1-d+q_2g$ или $q_1g+m\frac{K}{N}t+q_1\frac{K}{N}t+d=q_2g$, а съ добавленіемъ и убавленіемъ въ первой части равенства суммы mg и перенесеніемъ $-mg$ во вторую часть равенства, получается $(q_1+m)g+(q_1+m)\frac{K}{N}t+d=(q_2+m)g$ и поэтому $q_2+m=\frac{1}{g}\left[(q_1+m)\left(\frac{K}{N}t+g\right)+d\right]$. Для сокращенія письма положимъ, что $\frac{1}{g}\left(\frac{K}{N}t+g\right)=z$ и $\frac{d}{g}=y$, тогда $q_2+m=z(q_1+m)+y$. Равнымъ образомъ выводится, что $Kt-m\frac{K}{N}t-q_1\frac{K}{N}t+G_2+q_2g=Kt-2m\frac{K}{N}t-q_1\frac{K}{N}t-q_2\frac{K}{N}t+G_3-d+q_3g$, каковое равенство упрощается въ $q_2g+m\frac{K}{N}t+q_2\frac{K}{N}t+d=q_3g$, а прибавленіемъ и убавленіемъ къ первой части равенства суммы mg и перенесеніемъ $-mg$ во вторую

часть равенства получится $q_2 y + my + m\frac{K}{N}t + q_2\frac{K}{N}t + d = q_3 g + mg$ или $(q_2+m)g + (q_2+m)\frac{K}{N}t + d = (q_3+m)g$ или $(q_2+m)\left(\frac{K}{N}t+g\right)+d=(q_3+m)g$; слѣдовательно:

$q_3+m=\frac{1}{g}\left[(q_2+m)\left(\frac{K}{N}t+g\right)+d\right]=\frac{1}{g}\left\{\frac{1}{g}\left[(q_1+m)\left(\frac{K}{N}t+g\right)+d\right]\left(\frac{K}{N}t+g\right)+d\right\}=$
$=(q_2+m)z+y=[(q_1+m)z+y]z+y=(q_1+m)z^2+yz+y$. Такимъ-же точно образомъ выводится, что $q_4+m=(q_3+m)z+y=[(q_1+m)z^2+yz+y]z+y=$
$=(q_1+m)z^3+yz^2+yz+y$ и т. д., наконецъ что $q_n+m=(q_{n-1}+m)z+y=$
$=(q_1+m)z^{n-1}+yz^{n-2}+yz^{n-3}+\cdots+yz+y$. Сложеніемъ этихъ выраженій числа билетовъ, погашаемыхъ во всякую единицу времени, получаемъ $(q_1+m)(1+z+z^2+z^3+\cdots+z^{n-1})+y(1+z+z^2+z^3+z\cdots+z^{n-2})+y(1+z+z^2+\cdots+z^{n-3})+\cdots\cdots+y(1+z)+y=N$. Чрезъ подведеніе-же итоговъ членамъ заключенныхъ въ скобки прогрессій получается:

$$(q_1+m)\frac{z^n-1}{z-1}+y\frac{z^{n-1}-1}{z-1}+y\frac{z^{n-2}-1}{z-1}+\cdots+y\frac{z-1}{z-1}=N=(q_1+m)\frac{z^n-1}{z-1}+$$
$$\frac{y}{z-1}(z^{n-1}-1+z^{n-2}-1+z^{n-3}-1+\cdots+z-1)=(q_1+m)\frac{z^n-1}{z-1}+\frac{y}{z-1}\left(\frac{z^n-1}{z-1}-n\right)$$

и слѣдовательно $(q_1+m)\frac{z^n-1}{z-1}=N-\frac{y}{z-1}\left(\frac{z^n-1}{z-1}-n\right)$, поэтому

$$q_1+m=\frac{z-1}{z^n-1}\left[N-\frac{y}{z-1}\left(\frac{z^n-1}{z-1}-n\right)\right]=\frac{N(z-1)}{z^n-1}-\frac{y}{z^n-1}\left(\frac{z^n-1}{z-1}-n\right)=$$
$$\frac{N(z-1)}{z^n-1}+\frac{y}{z-1}+\frac{ny}{z^n-1}=\frac{N(z-1)+ny}{z^n-1}-\frac{y}{z-1}.$$

Напримѣръ, австрійскій 5%-ный выигрышный заемъ 1870 года для улучшенія судоходства по Дунаю заключенъ на 50 лѣтъ и на капиталъ въ 24.000.000 гульд., раздѣленный на 240.000 облигацій по 100 гульд. (реализована половина по 102,3, но при подписной цѣнѣ по 106 за 100, а другая половина по 92,1 за 100). Ежегодный расходъ по займу на проценты, погашеніе и выигрыши 1.440.000 гульд. Ежегодно бываетъ 5 большихъ выигрышей и сумма ихъ ежегодно убываетъ на 1.000 гульденовъ, остальныя облигаціи погашаются только 100 гульденами, получая по купонамъ $2^1/_2$% въ каждое полугодіе. Очевидно при этомъ $N=240.000$ $m=5, n=50, \frac{K}{N}t=5$, $y=100$ и $d=1.000$, поэтому $z=\frac{1}{g}\left(\frac{K}{N}t+g\right)=\frac{105}{100}=1.05$ и $y=\frac{d}{g}=\frac{1.000}{100}=10$, поэтому $z^n=11,4674$ и слѣдовательно по выведенной формулѣ $q_1+m=\frac{240.000\times 0,05+500}{10,4674}+\frac{10}{0,05}=994,184$, а такъ какъ $m=5$, то $q=994,184-5=989,184$, а такъ какъ, далѣе, $q_{p+1}+m=(q_p+m)z+y$, то значитъ всякое число облигацій, погашаемыхъ въ слѣдующую единицу времени, получится изъ числа облигацій предшествующей единицы времени помноженіемъ его на $z=1,05$ и вычетомъ изъ произведенія $y=10$, то есть нужно будетъ на всякое предшествующее число начислить 5% и затѣмъ вычесть изъ полученнаго числа 10 единицъ. Зная, что $q_1=989,184$, а потому $q_1 g=98.918,4$, и что $A=1.440.000$, а $Kt=1.200.000$, сумма большихъ выигрышей опредѣляется $G=1.440.000-1.200.000-98.918,4=141.081,6$. Эту послѣднюю сумму можно иначе вычислить. А именно

для интересовъ и погашенія въ 50 лѣтъ простаго 5%-наго займа на 24.000.000 нужно ежегодно расходовать $\frac{K}{\varphi_{50(5)}} = 1.314.642$, а такъ какъ по данному займу ассигновано для расходовъ 1.440.000, то значитъ 1.440.000—1.314.642 = 125.358 оставалось-бы для выигрышей, еслибъ ихъ сумма была неизмѣняющаяся; но она убывающая ежегодно на 1.000 руб., поэтому въ началѣ она будетъ больше, а потомъ все меньше и меньше; однако, наличная стоимость ея за всѣ единицы времени будетъ равняться наличной стоимости ежесрочной суммы въ 125.358, составляющей $125.358\varphi_{50(5)} = 2.288.532$. Поэтому искомая сумма можетъ быть вычислена по равенству $\frac{x}{1,05} + \frac{x-1.000}{(1,05)^2} + \frac{x-2.000}{(1,05)^3} + \frac{x-3.000}{(1,05)^4} + \cdots + \frac{x-49.000}{(1,05)^{50}} = 2.288.532$

или $\left(\frac{x}{1,05} + \frac{x}{(1,05)^2} + \frac{x}{(1,05)^3} + \cdots + \frac{x}{(1,05)^{50}}\right) - 1.000\left(\frac{1}{(1,05)^2} + \frac{2}{(1,05)^3} + \frac{3}{(1,05)^4} + \cdots + \frac{49}{(1,05)^{50}}\right)$*) $=$

$= 2.288.532$ или $x\varphi_{50(5)} - 1.000\left(\frac{1}{0,05}\varphi_{50(5)} - \frac{50}{0,05(1,05)^{50}}\right) = 2.288.532$

откуда $x = 140.581,6$, а съ прибавленіемъ нарицательной стоимости 5 билетовъ, получающихъ большіе выигрыши (500), оказывается какъ выше 141.081,6.

244. Чтобъ прослѣдить ходъ платежей по выигрышному займу, когда они производятся по полугодіямъ, положимъ, что по займу, заключенному на срокъ n на капиталъ K, раздѣленному на N билетовъ или облигацій, или съ нарицательнымъ достоинствомъ $\frac{K}{N}$, въ каждое полугодіе уплачивается t'% интересовъ и въ каждое-же полугодіе производится тиражъ, въ который входитъ по m билетовъ съ большими выигрышами, вызывающими расходъ неизмѣняющейся суммы G, и въ каждое полугодіе 1-го, 2-го, 3-го и т. д. до n-аго года по q_1, q_2, $q_3 \cdots q_n$ билетовъ, оплачиваемыхъ каждый суммою g. Въ первое полугодіе будетъ израсходовано t'% интересовъ на N облигацій по $\frac{K}{N}$ каждая и сверхъ того на большіе выигрыши сумма G, а на меньшія суммы $q_1 g$, или всего $N\frac{K}{N}t' + G + q_1 g$; во второе-же полугодіе уже не нужно будетъ уплачивать t'% интересовъ на вышедшія въ первое полугодіе въ тиражъ $m + q_1$ облигацій и оттого расходъ составитъ $(N - m - q_1)\frac{K}{N}t' + G + q_1 g$; за весь-же первый годъ ежесрочная сумма $A = N\frac{K}{N}t' + G + q_1 g + N\frac{K}{N}t' - m\frac{K}{N}t' - q_1\frac{K}{N}t' + G + q_1 g = (2N - m - q_1)\frac{K}{N}t' + 2G + 2q_1 g$. Въ третье и четвертое полугодія или во второмъ году расходъ составитъ $\left[(N - 2q_1 - 2m)\frac{K}{N}t' + G + q_2 g\right] + \left[(N - 2q_1 - q_2 - 3m)\frac{K}{N}t' + G + q_2 g\right] =$

$= (2N - 4q_1 - q_2 - 5m)\frac{K}{N}t' + 2G + 2q_2 g = A$. Также точно въ пятомъ и шестомъ полугодіяхъ, или въ третьемъ году, расходъ составитъ $A = (2N - 4q_1 - 4q_2 - q_3 - 9m)\frac{K}{N}t' + 2G + 2q_3 g$ и т. д. Въ $(p-1)$-мъ году расходъ составитъ

*) Формулу для приведенія въ извѣстность $d\left(\frac{1}{(1+T)^2} + \frac{2}{(1+T)^3} + \frac{3}{(1+T)^4} + \cdots + \frac{n-1}{(1+T)^n}\right)$ см. выше § 70, стр. 57.

$A=[2N-4q_1-4q_2-4q_3-\cdots-4q_{p-2}-q_{p-1}-(4p-7)m.^*]\frac{K}{N}t'+2G+2q_{p-1}g$. Въ слѣдующемъ-же p-омъ году расходъ составитъ $A=[2N-4q_1-4q_2-\cdots-4q_{p-1}-q_p-(4p-3)m.^*]\frac{K}{N}t'+2G+2q_pg$. Изъ послѣднихъ двухъ равенствъ, составляющихъ одно и тоже A и поэтому имѣющихъ разностью 0, слѣдуетъ, что $(3q_{p-1}+q_p+4m)\frac{K}{N}t'+2q_{p-1}g-2q_pg=0$, а это мы можемъ, не измѣняя существа, представить и въ такомъ видѣ: $[3(q_{p-1}+m)+(q_p+m)]\frac{K}{N}t'+2g(q_{p-1}+m)-2g(q_p+m)=0$. Отсюда слѣдуетъ, что

$(q_p+m)\left(\frac{K}{N}t'-2g\right)+(q_{p-1}+m)\left(3\frac{K}{N}t'+2g\right)=0$ и оттого $(q_p+m)\left(2g-\frac{K}{N}t'\right)=$

$=(q_{p-1}+m)\left(2g+3\frac{K}{N}t'\right)$ и слѣдовательно $q_p+m=(q_{p-1}+m)\frac{2g+3\frac{K}{N}t'}{2g-\frac{K}{N}t'}$. Если для краткости мы означимъ, $\frac{2g+3\frac{K}{N}t'}{2g-\frac{K}{N}t'}=u$, то очевидно

$q_1+m=q_1+m$; $q_2+m=(q_1+m)u$; $(q_3+m)=(q_2+m)u=(q_1+m)u^2$;
$q_4+m=(q_3+m)u=(q_1+m)u^3$;$\cdots$ и наконецъ $q_n+m=(q_{n-1}+m)u=$
$=(q_1+m)u^{n-1}$,

а такъ все это выраженія чиселъ облигацій, погашаемыхъ въ первыя половины всѣхъ n лѣтъ, то всѣ вмѣстѣ они составляютъ половину N или

$(q_1+m)(1+u+u^2+u^3+\cdots+u^{n-1})=\frac{N}{2}$ или $(q_1+m)\frac{u^n-1}{u-1}=\frac{N}{2}$; слѣдовательно $q_1+m=\frac{N}{2}\cdot\frac{u-1}{u^n-1}$, чѣмъ дана возможность приведенія въ извѣстность и всѣхъ прочихъ элементовъ.

Напримѣръ, австрійскій 5%-ный выигрышный заемъ 1860 года на 200.000.000 гульд. на срокъ 57 лѣтъ состоялъ изъ 400.000 облигацій или билетовъ по 500 гульд., по коимъ въ полугодіе уплачивается $2^1/_2\%$. Ежегодно производятся два тиража, при чемъ каждый разъ бываетъ 50 большихъ выигрышей, на которые расходуется по 500.000 гульденовъ; остальные, выходящіе въ тиражъ, билеты оплачиваются съ премією въ 100 гульд., или суммою въ 600 гульд., и число тиражируемыхъ въ каждое полугодіе каждаго года билетовъ одинаково. Слѣдовательно, $N=400.000$, $m=50$, $n=57$, $\frac{K}{N}t'=12^1/_2$, $g=600$, поэтому $u=\frac{1.200+37,_5}{1.200-12,_5}=$
$=\frac{1.237,_5}{1.187,_5}=\frac{99}{95}$, а потому $\frac{u^n-1}{u-1}=225,_{4939}$ и оттого $q_1+m=\frac{N}{2}:\frac{u^n-1}{u-1}=\frac{200.000}{225,_{4939}}=$

*) Число большихъ выигрышей, вышедшихъ въ тиражъ, будетъ въ первомъ году $1m$, во второмъ $(1+4)m$, въ третьемъ $(1+2\cdot4)m=9m$, въ четвертомъ $(1+3\cdot4)m=13m$; поэтому въ $(p-1)$-мъ году оно будетъ $[1+(p-2)4]m=(1+4p-8)m=(4p-7)m$; въ p-омъ году оно будетъ $[1+(p-1)4]m=(1+4p-4)m=(4p-3)m$; въ $(p+1)$-омъ году оно будетъ: $(1+4p)m$ или $(4p+1)m$.

$= 886{,}942$. Поэтому $q_2 + m = 886{,}942 \times \frac{99}{95} = 924{,}28$, $q_3 + m = 924{,}28 \times \frac{99}{95} = 963{,}20$, $q_4 + m = 963{,}2 \times \frac{99}{95} = 1.003{,}76$ и т. д. Слѣдовательно, на интересы по займу потребуется $2^1/_2{}^0/_0$ на 200.000.000 или 5.000.000; на 886,942 облигаціи, погашаемыя въ первое полугодіе, по 600, всего 532.165, а за вычетомъ нарицательной стоимости 50 облигацій, погашаемыхъ крупными выигрышами, 502.165, и наконецъ на большіе выигрыши 500.000; всего-же 6.002.165 гульд. въ полугодіе составятъ весь ежесрочный расходъ по займу.

245. Возьмемъ другой примѣръ. Городской Брюсселькій $3^0/_0$-ный заемъ 1862 г. на 25.000.000 франковъ состоялъ изъ 250.000 билетовъ по 100 фр., погашаемыхъ 132 полугодовыми тиражами, изъ конхъ при первыхъ 16 тиражахъ было по $m = 83$ большихъ выигрыша на $G = 90.000$ фр., а при слѣдующихъ 116 тиражахъ было по $m' = 73$ большихъ выигрыша на $G' = 64.031$ фр.; остальные-же, выходившіе въ тиражъ, билеты, оплачивались только $g = 100$ франками. Очевидно, въ этомъ случаѣ расходъ первыхъ 8 лѣтъ составлялъ $Kt + 2G + 2q_1\, g = (N - 2q_1 - 2m)\frac{K}{N}t + 2G + 2q_2\, g = \cdots = (N - 2q_1 - 2q_2 - \cdots - 2q_7 - 14m)\frac{K}{N}t + 2G + 2q_8\, g$. Съ 9-го же года расходъ за оба полугодія каждаго года уже составлялъ $(N - 2q_1 - 2q_2 - \cdots - 2q_8 - 16m)\frac{K}{N}t + 2G' + 2q_9\, g = (N - 2q_1 - 2q_2 - \cdots - 2q_9 - 16m - 2m')\frac{K}{N}t + 2G' + 2q_{10}g = (N - 2q_1 - 2q_2 - \cdots - 2q_{10} - 16m - 4m')\frac{K}{N}t + 2G' + 2q_{11}g =$ и т. д., при чемъ конечно расходы съ 8-го года только въ составѣ измѣняются, но равняются по суммѣ прежнимъ годовымъ расходамъ. Изъ приведенныхъ равенствъ слѣдуетъ для первыхъ 8 лѣтъ, что $(2q_1 + 2m)\frac{K}{N}t + 2q_1\, g - 2q_2\, g = 0$, далѣе $(2q_2 + 2m)\frac{K}{N}t + 2q_2\, g - 2q_3\, g = 0$, и т. д., наконецъ $(2q_7 + 2m)\frac{K}{N}t + 2q_7\, g - 2q_8\, g = 0$. Если для краткости мы положимъ $\frac{1}{g}\left(\frac{K}{N}t + g\right) = u$, то очевидно $q_1 + m = q_1 + m$; $q_2 + m = (q_1 + m)\, u$; $q_3 + m = (q_2 + m)\, u = (q_1 + m)\, u^2$ и т. д., наконецъ $q_8 + m = (q_1 + m)\, u^7$. Изъ равенства-же расхода 9-го и 8-го годовъ слѣдуетъ, что $(2q_8 + 2m)\frac{K}{N}t + 2G - 2G' + 2q_8\, g - 2q_9\, g = 0$ или $(q_8 + m)\frac{K}{N}t + G - G' + q_8\, g - q_9\, g = 0$ или съ прибавленіемъ и убавленіемъ суммъ mg и $m'g$ получаемъ $(q_8 + m)\frac{K}{N}t + G - G' + (q_8 + m)g - (q_9 + m')g - (m - m')g = 0$. Поэтому $(q_8 + m)\left(\frac{K}{N}t + g\right) + G - G' - (m - m')g = (q_9 + m)g$, а изъ сего слѣдуетъ, что

$$q_9 + m = \frac{1}{g}\left(\frac{K}{N}t + g\right)(q_8 + m) + \frac{1}{g}(G - G') - (m - m') \text{ или}$$

$$q_9 + m = (q_8 + m)\, u + \frac{1}{g}(G - G') - (m - m').$$

Если мы означимъ $\frac{1}{g}(G - G') - (m - m') = w$, то $q_9 + m = (q_8 + m)\, u +$

$+w = (q_1 + m)\,u^8 + w$ и далѣе $q_{10} + m = (q_9 + m)\,u = (q_1 + m)\,u^9 + wu$; $q_{11} + m = (q_{10} + m)\,u = (q_1 + m)^{10} + wu^2$; $q_{12} + m = (q_{11} + m)\,u = (q_1 + m)\,u^{11} + wu^3$ и т. д., наконецъ $q_{66} + m = (q_1 + m)^{65} + wu^{57}$.

Въ нашемъ примѣрѣ $G = 90.000$, $G' = 64.031$ и $g = 100$, поэтому $\frac{1}{g}(G - G') = 259{,}69$, а $m - m' = 83 - 73 = 10$, поэтому $u = \frac{103}{100} = 1{,}03$ и $w = 249{,}69$. Сложивъ только-что выведенныя выраженія числа облигацій, погашаемыхъ въ каждое полугодіе нѣкаго года, получимъ:

$$q_1 + m + q_2 + m + q_3 + m + \cdots\cdots + q_{66} + m = (q_1 + m)\cdot\frac{u^{66} - 1}{u - 1} + w\,\frac{u^{58} - 1}{u - 1} = \frac{N}{2},$$

слѣдовательно

$$q_1 + m = \frac{u - 1}{u^{66} - 1}\left(\frac{N}{2} - w\,\frac{u^{58} - 1}{u - 1}\right).$$

Въ нашемъ примѣрѣ $\frac{N}{2} = 125.000$ билетовъ; $\frac{u^{66} - 1}{u - 1} = 201{,}16$, а $\frac{u^{58} - 1}{u - 1} = 151{,}780037$, поэтому $w \cdot \frac{u^{58} - 1}{u - 1} = 249{,}69 \times 151{,}780033 = 37.898$, а потому $q_1 + m = \frac{1}{201{,}16}(125\,000 - 37.898) = 433$ и слѣдовательно въ первомъ году погашается 866 облигацій, по второмъ году $866 \times 1{,}03 = 892$, въ третьемъ году $892 \times 1{,}03 = 919$ и т. д.

246. Если по выигрышному займу, по которому на капиталъ уплачивается $t^0/_0$ нарицательныхъ, сверхъ m билетовъ съ большими выигрышами, погашаемыхъ частью получаемыхъ ими выигрышей, остальные билеты, выходящіе ежесрочно въ тиражъ, выкупаются съ погасительною премію, а именно по выкупной стоимости g', которая больше ихъ нарицательной стоимости g, то очевидно суммою B_1, расходуемою на погашеніе въ первую единицу времени, будетъ выкуплено облигацій или билетовъ $q_1 = \frac{B_1}{g'}$, всего-же будетъ погашено въ первую единицу времени билетовъ $(m + q_1)$ билетовъ на нарицательный капиталъ $(m + q_1)g$, на который во вторую единицу времени уже не будетъ расходоваться $t^0/_0$ интересовъ или $(m + q_1)\,gt$ и это сбереженіе на интересахъ будетъ употреблено на выкупъ билетовъ, такъ что всего на этотъ выкупъ будетъ по вторую единицу времени израсходовано $B_1 + (m + q_1)\,gt$ и по выкупной цѣнѣ g' число выкупленныхъ билетовъ составитъ $\frac{B_1 + (m + q_1)gt}{g'}$. Все-же число погашенныхъ билетовъ составитъ во вторую единицу времени во-первыхъ столько-же, сколько въ первую единицу или $q_1 + m$ и во-вторыхъ съ тою прибавкою, которая получится отъ $\frac{(m + q_1)gt}{g'}$, или всего

$$m + q_2 = (m + q_1) + (m + q_1)\,\frac{gt}{g'} = (m + q_1)\left(1 + \frac{gt}{g'}\right).$$

Также точно выводится, что въ третью единицу времени будетъ выкуплено билетовъ $(m + q_1)\left(1 + \frac{gt}{g'}\right)^2$, въ четвертую единицу времени ихъ будетъ выкуплено $(m + q_1)\left(1 + \frac{gt}{g'}\right)^3$ и т. д., вообще въ p-ую единицу времени ихъ будетъ выкуплено $(m + q_1)\left(1 + \frac{gt}{g'}\right)^{p-1}$. Положимъ для краткости, что $1 + \frac{gt}{g'} = \sigma$. Сложеніемъ выведенныхъ выраженій мы получимъ, что все число выкупленныхъ въ p единицъ времени билетовъ или облигацій (означимъ его чрезъ N_p) составитъ:

$N_p = (q_1 + m)\,(1+\sigma+\sigma^2+\sigma^3+\cdots+\sigma^{p-1}) = (q_1 + m)\,\frac{\sigma^p - 1}{\sigma - 1}$ или такъ какъ изъ равенства $1+\frac{gt}{g'} = \sigma$ слѣдуетъ, что $\sigma - 1 = \frac{gt}{g'}$ и такъ какъ $q_1 = \frac{B_1}{g'}$, то посему

$$N_p = q_1\,\frac{\sigma^p - 1}{\sigma - 1} + m\,\frac{\sigma^p - 1}{\sigma - 1} = \frac{B_1}{g'}\cdot\frac{(\sigma^p - 1)g'}{gt} + \frac{mg'}{gt}\,(\sigma^p - 1) =$$
$$\frac{B_1}{gt}\,(\sigma^p - 1) + \frac{mg'}{gt}(\sigma^p - 1) = \frac{B_1 + mg'}{gt}\,(\sigma^p - 1).$$

Такъ какъ въ тоже время (въ томъ числѣ) билетовъ съ большими выигрышами изъ суммъ послѣднихъ будетъ погашено въ p тиражей, по m въ каждомъ, всего pm, то очевидно, что вычтя эти pm изъ только что выведеннаго выраженія, мы получимъ число выкупленныхъ прочихъ билетовъ, воспользовавшихся только погасительною премією; означивъ ихъ число чрезъ N_p можемъ написать:

$$N'_p = N_p - mp = (m + q_1)\,\frac{\sigma^p - 1}{\sigma - 1} - mp.$$

Зная m и q_1, мы можемъ вычислить N' при всякомъ значеніи p; если-же только m и все число (N) билетовъ или облигацій по займу даны, а вычислить нужно q_1, то изъ равенства N_p слѣдуетъ, что $q_1 = N\,\frac{\sigma - 1}{\sigma^n - 1} - m$, причемъ n означаетъ срокъ займа. Такъ какъ $\sigma - 1 = \frac{gt}{g'}$, то

$$q_1 = N\cdot\frac{gt}{g'}\cdot\frac{1}{\sigma^n - 1} - m.$$

Это число билетовъ будетъ выкуплено по g' за каждый билетъ и для ихъ выкупа будетъ израсходована сумма B_1; посему:

$$B_1 = q_1 g' = \frac{gt}{\sigma^n - 1}\,N - mg'.$$

Слѣдовательно, при p-омъ тиражѣ будетъ, независимо отъ выигрышей, выкуплено билетовъ $(q_1 + m)\,\sigma^{p-1} - m$, а расходъ на ихъ выкупъ составитъ $g'\,[(q_1 + m)\,\sigma^{p-1} - m]$.

247. Наиболѣе сложны вычисленія по русскимъ выигрышнымъ займамъ, составившимъ въ свое время эпоху въ исторіи выигрышныхъ займовъ, такъ какъ на подобныхъ солидныхъ основаніяхъ и со столь многочисленными выгодами для капиталистовъ никогда прежде выигрышные займы не заключались; извѣстнымъ изслѣдователемъ этого предмета, Вильдомъ, они поэтому были признаны наилучшими во всѣхъ отношеніяхъ изъ всѣхъ подобнаго рода займовъ *). Коренныя ихъ особенности, какъ извѣстно, слѣдующія: 1) на (кажущійся) ихъ нарицательный капиталъ (Q=100.000.000) уплачивается $2^1/_2$% интересовъ въ полугодіе, 2) каждая облигація по нимъ пользуется погасительною премією и притомъ возрастающею, вслѣдствіе чего выкупная стоимость облигаціи или билета составляетъ въ первыя n_1=20 полугодій g_1=120 руб., въ слѣдующія n_2=30 полугодій g_2=125 р., въ слѣдующія n_3=20 полугодій g_3=130 рублей, потомъ въ теченіи n_4=20 полугодій g_4=135 рублей, за симъ въ теченіи n_5=10 полугодій g_5=140 рублей, въ теченіи n_6=12 полугодій g_6=145 рублей, наконецъ въ послѣднія n_7=8 полугодій g_7=150 рублей. Такимъ образомъ, весь срокъ займа, или n=120 полугодіямъ, раз-

*) *Wild*, Die europaeischen Lotterie-Anleihen, p. 360.

дѣленъ на $s=7$ періодовъ указанной продолжительности съ 7 погасительными преміями въ 20%, 25%, 30% и т. д. до 50%, составляющими ариѳметическую прогрессію съ разностью 5. 3) Сверхъ того въ первые 30 лѣтъ въ каждое полугодіе, а въ послѣдніе 30 лѣтъ ежегодно производится тиражъ выигрышей, на который расходуется ежесрочная сумма $G=600.000$ рублей. 4) Облигаціи, получившія изъ этихъ 600.000 р. выигрыши, не погашаются частью ихъ, а остаются въ силѣ, могутъ слѣдовательно болѣе, чѣмъ одинъ разъ, получать выигрыши изъ означенныхъ 600.000 р., впредь до ихъ погашенія на общемъ основаніи (съ упомянутыми погасительными преміями) изъ средствъ, назначенныхъ на погашеніе займа. 5) Наиважнѣйшая-же особенность русскихъ выигрышныхъ займовъ, главнымъ образомъ усложняющая вычисленія по нимъ, заключается въ томъ, что погашеніе выходящихъ въ тиражъ билетовъ производится изъ двухъ источниковъ: во-первыхъ изъ основного расхода на погашеніе B и процентовъ на погашенные предъидущими тиражами билеты, и во-вторыхъ изъ той суммы на большіе выигрыши ($G=600.000$ р.), которая только въ первые 30 лѣтъ расходуется въ оба полугодія на выигрыши, во вторые-же 30 лѣтъ расходуется въ одно полугодіе на выигрыши, а въ другое на погашеніе капитала долга. Слѣдовательно, срокъ займовъ n не только образуется изъ $s=7$ періодовъ, но сверхъ того разбивается на двѣ части и $n=n'+n''$, изъ коихъ въ часть n' сумма G служитъ только для выигрышей, а въ часть n'' она служитъ для выигрышей и для погашенія. Необходимо поэтому вычислить, сколько билетовъ погашается каждымъ изъ указанныхъ двухъ источниковъ отдѣльно. Сколько погашается первымъ источникомъ (N'), мы можемъ опредѣлить на основаніи формулы, выше нами выведенной для займовъ съ различными погасительными преміями для разныхъ періодовъ, изъ коихъ образуется ихъ срокъ (см. § 231, стр. 238). А именно, означая чрезъ $kt=i$ сумму интересовъ по каждой облигаціи (въ нашемъ примѣрѣ 2 р. 50 к. въ полугодіе), мы знаемъ, что итогъ погашенныхъ къ концу s-аго періода облигацій составляетъ:

$$N'_s=\frac{B}{kt}(\rho-1)$$

при чемъ $\rho=\left(1+\frac{kt}{g_1}\right)^{n_1}\cdot\left(1+\frac{kt}{g_2}\right)^{n_2}\cdot\left(1+\frac{kt}{g_3}\right)^{n_3}\cdot\left(1+\frac{kt}{g_4}\right)^{n_4}\cdot\ldots\cdot$
$\ldots\cdot\left(1+\frac{kt}{g_{s-1}}\right)^{n_{s-1}}\cdot\left(1+\frac{kt}{g_s}\right)^{n_s}$

При опредѣленіи числа билетовъ (N''), которые будутъ погашены изъ второго источника или ежесрочной суммы G, необходимо имѣть въ виду, что такъ какъ погашеніе производится въ каждое полугодіе, а сумма G служитъ для этого лишь одинъ разъ въ годъ: то въ одномъ (нечетномъ) полугодіи на погашеніе будетъ идти эта сумма съ нарослими на нее отъ предъидущихъ погашеній процентами, а въ другое (четное) полугодіе каждаго года будутъ идти только проценты на выкупленные изъ источника G въ предшествовавшія полугодія билеты. Поэтому, чтобъ выяснить, какое значеніе для погашенія имѣетъ второй изъ его источниковъ, то есть, средства, проистекающія отъ ежесрочной суммы G съ нарастающими на нее процентами (сколько билетовъ можетъ быть выкуплено или погашено означенными средствами), разсуждаемъ такъ.

Положимъ, что во второй части срока займа (n''), послѣ c полугодій, начиная съ $(c+1)$-го полугодія, билеты погашаются (выкупаются) по цѣнѣ g_m въ продолженіи

четнаго числа n_m полугодій, при чемъ за сумму G выкупается $\frac{G}{g_m} = q_m$ билетовъ. Такъ какъ отъ начала второй части срока займа (n''), или отъ ($n''+1$)-го до ($c+1$)-го полугодія, уже было на средства отъ G выкуплено нѣкоторое число билетовъ (мы его означимъ чрезъ N'_c), то причитавшіеся по этимъ билетамъ интересы $N'_c kt$) могли потомъ служить для усиленія средствъ погашенія. Поэтому и принимая c за четное число, въ ($c+1$)-ое полугодіе всего имѣлось для выкупа (погашенія), отъ второго источника, $G + N'_c kt$, на каковыя средства по выкупной цѣнѣ g_m можно было выкупить билетовъ $\frac{1}{g_m}(G + N'_c kt) = q_m + \frac{N'_c kt}{g_m}$. Въ ($c+2$)-омъ-же полугодіи, для котораго второй источникъ даетъ только проценты на выкупленные его средствами въ предъидущія отъ ($n''+1$)-аго полугодія до ($c+2$)-го, или впродолженіи ($c+1$) полугодій билеты, благодаря ему, можно выкупить лишь число билетовъ, составляющее $\frac{N'_{c+1} kt}{g_m}$. Если число $c = 2\varepsilon$, то очевидно общій итогъ всѣхъ билетовъ, погашенныхъ во всѣ $2\varepsilon+1$ единицы времени (полугодія или тиражи) составится изъ $N'_{2\varepsilon}$ билетовъ, погашенныхъ въ продолженіи предшествовавшихъ c или 2ε единицъ времени (полугодій или тиражей) и затѣмъ изъ только что приприведеннаго числа билетовъ, выкупаемыхъ въ ($c+1$)-ую или ($2\varepsilon+1$)-ую единицу времени; всего-же $N'_{2\varepsilon+1} = N'_{2\varepsilon} + q_m + \frac{kt}{g_m} N'_{2\varepsilon} = N'_{2\varepsilon}\left(1+\frac{kt}{g_m}\right) + q_m$. Это-же число съ прибавленіемъ выкупленнаго въ ($c+2$)-ое полугодіе числа билетовъ, составляющаго $\frac{kt}{g_m} N'_{2\varepsilon}$, будетъ итогомъ всего числа билетовъ, погашаемыхъ въ $2\varepsilon+2$ тиража или полугодія, или $N'_{2\varepsilon+2} = N'_{2\varepsilon+1} + \frac{kt}{g_m} N'_{2\varepsilon+1} = N'_{2\varepsilon+1}\left(1+\frac{kt}{g_m}\right) = N'_{2\varepsilon}\left(1+\frac{kt}{g_m}\right)^2 + q_m\left(1+\frac{kt}{g_m}\right)$. Если мы означимъ $1+\frac{kt}{g_m} = u_m$, то $N'_{2\varepsilon+1} = q_m + N'_{2\varepsilon} u_m$ и $N'_{2\varepsilon+2} = N'_{2\varepsilon+1} u_m = N'_{2\varepsilon} u_m^2 + q_m u_m$.

Принимая затѣмъ вмѣсто ε поочередно $\varepsilon+1$, $\varepsilon+2$, $\varepsilon+3$ и т. д. до послѣдняго ν-аго полугодія, мы можемъ написать:

$$N'_{2\varepsilon+2} = q_m u_m + N'_{2\varepsilon} u_m^2$$
$$N'_{2\varepsilon+4} = q_m u_m + N'_{2\varepsilon+2} u_m^2 = q_m u_m (1+u_m^2) + N'_{2\varepsilon} u_m^4$$
$$N'_{2\varepsilon+6} = q_m u_m + N'_{2\varepsilon+4} u_m^2 = q_m u_m (1+u_m^2+u_m^4) + N'_{2\varepsilon} u_m^6$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$N'_{2\varepsilon+\nu} = q_m u_m + N'_{2\varepsilon+\nu-2} u_m^2 = q_m u_m (1+u_m^2+u_m^4+\cdots+u_m^{\nu-2}) + N'_{2\varepsilon} u_m^\nu =$$
$$= q_m u_m \frac{u_m^\nu - 1}{u_m^2 - 1} + N'_{2\varepsilon} u_m^\nu.$$

Но такъ какъ $q_m = \frac{G}{g_m}$ и въ тоже время

$$\frac{u_m}{u_m^2 - 1} = \left(1+\frac{kt}{g_m}\right) : \left[\left(1+\frac{kt}{g_m}\right)^2 - 1\right] = \left(1+\frac{kt}{g_m}\right) : \left[1 + 2\frac{kt}{g_m} + \left(\frac{kt}{g_m}\right)^2 - 1\right] =$$
$$= (g_m + kt) : kt\left(2+\frac{kt}{g_m}\right) = \frac{kt+g_m}{2g_m+kt} \cdot \frac{g_m}{kt},$$

то мы можемъ видоизмѣнить сдѣланный выводъ такъ:

$$N''_{2\varepsilon+\nu} = \frac{G}{kt} \cdot \frac{kt+g_m}{kt+2g_m}(u''^{\nu}_m - 1) + N''_{2\varepsilon} u''^{\nu}_m.$$

Если засимъ мы означимъ чрезъ N''_m все число билетовъ, выкупленныхъ на средства отъ второго источника (или на суммы G съ наросшими на нихъ процентами) за все время пользованія имъ до истеченія $(2\varepsilon+\nu)$-аго полугодія, въ которомъ оканчивается погашеніе по цѣнѣ g_m, то мы должны будемъ въ только что выведенное выраженіе вмѣсто $N''_{2\varepsilon}$ поставить N''_{m-1}, потому что выкупной цѣнѣ g_m предшествовала выкупная цѣна g_{m-1}. Соотвѣтственно сему выраженіе N''_m будетъ слѣдующее:

$$N''_m = \frac{G}{kt} \cdot \frac{kt+g_m}{kt+2g_m}(u''^{\nu}_m - 1) + N''_{m-1}\ u''^{\nu}_m,$$

каковое выраженіе — общее для итога всего числа билетовъ, погашенныхъ по всякой выкупной стоимости, то есть, примѣнимо не только для промежутка времени, отъ разбора котораго оно выведено, но для всякаго иного промежутка времени, по какой-бы выкупной цѣнѣ впродолженіи его ни происходило-бы погашеніе. Слѣдовательно, число билетовъ, выкупленныхъ съ начала второго періода или съ $(n''+1)$-аго полугодія до конца $(n''+c)$-аго полугодія, въ каковой промежутокъ погашеніе производилось въ теченіи c полугодій, положимъ, по цѣнѣ g_d, должно будетъ выразить слѣдующимъ образомъ:

$$N''_d = \frac{G}{kt} \cdot \frac{kt+g_d}{kt+2g_d}(u''_d - 1),$$

потому что $N''_{d-1} = 0$, то есть совсѣмъ не было погашенныхъ изъ средствъ отъ G билетовъ по выкупной цѣнѣ меньшей, чѣмъ g_d, такъ какъ съ самаго начала второй части срока займа (n'') въ первыя ея c полугодій дѣйствовала выкупная цѣна g_d.

Выведенныя нами выраженія общаго итога билетовъ, погашаемыхъ по всякой выкупной цѣнѣ изъ средствъ второго источника (изъ суммъ отъ G) несущественно измѣняются, если мы положимъ $\frac{kt+g_p}{kt+2g_p} = H_p$ и $u''^{p}_p = D_p$ (при чемъ p означаетъ вообще всякій періодъ). Въ такомъ случаѣ:

$$N''_d = \frac{G}{kt} \cdot H_d(D_d - 1); \qquad \text{при чемъ } D_d = u''_d \text{ и } H_d = \frac{kt+g_d}{kt+2g_d}$$

$$N''_m = \frac{G}{kt} H_m(D_m - 1) + N''_{m-1}\ D_m; \text{ при чемъ } D_m = u''^{\nu}_m\ H_m = \frac{kt+g_m}{kt+2g_m}$$

принимая затѣмъ для m разныя значенія, получимъ:

$$N''_d = \frac{G}{kt} H_d(D_d - 1)$$

$$N''_{d+1} = \frac{G}{kt} H_{d+1}(D_{d+1} - 1) + N''_d\ D_{d+1} = \frac{G}{kt} H_d(D_d - 1) D_{d+1} + \frac{G}{kt} H_{d+1} \cdot (D_{d+1} - 1)$$

$$N''_{d+2} = \frac{G}{kt} H_{d+2}(D_{d+2} - 1) + N''_{d+1} D_{d+2} = \frac{G}{kt} H_d(D_d - 1) D_{d+1} D_{d+2} +$$

$$+ \frac{G}{kt} H_{d+1}(D_{d+1} - 1) D_{d+2} + \frac{G}{kt} H_{d+2}(D_{d+2} - 1)$$

. . . . . .

$$N_s'' = \frac{G}{kt} H_s (D_s - 1) + N_{s-1}'' D_s = \frac{G}{kt} H_d (D_d - 1) D_{d+1} D_{d+2} D_{d+3} \cdots\cdots D_s +$$
$$+ \frac{G}{kt} H_{d+1} (D_{d+1} - 1) D_{d+2} D_{d+3} D_{d+4} \cdots\cdots D_s +$$
$$+ \frac{G}{kt} H_{d+2} (D_{d+2} - 1) D_{d+3} D_{d+4} D_{d+5} \cdots D_s + \cdots\cdots +$$
$$+ \frac{G}{kt} H_{s-1} (D_{s-1} - 1) D_s + \frac{G}{kt} H_s (D_s - 1).$$

Послѣднее выраженіе, означая, сколько будетъ погашенныхъ облигацій къ концу s-ой единицы времени, есть искомое выраженіе, потому что s-ымъ полугодіемъ оканчивается срокъ займа, когда погасятся всѣ облигаціи его, а въ томъ числѣ и облигаціи, погашавшіяся изъ средствъ отъ суммъ G или второго источника. Если теперь для упрощенія нашего вывода мы положимъ вообще, что $D_p \cdot D_{p+1} \cdot D_{p+2} \cdot D_{p+3} \cdots\cdots D_s = D_p'$, и что разность $D_p' - D_{p+1}' = F_p$ (при чемъ $p = d, d+1$ и т. д. и $D_s - 1 = F_s$) то нашъ общій выводъ о числѣ билетовъ, погашенныхъ изъ второго источника, или изъ суммъ G, можно будетъ выразить слѣдующимъ образомъ:

$$N_s'' = \frac{G}{kt} (H_d F_d + H_{d+1} F_{d+1} + H_{d+2} F_{d+2} + H_{d+3} F_{d+3} + \cdots\cdots + H_s F_s).$$

Или для краткости, взявъ итогъ произведеній

$$H_d F_d + H_{d+1} F_{d+1} + H_{d+3} F_{d+3} + \cdots\cdots + H_s F_s = \Sigma,$$

получимъ

$$N_s'' = \frac{G}{kt} \Sigma.$$

А такъ какъ мы выше уже привели выраженіе общаго числа билетовъ N_s', погашаемыхъ изъ перваго или обычнаго источника, то выраженіе для общаго итога билетовъ, погашаемыхъ изъ обоихъ источниковъ, будетъ

$$N = N_s' + N_s'' = \frac{B_1}{kt} (\rho - 1) + \frac{G}{kt} \Sigma.$$

Изъ этой формулы слѣдуетъ, что

$$B_1 = \frac{Nkt}{\rho - 1} - \frac{G}{\rho - 1} \Sigma,$$

а потому выраженіе всей ежесрочной суммы по займу будетъ:

$$A = Nkt + B_1 + G,$$

подстановкою-же вмѣсто B_1 выведеннаго его значенія получимъ:

$$A = Nkt + \frac{Nkt}{\rho - 1} - \frac{G}{\rho - 1} \Sigma + G = \frac{Nkt\rho - Nkt + Nkt - G\Sigma}{\rho - 1} + G = \frac{Nkt\rho - G\Sigma}{\rho - 1} + G.$$

При примѣненіи выведенныхъ формулъ къ нашимъ выигрышнымъ займамъ наиболѣе утомительны вычисленія выраженія, которое означено чрезъ Σ. На томъ основаніи, что $D_s' = D_s$; $D_{s-1}' = D_{s-1} \cdot D_s$; $D_{s-2}' = D_{s-2} \cdot D_{s-1}'$; $D_{s-3}' = D_{s-3} \cdot D_{s-2}'$ и т. д., чрезъ посредство D и D' приводятся въ извѣстность численныя значенія F. При этомъ вычисляются H при разныхъ выкупныхъ цѣнахъ и наконецъ приводится въ извѣстность ρ. Вычисленія эти (кромѣ составителя плановъ нашихъ выигрышныхъ займовъ) двукратно были провѣрены: въ 1871 г. З. Б. Пинето *) и недавно Б. Ѳ. Малешевскимъ, которые оба пришли къ одинаковому окончательному результату относительно размѣра ежесрочной суммы для всѣхъ платежей по нашимъ выигрыш-

*) Новыя таблицы для быстраго вычисленія размѣра процентовъ, теоретическая часть, Спб. 1872, стр. 92—108 (съ изложеніемъ и самого расчета).

нымъ займамъ. А именно вспомогательныя по нимъ выраженія составляютъ: $\Sigma = 0{,}969071341$, а $\rho = 9{,}66758328$. Поэтому

$$A = \frac{Nkt\rho}{\rho-1} + G - \frac{G}{\rho-1}\Sigma = \frac{2.500.000 \times 9.66758328}{8{,}66758328} + 600.000 - \frac{600\,000 \times 0{,}969071341}{8{,}66758328} =$$

$$= 3.321.349 \text{ р. } 72{,}731 \text{ коп.}$$

Число билетовъ, погашаемыхъ первымъ тиражемъ, составляетъ:

$$q_1 = \frac{B_1}{g_1} = \frac{1}{120}\left(\frac{2.500.000}{8{,}66758328} - \frac{600.000 \times 0{,}969071341}{8{,}66758328}\right) = 1.844{,}58989.$$

(Въ дѣйствительномъ планѣ было принято 1.800) *).

248. Въ предъидущемъ, говоря объ ежесрочной суммѣ, расходуемой по выигрышнымъ займамъ, мы указывали на способы ея вычисленія, имѣя въ виду только особенности расходовъ по выигрышнымъ займамъ, не сближая основаній вычисленія съ общими основаніями вычисленія ежесрочной суммы по простымъ срочнымъ займамъ съ неизмѣняющеюся ежесрочной суммою. Существо дѣла однако не измѣняется, когда мы принимаемъ во вниманіе эти общія означенія. А именно по простому срочному займу на нарицательный капиталъ K при срокѣ n и нарицательномъ ростѣ t, какъ выяснено уже въ элементарной части нашего изложенія (§ 39, стр. 33) ежесрочная сумма $A = Kt + \frac{Kt}{(1+t)^n - 1} = \frac{Kt(1+t)^n}{(1+t)^n - 1}$. При выигрышномъ-же процентномъ займѣ къ этому составу ежесрочной суммы еще присоединяется расходъ на преміи G и ежесрочная сумма $A' = A + G = Kt + \frac{Kt}{(1+t)^n - 1} +$

$+ G = \frac{Kt(1+t)^n}{(1+t)^n - 1} + G$. При этомъ приходится только имѣть въ виду, что выигрышнымъ займамъ иногда присущи не совсѣмъ правильныя означенія премій или «выигрышей», въ которые иногда включается и то, что собственно частью составляетъ погашеніе нарицательнаго капитала долга. Послѣднее всегда бываетъ въ тѣхъ случаяхъ, когда билеты или облигаціи, получающіе большіе выигрыши, погаша-

*) Русскимъ выигрышнымъ займамъ присуща и та выгода, что билеты по нимъ не погашаются павшими на нихъ выигрышами и оттого они могутъ выиграть больше, чѣмъ одинъ разъ. Но вѣроятность такихъ повторительныхъ выигрышей по одному и тому-же билету, конечно, не можетъ быть значительною. По первому выигрышному займу въ 35 первыхъ тиражей до 1882 г. изъ 10.500 получившихъ выигрыши билетовъ было только 56 выигравшихъ два раза и ни одного выигрывшаго большее число разъ, что вполнѣ совпадаетъ и съ теоретическимъ вычисленіемъ. Изъ выигравшихъ два раза 56 билетовъ было 42 билета, выигравшихъ два раза по 500 рублей, 6 билетовъ выиграли разъ 500 и разъ 1.000 рублей, 3 билета выиграли разъ 500 и разъ 5.000 рублей, два билета выиграли разъ 500 и разъ 8.000 рублей, одинъ билетъ выигралъ разъ 500 р. и разъ 10.000 руб. и наконецъ было два счастливыхъ билета, выигравшихъ по разу 500 р. и другому разу 200.000 рублей. Числа 42, 6, 3, 2 и 1 вполнѣ совпадаютъ и съ тѣми, которыя даетъ теоретическое вычисленіе. Въ общемъ-же для упомянутыхъ 35 первыхъ тиражей теоретическое вычисленіе даетъ $54{,}69$ двойныхъ и только $0{,}19$ тройныхъ выигрышей. Такое-же теоретическое вычисленіе для остальныхъ 53 тиражей обнаруживаетъ, что (на 900.000 съ лишнимъ билетовъ) двойныхъ выигрышей будетъ $176{,}57$, а тройныхъ $1{,}97$; изъ упомянутыхъ $176{,}57$ билетовъ, которые выиграютъ два раза, 133 билета выиграютъ два раза лишь по 500 рублей, 20—разъ 500 и разъ 1.000 руб., 8—разъ 500 руб. и разъ 5.000 р., 5 выиграютъ одинъ разъ 500 и разъ 8 000 и 3—разъ 500 и разъ 10.000 р.; остается еще 8 билетовъ, на которые трудно предсказать, какіе выигрыши для нихъ вѣроятны, такъ какъ вѣроятность каждаго изъ возможныхъ разныхъ выигрышей очень мала.

ются соразмѣрною частью полученнаго ими выигрыша, равною нарицательному капиталу погашаемаго изъ выигрыша билета. Если всѣхъ облигацій по займу N и слѣдовательно нарицательная стоимость каждой облигаціи составляетъ $\frac{K}{N}$ и если m такихъ облигацій ежесрочно погашаются изъ получаемыхъ ими выигрышей, для чего требуется сумма $m\frac{K}{N}$, то очевидно, что собственно на выигрыши будетъ расходоваться не G, а $G' = G - m\frac{K}{N}$ и поэтому въ подобныхъ случаяхъ ежесрочная сумма $A'' = A' - m\frac{K}{N} = A + G - m\frac{K}{N}$. Само собою разумѣется, что если по выигрышному займу всѣмъ облигаціямъ дается погасительная премія (какъ по русскимъ выигрышнымъ займамъ), то соотвѣтственно этому должно предварительно вычислить нарицательный капиталъ K, чтобъ взять его въ его настоящемъ, а не кажущемся, размѣрѣ, то есть: въ необходимыхъ случаяхъ вмѣсто Q взять $Q\mu = K$, или помножить кажущійся погашаемый капиталъ (Q) на его отношеніе къ капиталу дѣйствительно погашаемому (K) по всякой облигаціи займа.

249. Само собою разумѣется, что основная формула наличной стоимости ежесрочной суммы не претерпѣваетъ никакого измѣненія отъ того, что въ ея составъ входитъ элементъ для выигрышей. Поэтому сохраняютъ свое значеніе формулы $A\varphi_{n(t)} = K$ и $A\varphi_{n(\tau)} = C$ или

$$\frac{A}{t}\left(1 - \frac{1}{(1+t)^n}\right) = K \text{ и } \frac{A}{\tau}\left(1 - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right) = C$$

какъ выраженія нарицательной (K) и реализаціонной (C) стоимости ежесрочной суммы A (подъ которой мы въ этомъ случаѣ разумѣемъ и означенныя въ предъидущемъ параграфѣ чрезъ A' и A'') при нарицательномъ ростѣ t и реализаціонномъ ростѣ τ. Формула для вычисленія послѣдняго по выигрышнымъ, какъ и вообще по займамъ съ преміями, остается поэтому общею для займовъ съ неизмѣняющеюся ежесрочною суммою и погашеніемъ, наростающимъ сложными процентами $\tau = \frac{A}{C}\left(1 - \frac{1}{(1+\tau)^n}\right)$, разумѣя при этомъ $A = Kt + \frac{Kt}{(1+t)^n + 1} + G$. Напримѣръ по русскимъ выигрышнымъ займамъ $A = 3.321.350$ руб. въ продолженіи $n = 120$ полугодій.

250. Въ заключеніи скажемъ еще два слова о способѣ, которымъ преимущественно приходилось въ настоящей главѣ объяснять основанія расчетовъ (а именно посредствомъ приведенія въ извѣстность q или числа облигацій, выходящихъ въ тиражъ въ различныя единицы времени), тогда какъ объ этомъ пріемѣ упоминалось прежде лишь одинъ разъ; изъ этого слѣдуетъ однако только то, что было удобнѣе въ настоящей главѣ, пользоваться преимущественно означеннымъ пріемомъ; но конечно его легко примѣнить и ко всякому простому займу. Если напримѣръ нарицательный капиталъ займа K состоитъ изъ N облигацій и стоимость каждой составляетъ $\frac{K}{N} = 1$, то означая чрезъ $q_1\ q_2\ q_3 \cdots q_n$ числа облигацій, выходящихъ въ тиражъ или погашаемыхъ въ разныя единицы времени, мы

будемъ имѣть слѣдующія равенства, выражающія составъ ежесрочной суммы A въ различныя единицы времени:
$A = N\gamma t + q_1\gamma = (N - q_1)\gamma t + q_2\gamma = (N - q_1 - q_2)\gamma t + q_3\gamma = \cdots = (N - q_1 - q_2 - q_3 - \cdots - q_{n-1})\gamma t + q_n\gamma$. Отсюда слѣдуетъ, что $N\gamma t + q_1\gamma = N\gamma t + q_2\gamma$ или $q_1\gamma + q_1\gamma t = q_2\gamma$, поэтому $q_2 = q_1(1+t)$ равнымъ образомъ $N\gamma t - q_1\gamma t - q_2\gamma = N\gamma t - q_2\gamma t - q_2\gamma t + q_3\gamma$ или $q_2(1+t) = q_3 = q_1(1+t)^2$; также точно легко вывести, что $q_4 = q_3(1+t) = q_1(1+t)^3$, $q_5 = q_1(1+t) = q_1(1+t)^4$ и т. д. наконецъ $q_n = q_1(1+t)^{n-1}$. Вмѣстѣ-же сложенныя всѣ эти различныя q составляютъ все число облигацій по займу или $q_1 + q_1(1+t) + q_2(1+t)^2 + q_1(1+t)^3 + \cdots + q_1(1+t)^{n-1} = N$ или $q_1[1 + (1+t) + (1+t)^2 + (1+t)^3 + \cdots + (1+t)^{n-1}] = N$ или $q_1\frac{(1+t)^n - 1}{t} = N$. Поэтому $q_1 = N\frac{t}{(1+t)^n - 1}$. Легко найдти иначе выраженіе для q_1; а именно если по прежнему означимъ погасительный расходъ чрезъ $B = \frac{Kt}{(1+t)^n + 1}$, то очевидно $\frac{B}{\gamma} = q_1$ или $q_1 = \frac{Kt}{(1+t)^n - 1}\cdot\frac{1}{\gamma} = \frac{K}{\gamma}\cdot\frac{t}{(1+t)^n - 1}$, что тождественно съ приведеннымъ выраженіемъ, потому что $\frac{K}{\gamma} = N$. Равнымъ образомъ такъ какъ погасительный расходъ второй, третьей и т. д. p-ой единицы будетъ $B(1+t)$, $B(1+t)^2 \cdots$, $B(1+t)^{p-1}$, то $q_2 = \frac{B(1+t)}{\gamma} = q_1(1+t)$, $q_3 = \frac{B(1+t)^2}{\gamma} = q_1(1+t)^2$ и т. д. вообще $q_p = \frac{B(1+t)^{p-1}}{\gamma} = q_1(1+t)^{p-1} = \frac{K}{\gamma}\frac{t(1+t)^{p-1}}{(1+t)^n - 1} = N\frac{t(1+t)^{p-1}}{(1+t)^n - 1}$. Съ помощью-же этого выраженія легко измѣняются и прочія частности хода погашенія.

XXIX.

Вычисленія по налогамъ, накладнымъ расходамъ и инымъ платежамъ, не относящимся къ существу публичныхъ займовъ, но съ нимъ связаннымъ.

251. Съ публичными долгами часто бываютъ связаны различные платежи въ пользу заимодавца или заемщика, единовременные или періодическіе, которые не относятся собственно къ существу займовъ и кредитныхъ операцій и прямого отношенія къ нимъ не имѣютъ; но и косвенное ихъ значеніе очень велико, а ихъ вліяніе на результаты займовыхъ операцій нерѣдко бываетъ очень значительно. Расчеты, къ коимъ они подаютъ поводъ, находятся въ тѣсной связи съ предметомъ нашего изложенія, и мы упустили-бы изъ виду весьма существенную его часть, еслибъ совсѣмъ ихъ не коснулись. Поэтому мы предполагаемъ ихъ разсмотрѣть въ настоящей главѣ.

252. Начинаемъ съ налоговъ, въ которыхъ предметомъ обложенія бываютъ коренные элементы публичныхъ займовъ: платежи по нимъ или капиталъ, по которому и за который производятся эти платежи. Соотвѣтственно сему означенные

налоги бываютъ двоякаго рода. Одни представляютъ сборы, на которые въ каждую единицу времени уменьшаются различныя ежесрочныя уплаты по публичнодолговымъ бумагамъ: суммы интересовъ (уплаты по купонамъ) или выигрыши. Другіе представляютъ сборы, взимаемые въ извѣстные только моменты, напримѣръ при выпускѣ означенныхъ бумагъ или при извѣстныхъ оборотахъ ими, и соразмѣряемые съ нарицательнымъ капиталомъ бумагъ или реализуемымъ по нимъ капиталомъ.

253. Наиважнѣйшимъ изъ этихъ налоговъ является налогъ на купоны или на суммы интересовъ, уплачиваемыхъ по публичнымъ займамъ. По лежащей въ основаніи этого налога мысли цѣль его заключается въ привлеченіи къ налогу тѣхъ очень значительныхъ въ наше время капиталовъ, которые дѣлаются доходными, благодаря публичнымъ займамъ, или правильнѣе—въ распространеніи на означенные капиталы общей для всѣхъ производительныхъ и доходныхъ источниковъ налоговой повинности или обязанности. Нѣтъ никакого поэтому сомнѣнія, что коренная мысль налога на купоны совершенно безукоризненна и во всѣхъ отношеніяхъ правильна. Тѣмъ не менѣе, не безъ основанія онъ подаетъ поводъ къ сильнымъ спорамъ, потому что очень часто, какъ защитники, такъ и противники его при разсужденіяхъ о немъ руководствуются не существомъ дѣла, а тенденціозными соображеніями и субъективными увлеченіями, ведущими къ преувеличенію одной сторопою такихъ обстоятельствъ, которыя другою сторопою считаются совсѣмъ не заслуживающими никакого вниманія. Само собою очевидно, что въ той мѣрѣ, въ какой государство, въ пользу котораго взимается налогъ на купоны, совсѣмъ не составляетъ заинтересованной стороны въ займѣ, то есть—не оно по займу является заемщикомъ или должникомъ, совсѣмъ никакихъ сомнѣній въ правильности и справедливости означеннаго налога не можетъ быть, потому что онъ въ этихъ случаяхъ ровно ничѣмъ не отличается отъ всякаго иного налога. Дѣло усложняется и становится неопредѣленнымъ, требующимъ внимательнаго разбора, только тогда, когда оно касается обложенія купоновъ по государственнымъ займамъ. Въ этихъ случаяхъ государство одновременно является въ двоякой и притомъ въ противоположной роли: должника по купонному платежу и кредитора по купонному налогу; оно одною рукою должно, исполняя свое обязательство, въ силу заключеннаго договора, производить платежъ по купону, а другою рукою, въ силу закона о купонномъ налогѣ, вправѣ задерживать въ свою пользу часть суммъ, которыя оно обязалось уплачивать; оно само себѣ должно мѣшать въ исполненіи принятаго имъ на себя обязательства и во всякомъ случаѣ части своего обязательства не исполняетъ: его заимодавецъ не получаетъ столько, сколько ему обязались уплачивать. Защитники купоннаго налога обыкновенно считаютъ это обстоятельство не заслуживающимъ вниманія, представляя дѣло такъ, что государство, какъ должникъ, сначала (конечно только мысленно) какъ-бы сполна исполняетъ все принятое имъ на себя обязательство, а затѣмъ уже, какъ имѣющее право отъ всякаго требовать уплаты налога, оно предъявляетъ это требованіе и собственному своему кредитору, чтобъ онъ только не былъ исключеніемъ изъ общаго правила. Это можетъ быть логически и правильно, но результатъ отъ этого все-таки не измѣняется. Подъ результатомъ-же мы въ семъ случаѣ разумѣемъ главнымъ образомъ тотъ, котораго различныя стороны и проявленія составляютъ предметъ нашего изложе-

нія: результатъ политико-арифметическій. Какъ-бы ни были вѣски, по справедливости и логичности, по требованіямъ духа времени и соображеніямъ чисто-политическимъ, доводы въ пользу налога на купоны государственно-долговыхъ бумагъ, арифметическій результатъ налога заключается въ уменьшеніи имъ тѣхъ платежей, въ стоимости коихъ само государство прежде всего и больше всего заинтересовано, какъ въ коренномъ выраженіи его кредита. Два ежегодные платежа въ 100 милліоновъ рублей и въ 95 милліоновъ рублей не могутъ имѣть одинаковой стоимости, иначе цѣлое равнялось бы своей части. Поэтому когда вмѣсто 100 милліоновъ должникъ уплачиваетъ ежесрочно лишь 95 милл., или вмѣсто 5.000.000 р. лишь 4.750.000 р., то наличная или капитализованная стоимость этихъ уплатъ не можетъ не выражаться въ различныхъ суммахъ. Всего-же менѣе противъ этого что-либо можетъ доказывать ссылка на то, что при установленіи купоннаго налога не обнаружилось никакой перемѣны въ стоимости государственно-долговыхъ бумагъ: это можетъ-лишь свидѣтельствовать, что не будь купонный налогъ установленъ, означенная стоимость возросла-бы, налогъ-же этому воспрепятствовалъ. Споры о природѣ налога на купоны государственно-долговыхъ бумагъ, о направленіи, въ которомъ онъ дѣйствуетъ, и о правильности его установленія возможны только пока его еще нѣтъ, пока существуютъ государственные займы, при заключеніи которыхъ заимодавцы не приняли въ соображеніе возможность установленія купоннаго налога и себя отъ него не обезопасили. Споры тогда возможны, потому-что тогда только теоретически можно представить главный аргументъ противъ налога на купоны государственно-долговыхъ бумагъ, что онъ *не осуществимъ, какъ правильно установленный налогъ*, долженствующій всегда охватывать *всю совокупность* предметовъ, которые по его установленію должны его уплачивать всѣ, безъ изъятія, если только они состоятельные плательщики. Купонный-же налогъ въ примѣненіи къ государственно-долговымъ бумагамъ вполнѣ допускаетъ возможность существованія такихъ изятій отъ него, которыя держатся единственно лишь тѣмъ, что многочисленные плательщики, которые должны были-бы къ нему привлекаться, могутъ отъ него уклониться не только безнаказанно, но и прямо подъ охраною закона, въ силу договора, освященнаго закономъ. Эта-то особенность купоннаго налога имѣетъ указанное выше арифметическое основаніе: что купонъ, подлежащій налогу, не можетъ имѣть той-же стоимости, которую имѣетъ купонъ, свободный отъ налога. Поэтому, заключая заемъ, государство поставлено предъ дилеммою. Или оно по своему займу выпуститъ купоны, уменьшаемые налогомъ, тогда и стоимость ихъ будетъ меньшая. Или оно выпуститъ купоны, свободные отъ обязанности уплачивать налогъ, не уменьшаемые налоговымъ платежемъ и оттого болѣе значительные, тогда и ихъ стоимость будетъ больше. Поэтому для государства, которому приходится пользоваться и рессурсомъ налоговъ, и рессурсомъ займовъ, нѣтъ возможности пользоваться *безъ ущерба* обоими этими рессурсами, когда оно установитъ купонный налогъ на свои-же долговыя бумаги: то, что оно выгадываетъ отъ налога, оно теряетъ на капиталѣ, реализуемомъ при заключеніи займовъ, и въ результатѣ его положеніе такое-же, какъ еслибъ купоннаго налога не было-бы вовсе: оно облагаетъ не своихъ кредиторовъ, не капиталистовъ, а самого себя, или выражаясь технически, капиталисты въ этомъ случаѣ имѣютъ возможность, «переложить» (перемѣстить) тягость налога съ себя на своего долж-

пика, которымъ въ этомъ случаѣ является государство. Это еще не бываетъ достаточно очевидно передъ установленіемъ купоннаго налога и оттого еще тогда возможны споры. Но какъ только налогъ становится совершившимся фактомъ, дѣлается очевиднымъ его ограниченное значеніе и существенное отличіе отъ всѣхъ другихъ налоговъ, заключающееся въ томъ, что его уплачиваютъ лишь заимодавцы государства, которые, пріобрѣтая государственныя долговыя бумаги, не обезопасили себя на случай его установленія; они могли это сдѣлать и не сдѣлали единственно лишь вслѣдствіе своей непредусмотрительности, поэтому они никого, кромѣ себя, и винить не могутъ. Когда налогъ существуетъ, то самое его существованіе уже составляетъ постоянное о немъ напоминаніе, устраняющее всѣ недоразумѣнія. Поэтому, хотя за налогомъ на купоны отъ государственно-долговыхъ бумагъ едва-ли можетъ быть признано какое-либо существенное финансовое значеніе (какъ представляющимъ лишь «переходную статью» въ государственномъ хозяйствѣ, выгодамъ отъ которой соотвѣтствуютъ неминуемые и уравновѣшивающіе ихъ убытки), но какъ средство, устраняющее указанное недоразумѣніе и идущее на встрѣчу извѣстнаго рода тенденціямъ, которыя въ духѣ нашего времени, онъ составляетъ неизбѣжную принадлежность государственнаго хозяйства въ нашу эпоху.

254. Такъ какъ купонный налогъ направленъ только на интересы, уплачиваемые по публичнымъ займамъ, то уменьшая ихъ, онъ уменьшаетъ лишь ихъ-же наличную или капитализованную стоимость, оставляя внѣ круга своего вліянія и неприкосновенными тѣ уплаты по займамъ, которыя идутъ въ счетъ погашенія. Такимъ образомъ, означая по прежнему чрезъ C наличную стоимость всѣхъ уплатъ по займу и чрезъ R стоимость уплатъ въ счетъ интересовъ, а чрезъ E стоимость уплатъ въ счетъ погашенія, или полагая $C = R + E$, очевидно, что если налогъ беретъ $q^0/_0$ ежесрочной уплаты въ счетъ интересовъ, то уменьшая ихъ на эти $q^0/_0$, онъ на эти-же $q^0/_0$ уменьшаетъ ихъ стоимость; то есть, вмѣсто R, стоимость ежесрочныхъ по займу уплатъ въ счетъ интересовъ будетъ $R - Rq = R(1-q)$. Поэтому наличная стоимость всѣхъ уплатъ по займу (когда по нему интересы и погашеніе производятся по одному разу въ году) составитъ $C' = E + R(1-q) = E + R - Rq$. Слѣдовательно, сравнительно со стоимостью всѣхъ уплатъ по займу при отсутствіи налога или свободѣ отъ него, стоимость будетъ меньше на qR или $C' = C - qR$. Такъ какъ $R = C - E$, то $C' = C - q(C-E) = C - qC + qE = C(1-q) + qE$. Такимъ образомъ, мы имѣемъ два выраженія для стоимости уплатъ по займу, подлежащему купонному налогу, сравнительно со стоимостью тѣхъ-же уплатъ при свободѣ отъ налога:

$$C' = C - qR = (1-q)C + qE.$$

Напримѣръ въ Россіи $q = 0{,}05$, или налогъ составляетъ 5% съ уплатъ по купонамъ; поэтому у насъ

$$C' = C - 0{,}05R = E + 0{,}95R$$

или-же

$$C' = 0{,}95C + 0{,}05E.$$

Мы знаемъ, что какъ съ точки зрѣнія должника (стр. 79, § 96), такъ и съ точки зрѣнія заимодавца (стр. 88, § 108), капитализованная стоимость уплатъ въ счетъ интересовъ составляетъ $R = \frac{(K-C)t}{\tau - t} = \frac{Wt}{\tau - t}$, а капитализованная стоимость уплатъ въ счетъ погашенія составляетъ $E = \frac{C\tau - Kt}{\tau - t}$, при чемъ K озна-

чаетъ нарицательный по займу капиталъ, C — реализаціонный капиталъ, t нарицательный ростъ, τ реализаціонный ростъ, а W означаетъ разность между нарицательнымъ и реализаціоннымъ капиталомъ или такъ называемую «потерю на реализаціи». Очевидно, въ такомъ случаѣ, что полный видъ выведенныхъ нами выраженій стоимости уплатъ по займу, подчиненному кунонному налогу будетъ:

$$C' = C - \frac{qt}{\tau - t}(K - C) = \frac{C\tau - Kt + (1-q)(K-C)t}{\tau - t} = C - \frac{Wtq}{\tau - t} =$$

$$= C(1-q) + \frac{q(C\tau - Kt)}{\tau - t}.$$

Напримѣръ, когда 4%-ный заемъ на 40 лѣтъ реализуется изъ $4^1/_2\%$ за наличный капиталъ, или когда $K = 100$, $t = 4\%$, $\tau = 4^1/_2\%$, $n = 40$, то $C = 100\,\frac{\varphi_{40(4^1/_2)}}{\varphi_{40(4)}} = 92{,}971$ и потому $W = 100 - 92{,}971 = 7{,}029$ и тогда $R = \frac{Wt}{\tau - t} = 56{,}230$, а $E = \frac{C\tau - Kt}{\tau - t} = 36{,}741$. При 5%-номъ кунонномъ налогѣ или $q = 0{,}05$ $qR = 2{,}811$, $qE = 1{,}837$, $(1-q)R = 53{,}418$ и $(1-q)C = 88{,}322$. Слѣдовательно, $C' = 53{,}418 + 36{,}741 = 88{,}322 + 1{,}837 = 90{,}159$. Это значитъ: для государства безразлично, реализовать-ли заемъ по 90,159 за 100, возложивъ на своихъ заимодавцевъ обязательство уплачивать 5%-ный кунонный налогъ, или-же реализовать по 92,971 за 100 и освободить своихъ заимодавцевъ отъ кунояаго налога. Въ томъ и другомъ случаяхъ заимодавцы дадутъ государству, а государство получитъ, какъ заемщикъ, одно и тоже: капиталъ за $4^1/_2\%$. Но этотъ-то капиталъ изъ $4^1/_2\%$ заимодавцы могутъ отдать, а государство можетъ получить въ двоякомъ видѣ: или при реализаціи, единовременно, только 90,159 наличными за всякую сотню рублей нарицательнаго капитала заключаемаго долга и въ такомъ случаѣ заимодавцы впродолженіи 40 лѣтъ будутъ своевременно производить уплаты кунояаго налога, каковыя уплаты, капитализованныя изъ $4^1/_2\%$, представляютъ стоимость въ $2{,}811\%$ нарицательнаго капитала долга. Или-же заимодавцы готовы немедленно внести эти $2{,}811\%$, выражающихъ стоимость будущихъ уплатъ кунояаго налога, и тогда естественно ихъ придется отъ него освободить. Внести-же въ первомъ случаѣ (при уплатѣ кунояаго налога) только $90{,}160\%$ нарицательнаго капитала долга, вмѣсто $92{,}971\%$, которыя могутъ быть внесены во второмъ случаѣ (при освобожденіи отъ налога), заимодавцы *должны* въ силу той ариѳметической логики, по коей цѣлое больше своей части и стоимость цѣлаго рубля не можетъ не быть больше стоимости части рубля. При уплатѣ кунояаго налога заимодавцы въ счетъ интересовъ будутъ получать вмѣсто всякаго цѣлаго рубля только 0,95 рубля. То есть, при уплатѣ кунояаго налога заимодавцы будутъ *получать* меньшую стоимость, тогда какъ при освобожденіи отъ кунояаго налога они будутъ получать большую стоимость. Поэтому въ силу начала равноцѣнности, на которомъ строится всѣ расчеты по публичнымъ займамъ, заимодавцы, получая меньше, и отдаютъ меньше, а получая больше, и отдаютъ больше. Насколько меньше или больше они получаютъ и отдаютъ, это зависитъ отъ стоимости наличнаго капитала, выражаемой τ или реализаціоннымъ ростомъ. Въ нашемъ примѣрѣ при $\tau = 4^1/_2\%$ кунояные вычеты представляютъ $2{,}811\%$ нарицательнаго капитала долга, а потому эти $2{,}811\%$ заимодавцы могутъ уплатить лишь однимъ изъ двухъ способовъ: *или* какъ налогъ, *или* какъ часть реализуемаго займомъ наличнаго капитала. Обоими-же способами

они могли-бы уплатить эти $2{,}811^0/_0$, еслибъ заимодавцы были бы въ состояніи отдать наличный капиталъ *дешевле*, чѣмъ по $4^1/_2{}^0/_0$ (приблизительно по $4^1/_4{}^0/_0$); но при стоимости капитала въ $4^1/_2{}^0/_0$, государство должно выбирать одинъ изъ двухъ указанныхъ способовъ полученія имъ стоимости уплатъ купоннаго налога: или въ видѣ налога, или въ видѣ выкупа отъ него. Купонный налогъ коренным образомъ отличается легкостью, съ которою онъ допускаетъ выкупъ его. Выгодность-же его выкупа опредѣляется реализаціоннымъ ростомъ: когда займы реализуются изъ низкаго реализаціоннаго роста и нѣтъ основанія ожидать, что онъ будетъ всегда такой низкій, а напротивъ, вѣроятно, что онъ можетъ въ будущемъ возвыситься, то выгодно пользоваться низкимъ реализаціоннымъ ростомъ не только, какъ элементомъ заключаемыхъ займовъ, но и какъ основаніемъ капитализаціи уплатъ въ счетъ купоннаго налога и допускать ихъ выкупъ, потому что при низкомъ оцѣночномъ ростѣ ихъ капитальная стоимость больше. Но и въ тѣхъ случаяхъ, когда ростъ, по которому займы реализуются, очень высокъ, тоже имѣется основаніе допускать выкупъ. А именно, при высокомъ реализаціонномъ ростѣ результаты реализаціи очень скудны и допущеніе выкупа купоннаго налога является нѣкоторою ихъ поправкою. Напримѣръ, когда $4^0/_0$-ный заемъ на 40 лѣтъ приходится реализовать не изъ $4^1/_2{}^0/_0$, а изъ $5^1/_2{}^0/_0$, то при выкупѣ купоннаго налога (освобожденіи отъ него) $C = 100 \cdot \frac{\varphi_{40(5)}}{\varphi_{40(4)}} = 81{,}0706$ за 100, при этомъ наличная стоимость интересовъ (безъ всякихъ изъ нихъ вычетовъ для налога) составляетъ $R = 50{,}4784$, а наличная стоимость погашенія или $E = 30{,}5922$. Напротивъ при допущеніи налога $C' = 81{,}0706 - 2{,}5239 = 47{,}5545 + 30{,}5922 = 77{,}0171 + 1{,}5296 = 78{,}5467$ По-высокому же оцѣночному росту приходится реализовать займы, когда деньги очень нужны и поэтому совсѣмъ не безразлично, получить-ли отъ займа $78{,}5467$ за сто или $81{,}07606$: необходимость заставляетъ предпочитать послѣднее. Результатомъ же этого является то, что по установленіи купоннаго налога кругъ его примѣненія все болѣе и болѣе съуживается отъ погашенія старыхъ государственныхъ займовъ, ему подчиненныхъ, и вслѣдствіе освобожденія отъ него большей части займовъ, вновь заключаемыхъ.

255. Когда проценты по займу уплачиваются два раза въ году, тогда какъ погашеніе производится лишь одинъ разъ въ году, тогда, какъ выше выяснено (стр. 181, § 176) вмѣсто R нужно взять $\frac{R}{2}[1+(1+\tau)^{1/2}]$, когда τ означаетъ годовой ростъ, или $R\left(1+\frac{\tau'}{2}\right)$, когда τ' означаетъ полугодовой ростъ. Поэтому въ разсматриваемомъ нами теперь случаѣ $C' = E + (1-q)\left(\frac{1+(1+\tau)^{1/2}}{2}\right)R = E + (1-q)\left(1+\frac{\tau'}{2}\right)R$. Если-же имѣются вспомогательныя таблицы численнаго значенія выведеннаго выше (стр. 183) выраженія π, то вычисленія дѣлаются по формулѣ $C' = C' + (1-q)(K-C)\pi$.

256. Когда нужно привести въ извѣстность реализаціонный ростъ (τ) займа или отдѣльной его облигаціи, при уплатѣ купоннаго налога, то исходятъ изъ формулы:

$$C = E + (1-q)R = (1-q)C + qE = C - qR$$

или для русскихъ займовъ

$$C' = K + 0{,}95R = C - 0{,}05R = 0{,}95C + 0{,}05E$$

и путемъ постепенныхъ приближеній вычисляютъ тотъ τ, который приводитъ къ данной суммѣ C'. Для этого сначала исходятъ изъ какого либо τ_1 и на его основаніи вычисляютъ $C_1 = K \cdot \frac{\varphi_{n(\tau_1)}}{\varphi_{n(t)}}$ и $E_1 = \frac{C\tau_1 - Kt}{\tau - t}$. Опредѣливъ C_1 и E_1 вставляютъ ихъ въ приведенное выше равенство $(1-q)\,C_1 + qE_1 = C'_1$ и сличивъ полученный результатъ C_1 съ даннымъ C', приводятъ въ извѣстность, взято-ли первое приближеніе τ_1 слишкомъ большимъ, или слишкомъ малымъ. Если C'_1 меньше даннаго C', то второе приближеніе или τ_2 нужно взять такъ, чтобъ τ_2 было меньше τ_1, въ противномъ-же случаѣ поступаютъ обратно. На основаніи τ_2 приводится опять въ извѣстность C_2 и E_2, а чрезъ нихъ стоимость C'_2, соотвѣтствующая τ_2. Затѣмъ имѣя въ виду, что въ тѣсныхъ предѣлахъ (то есть, незначительныя) измѣненія роста почти пропорціональны измѣненію стоимости уплатъ, можно привести въ извѣстность поправку x_1 къ τ_1, дающую чрезъ $\tau_1 + x = \tau$ искомое на основаніи пропорціи

$$x_1 : (\tau_2 - \tau_1) = (C'_1 - C') : C'_1 - C'_2. \text{ Поэтому } x_1 = (\tau_2 - \tau_1)\,\frac{C'_1 - C'}{C'_1 - C'_2}.$$

Если добиваются еще большей точности, то повторяютъ указанныя вычисленія, то есть, на основаніи $\tau_3 = \tau_1 + x$ приводится въ извѣстность C'_3 и съ его помощью вторая поправка x_2 для роста $\tau_4 = \tau_2 + x_2$, чтобъ на основаніи τ_4 вычислить C'_4. Имѣя эти данныя, вычисляютъ третью поправку x_3, дающую $\tau_3 + x_3 = \tau$. Впрочемъ отъ этихъ утомительныхъ вычисленій большею частью освобождаютъ упомянутыя выше (стр. 81, § 99) таблицы стоимости облигацій разныхъ займовъ при разныхъ уровняхъ нарицательнаго и реализаціоннаго роста и при разныхъ срокахъ. Русскія таблицы г. Малешевскаго наиболѣе полныя и далеко оставляютъ за собою англійскія, французскія и нѣмецкія таблицы: онѣ сдѣланы для 17 различныхъ реализаціонныхъ ростовъ (высшій 6%, низшій 4%) и вычисленныя суммы даны съ 3 десятичными знаками, тогда какъ заграничныя таблицы не идутъ далѣе 6 разныхъ реализаціонныхъ видовъ роста и даютъ вычисленныя суммы лишь съ 2 десятичными.

Поясникъ изложенное на двухъ примѣрахъ. Пусть требуется опредѣлить реализаціонный ростъ $5^1/_2\%$-наго свидѣтельства Крестьянскаго Банка, уплачивающаго купонный налогъ и подлежащаго погашенію въ срокъ 34 лѣтъ, при биржевой его цѣнѣ въ 102 рубля. Для перваго приближенія беремъ $\tau_1 = 5^1/_8\%$ и приводимъ въ извѣстность $C = \frac{\varphi_{34(5^1/_8\%)}}{\varphi_{34(5^1/_2)}}\,100 = 104{,}648$. Затѣмъ вычисляемъ по формулѣ $C' = C - qR = C - \frac{q(K-C)t}{\tau - t}$ и получаемъ, что въ нашемъ случаѣ при подчиненіи купонному налогу

$$C' = 104{,}648 - \frac{0{,}05\,(100 - 104{,}648)\,0{,}055}{0{,}05125 - 0{,}055} = 101{,}239,$$

а такъ какъ по свидѣтельствамъ Крестьянскаго Банка интересы уплачиваются два раза въ году при погашеніи разъ въ году, то съ помощью вспомогательныхъ таблицъ, дающихъ при нарицательномъ ростѣ или $t = 5^1/_2\%$ и при реализаціон-

номъ ростѣ $\tau = 5^1/_8{}^0/_0$ для требуемаго добавочнаго вычисленія $\pi = -0{,}18556878$. Поэтому

$C' = C' + (1-q)(K-C)\pi = 101{,}239 + 0{,}95(100 - 104{,}648) \times -0{,}18556878 = 102{,}053$

Такъ какъ стоимость въ $102{,}053$ больше данной (102), то для второго приближенія берем $\tau_2 = 5^1/_4{}^0/_0$ и опять вычисляем $C_2 = \frac{\varphi_{34(5^1/_4)}}{\varphi_{34(5^1/_2)}} 100 = 103{,}061$, поэтому и $C'_2 = 103{,}061 - \frac{0{,}05(100 - 103{,}061)\cdot 0{,}055}{0{,}0525 - 0{,}055} = 99{,}694$, а такъ какъ при реализаціонномъ ростѣ $\tau = 5^1/_4{}^0/_0$ и нарицательномъ ростѣ $t = 4^0/_0$ вспомогательная величина $\pi = -0{,}2850565$, то это дастъ:

$$C'' = 99{,}691 + 0{,}95(100 - 103{,}061) \times -0{,}2850565 = 100{,}528.$$

Такимъ образомъ измѣненіе роста на $5^1/_8 - 5^1/_4 = -{}^1/_8{}^0/_0$ повело за собою перемѣну въ стоимости въ $102{,}058 - 100{,}528 = 1{,}535$; поэтому для измѣненія стоимости облигаціи въ размѣрѣ $102{,}058 - 102 = 0{,}058$, необходимо къ росту въ $5^1/_8{}^0/_0$, дающему стоимость въ $102{,}058$, прибавить поправку, явствующую изъ пропорціи $x : {}^1/_8{}^0/_0 = 0{,}058 : 1{,}535$ или $x = 0{,}000047$. Поэтому искомый ростъ будетъ $0{,}05125 + 0{,}000047 = 0{,}051297 = 5{,}1297{}^0/_0$.

Для другого примѣра возьмемъ опредѣленіе реализаціоннаго роста при пособіи вспомогательныхъ таблицъ, дающихъ стоимость уплатъ по займамъ при разныхъ ихъ срокахъ и уровняхъ нарицательнаго и реализаціоннаго роста. Пусть требуется опредѣлить, сколько составляетъ реализаціонный ростъ τ по $4^0/_0$-ному займу, заключенному на срокъ 128 полугодій по $81^3/_4$ за сто и подчиненному купонному налогу. Въ упомянутыхъ вспомогательныхъ таблицахъ при срокѣ $4^0/_0$-наго займа въ 64 года находимъ, что если онъ подлежитъ купонному налогу, то стоимость $82{,}452$ соотвѣтствуетъ реализаціонному росту въ $4^7/_8{}^0/_0$, а стоимость $80{,}698$ соотвѣтствуетъ реализаціонному росту въ $5^0/_0$. Слѣдовательно, разности въ стоимости $82{,}452 - 80{,}638 = 1{,}754$ соотвѣтствуетъ разность въ ростѣ $5 - 4^7/_8 = {}^1/_8{}^0/_0$. Поэтому разности между ближайшею большею табличною стоимостью и данною стоимостью или $82{,}452 - 81^3/_4 = 0{,}702$ будетъ соотвѣтствовать разность въ ростѣ по пропорціи $x : {}^1/_8{}^0/_0 = 0{,}702 : 1{,}754$ или $x = \frac{0{,}702}{1{,}754} \cdot 0{,}00125 = 0{,}000500$. Поэтому $4^7/_8 + 0{,}000500 = 0{,}04875 + 0{,}0005 = 0{,}04925$ или $4.925^0/_0$ почти будетъ искомый ростъ, такъ какъ вычисленная по нему стоимость уплатъ по займу даетъ $81{,}7425$ за сто.

257. Установленіе купоннаго налога иногда ведетъ за собою упомянутую въ началѣ нашего изложенія (въ §§ 22 и 30, стр. 20 и 25) задачу вычисленія ежесрочной суммы, которая равноцѣнна капитализованной стоимости уплатъ въ счетъ причитающагося съ даннаго займа налога. По условіямъ задачи въ этомъ случаѣ идетъ рѣчь о стоимости, опредѣляемой чрезъ капитализацію изъ нарицательнаго роста займа, коего купоны подлежатъ налогу. Наличная стоимость уплатъ въ счетъ интересовъ, опредѣленная капитализаціею изъ нарицательнаго роста, при ежесрочной суммѣ A (для интересовъ и погашенія) и нарицательномъ капиталѣ K составляетъ $A\left(\varphi_{n(t)} - \frac{n}{(1+t)^{n+1}}\right) = K\left(1 - \frac{n}{\varphi_{n(t)}(1+t)^{n+1}}\right) = K - \frac{nK}{1+t}\left(\frac{1}{\varphi_{n(t)}} - t\right)$. Если налогъ на купонъ беретъ $q^0/_0$ уплатъ въ счетъ интересовъ, то и его капитализо-

ванная стоимость составляетъ $q^0/_0$ стоимости всѣхъ уплатъ въ счетъ интересовъ или (означая эту послѣднюю стоимость чрезъ $R_{(t)}$)

$$qR_{(t)} = Aq\left(\varphi_{n(t)} - \frac{n}{(1+t)^{n+1}}\right) = Kq\left(1 - \frac{n}{\varphi_{n(t)}(1+t)^{n+1}}\right) = Kq\left[1 - \frac{n}{1+t}\left(\frac{1}{\varphi_{n(t)}} - t\right)\right]$$

чему и должна равняться капитализованная стоимость искомой ежесрочной суммы, уплата коей равносильна уплатѣ купоннаго налога, или $x\varphi_{n(t)}$. Поэтому

$$x = Aq\left(1 - \frac{n}{\varphi_{n(t)}(1+t)^{n+1}}\right) = \frac{Kq}{\varphi_{n(t)}}\left(1 - \frac{n}{\varphi_{n(t)}(1+t)^{n+1}}\right) =$$
$$= Kq\left[\frac{1}{\varphi_{n(t)}} - \frac{n}{1+t}\left(1 - \frac{t}{\varphi_{n(t)}}\right)\right].$$

Когда по займамъ, коихъ касаются вычисленія x, проценты уплачиваются ежегодно вдвое чаще, чѣмъ погашеніе, то вмѣсто $R_{(t)}$ необходимо брать, какъ объяснялось уже неоднократно, $R_{(t)}\left(\frac{1+(1+t)^{1/2}}{2}\right) = R_{(t)}\left(1 + \frac{t'}{2}\right)$ при чемъ въ настоящемъ случаѣ t означаетъ годовой нарицательный ростъ, а t' соотвѣтствующій ему полугодовой настоящій нарицательный ростъ или $t' = (1+t)^{1/2} - 1$.

Въ нашемъ министерствѣ финансовъ составлены вспомогательныя таблицы, дающія для 12 различныхъ t отъ $1^1/_4{}^0/_0$ до $5^0/_0$ и для n отъ 1 до 200 численное значеніе выраженій $1 - \frac{n}{\varphi_{n(t)}(1+t)^{n+1}}$ и $\frac{1}{\varphi_{n(t)}}\left(1 - \frac{n}{\varphi_{n(t)}(1+t)^{n+1}}\right)$. Слѣдовательно помноженіемъ суммы нарицательнаго капитала K даннаго займа на первое выраженіе, то есть, взявъ для даннаго случая $K\left(1 - \frac{n}{\varphi_{n(t)}(1+t)^{n+1}}\right)$, легко получить наличную стоимость уплатъ въ счетъ интересовъ по данному займу, опредѣленную капитализаціею изъ его нарицательнаго роста; а помноженіемъ Kq (или произведенія нарицательнаго капитала на процентъ взимаемаго налога) на второе выраженіе, или взявъ для даннаго случая $\frac{Kq}{\varphi_{n(t)}}\left(1 - \frac{n}{\varphi_{n(t)}(1+t)^{n+1}}\right)$, легко получить ежесрочную сумму, которая равноцѣнна уплатамъ въ счетъ налога и поэтому ихъ можетъ замѣнить. Въ означенныхъ таблицахъ даны готовые постоянные множители и для займовъ, по коимъ интересы уплачиваются вдвое чаще, чѣмъ погашеніе. Само собою разумѣется, однако, что приведенныя выраженія и таблицы никакого примѣненія не имѣютъ къ вычисленіямъ, имѣющимъ основаніемъ наличную стоимость, опредѣляемую при условіи множественности видовъ капитала и роста.

258. Бываютъ случаи, въ которыхъ представляется интереснымъ вычислить не реализаціонную (капитализованную изъ $\tau^0/_0$ роста), а нарицательную стоимость (капитализованную изъ нарицательнаго роста $t^0/_0$) уплатъ по займу, подчиненному купонному налогу. Зная, что нарицательная стоимость погашенія составляетъ $\frac{nA}{(1+t)^{n+1}}$, а нарицательная стоимость уплатъ въ счетъ интересовъ составляетъ $A\left(\varphi_{n(t)} - \frac{n}{(1+t)^{n+1}}\right)$ и отъ уплатъ купоннаго налога въ размѣрѣ $q^0/_0$ превращается въ $(1-q)A\left(\varphi_{n(t)} - \frac{n}{(1+t)^{n+1}}\right)$, мы можемъ искомую нарицательную стоимость (озна-

чимъ ее чрезъ K') тѣхъ и другихъ уплатъ при подчиненіи купонному налогу выразить такъ:

$$K' = \frac{nA}{(1+t)^{n+1}} + (1-q)\left(A\varphi_{n(t)} - \frac{nA}{(1+t)^{n+1}}\right) = \frac{nA}{(1+t)^{n+1}} + A\varphi_{n(t)} - \frac{nA}{(1+t)^{n+1}}$$
$$- qA\varphi_{n(t)} + \frac{nqA}{(1+t)^{n+1}} = A\varphi_{n(t)} - qA\varphi_{n(t)} + \frac{nqA}{(1+t)^{n+1}} = A\left(\varphi_{n(t)}(1-q) + \frac{qn}{(1+t)^{n+1}}\right)$$
$$= K\left((1-q) + \frac{qn}{\varphi_{n(t)}(1+t)^{n+1}}\right),$$

то есть, формула для вычисленій совершенно аналогична съ выведенною выше формулою $C' = C(1-q) + qE$ (§ 254, стр. 269).

259. Общій итогъ уплатъ въ счетъ купоннаго налога по какому либо займу легко опредѣлить по выраженію общаго итога уплатъ въ счетъ интересовъ по тому-же займу, взявъ $q^0/_0$ послѣдняго итога. Какъ объяснено (выше, стр. 35) общій итогъ уплатъ въ счетъ интересовъ по займу съ ежесрочною суммою A (для интересовъ и погашенія) составляетъ $nA - A\varphi_{n(t)} = A(n - \varphi_{n(t)}) = K\left(\frac{n}{\varphi_{n(t)}} - 1\right)$. Поэтому налогъ въ размѣрѣ $q^0/_0$ съ уплатъ въ счетъ интересовъ возьметъ $Aq(n - \varphi_{n(t)}) = qK\left(\frac{n}{\varphi_{n(t)}} - 1\right)$.

260. Во Франціи кромѣ налога на купоны (не распространяющагося впрочемъ на государственно-долговыя бумаги) существуютъ еще два другіе налога, вліяющіе на стоимость публично-долговыхъ бумагъ. Одинъ изъ нихъ заключается въ особомъ сборѣ со средней биржевой стоимости бумаги, а именно въ размѣрѣ $^1/_5{}^0/_0$ съ этой стоимости. Вліяніе этого налога на вычисленіе стоимости излагается во Франціи слѣдующимъ образомъ. Означимъ чрезъ k нарицательную стоимость каждой облигаціи, чрезъ t нарицательный по ней ростъ, чрезъ N_p число такихъ облигацій при p-омъ тиражѣ и чрезъ N_{p+1} число такихъ-же облигацій при $(p+1)$-омъ тиражѣ. Налогъ со всякой единицы денежной стоимости средней за истекшій годъ цѣны облигаціи означимъ чрезъ β'. Пусть c_p означаетъ наличную стоимость всѣхъ уплатъ по одной облигаціи, или въ данномъ случаѣ ея биржевую годовую среднюю цѣну, съ которой взимается налогъ, составляющій оттого $\beta' c_p$ со всякой облигаціи, а такъ какъ интересовъ по ней уплачивается kt, то очевидно, всякая облигація будетъ приносить интересовъ лишь $kt - c_p\beta'$, а всѣ N_p облигаціи принесутъ процентовъ $N_p(kt - c_p\beta')$. Погашеніе составитъ разность, на которую уменьшится въ p-ую единицу времени нарицательная стоимость всѣхъ облигацій или $(N_p - N_{p+1})k$. Такъ какъ стоимость всѣхъ облигацій въ началѣ $(p+1)$-ой единицы времени составляетъ $N_{p+1}c_{p+1}$, то очевидно, что если мы сложимъ эту послѣднюю стоимость съ интересами и погашеніемъ p-ой единицы времени и итогъ учтемъ за одну единицу времени изъ $\tau^0/_0$, то получимъ наличную стоимость всѣхъ облигацій въ началѣ p-ой единицы времени. Или:

$$N_p c_p = \frac{N_p(kt - c_p\beta') + (N_p - N_{p+1})k + N_{p+1}c_{p+1}}{1+\tau}$$
$$\text{или} - N_p c_p(1+\tau) + N_p kt - N_p c_p\beta' + N_p k = N_{p+1}k - N_{p+1}c_{p+1}$$
$$\text{или } N_p\{k(1+t) - c_p[(1+\tau) + \beta']\} = N_{p+1}(k - c_{p+1}).$$

Но мы знаемъ объ ежеросной суммѣ A, что

$$A = \frac{N_p k}{\varphi_{n-p(t)}} = \frac{N_{p+1} k}{\varphi_{n-p-1(t)}}.$$

Поэтому исключеніемъ изъ обоихъ равенствъ $\frac{N_p}{N_{p+1}}$ найдемъ, что

$$\varphi_{n-p(t)}[k(1+t)-c_p(1+\tau)+c_p\beta'] = \varphi_{n-p-1(t)}(k-c_{p+1});$$

равенство-же это при предположеніи, что налога совсѣмъ нѣтъ или $\beta' = 0$, принимаетъ такой видъ:

$$\varphi_{n-p(t)}[k(1+t)-c_p(1+\tau)] = \varphi_{n-p-1(t)}(k-c_{p+1});$$

то есть, все вліяніе, оказываемое существованіемъ налога, заключается въ томъ, что вмѣсто τ приходится брать $\tau+\beta'$, или вмѣсто $1+\tau$ приходится брать $(1+\tau)+\beta'$. А посему, очевидно, что для вычисленія стоимости облигаціи при налогѣ на среднюю ея годовую биржевую стоимость, нужно лишь увеличить оцѣночный или реализаціонный рость (τ) на налогъ (β') и затѣмъ производить вычисленіе общимъ порядкомъ. Слѣдовательно, напримѣръ, налогъ въ размѣрѣ $^1/_5$% со средней биржевой цѣны публично-долговыхъ бумагъ ведетъ за собою необходимость вычислять означенную стоимость посредствомъ увеличенія реализаціоннаго роста на $^1/_5$%. То есть, налогъ въ этомъ случаѣ уменьшаетъ стоимость облигаціи въ той-же мѣрѣ, въ какой она уменьшилась-бы отъ всякой другой причины, увеличивающей реализаціонный ростъ въ томъ-же размѣрѣ.

Если купоны оплачиваются по полугодіямъ, то, конечно, полугодовой реализаціонный ростъ нужно увеличить лишь на половину налога.

261. Независимо отъ ежегодныхъ сборовъ (налоговъ) съ купоновъ и со средней ихъ годовой биржевой стоимости, публично-долговыя бумаги уплачиваютъ во Франціи единовременно при выходѣ въ тиражъ 3% съ разности между ихъ нарицательною (погасительною) и выпускною стоимостью. Для разъясненія того вліянія, которое оказываетъ на расчеты этотъ (третій) налогъ, мы можемъ разсматривать обложеніе въ этомъ случаѣ какъ-бы слагающимся изъ двухъ дѣйствій: изъ сбора 3% со всей нарицательной цѣны k и возврата 3% съ выпускной цѣны (z). Очевидно, что первое дѣйствіе уменьшаетъ стоимость облигаціи (c), а второе ее увеличиваетъ. А именно, вслѣдствіе вычета 3% съ купоновъ и со всей нарицательной суммы облигаціи ея наличная стоимость вмѣсто c будетъ $c - 0{,}03c = 0{,}97c$. Вслѣдствіе возврата-же 3% съ выпускной цѣны z стоимость облигаціи увеличится на стоимость этого возврата. А стоимость этого возврата будетъ равняться наличной стоимости погашенія такой облигаціи, которой нарицательная цѣна равняется 3% данной выпускной цѣны; или стоимость возврата составитъ 3% наличной стоимости погашенія такой облигаціи, коей нарицательная цѣна равняется данной выпускной цѣнѣ. Поэтому, если мы означимъ чрезъ c капитализованную изъ τ наличную стоимость погашенія всей нарицательной цѣны (k) облигаціи, то стоимость погашенія всякой единицы въ ней будетъ $\frac{k}{c}$, а стоимость погашенія $0{,}03z$ единицъ, или стоимость возврата, будетъ въ $0{,}03z$ разъ больше, слѣдовательно,

стоимость возврата составитъ $\frac{0,03ze}{k}$. Поэтому стоимость облигаціи при разсматриваемыхъ условіяхъ будетъ:

$$c' = 0,97c + \frac{0,03ze}{k}.$$

Напримѣръ, если $k=500$, $t=0,03$, $\tau=0,05$, $z=300$ и $n=75$, то вслѣдствіе налога въ $^1/_5\%$ на биржевую стоимость мы должны вмѣсто $\tau+\beta' = 0,05$ взять $\tau' = 0,052$.

$$\text{Поэтому } c = \frac{\varphi_{75(5'/8)}}{\varphi_{75(3)}} 500 = 316,53,$$

$$\text{а тогда } e = \frac{c\tau' - kt}{\tau' - t} = \frac{316,53 \times 0,052 - 500 \times 0,03}{0,052 - 0,03} = 66,34$$

$$\text{и слѣдовательно } c' = 0,97 \times 316,53 + \frac{0,03 \times 300 \times 66,34}{500} = 308,22.$$

Когда проценты уплачиваются по полугодіямъ при погашеніи одинъ разъ въ году, то необходимо конечно нѣсколько видоизмѣнить выведенную формулу. А именно, вмѣсто годового τ нужно будетъ взять полугодовой τ' съ прибавленіемъ половины налога на биржевую стоимость или $\tau' + 0,001$, чтобъ на основаніи соотвѣтствующаго (равноцѣннаго) годового τ_1' вычислить новыя значенія c_1 и e_1 и тогда вмѣсто $\frac{0,03ze}{k}$ взять $\frac{0,03ze_1}{k}$. Слѣдовательно, въ этомъ случаѣ

$$c'' = 0,97c_1 + \frac{0,03z}{k} \cdot \frac{c_1\tau_1' - kt}{\tau_1' - t};$$

напримѣръ при $k=500$, $t=0,03$, $n=50$, $z=306,65$ полугодовой $\tau'=0,02375$, а потому съ налогомъ въ $^1/_5\%$ на биржевую стоимость $\tau'=0,02375+0,001=0,02475$, чему соотвѣтствуетъ годовой $\tau_1' = (1+\tau')^2 - 1 = 0,05011256$. Поэтому

$$c = \frac{\varphi_{50(\tau_1')}}{\varphi_{50(3)}} 500 = \frac{500 \times 18,22422133}{25,72976401} = 354,147 \text{ и оттого}$$

$$e_1 = \frac{354,147 \times 0,05011256 - 15}{0,02011256} = 135,591$$

$$c' = c + \pi(k - c) = 354.147 + \frac{0.03 \times 0.02475\,(500 - 354.147)}{2\,(0.05011256 - 0.03)} = 356.839$$

$$\text{и слѣдовательно } c'' = 0,97 \times 356,839 + \frac{0,03 \times 306,65 \times 135,591}{500} = 348,647.$$

262. Когда извѣстно, какими пріемами вычисляется на основаніи данныхъ элементовъ займовъ, подчиненныхъ расмотрѣннымъ налогамъ, при данномъ-же реализаціонномъ ростѣ, наличная стоимость соединенныхъ съ означенными займами уплатъ (интересовъ, погашенія, премій и выигрышей), то этимъ опредѣляется и обратный путь вычисленія реализаціоннаго роста, когда даны кромѣ него всѣ прочіе элементы займовъ при условіи ихъ подчиненія расмотрѣннымъ налогамъ. Вычисленіе производится на основаніи изложенныхъ формулъ наличной стоимости при этомъ условіи, путемъ постепенныхъ приближеній, или такого подбора подходящаго или соотвѣтственнаго реализаціоннаго роста, удовлетворяющаго требованіямъ и свойствамъ выведенныхъ равенствъ, при которомъ получается данная наличная стоимость уплатъ по займамъ, подвергающихся налоговымъ вычетамъ.

263. Въ нашемъ столѣтіи неоднократно бывали случаи, что установленія, заключающія публичные займы, оказывались несостоятельными и неисправными по исполненію принятыхъ ими на себя обязательствъ. При изученіи статистики и исторіи финансовъ поэтому приходится иногда встрѣчаться и съ необходимостью

вычисленій того ущерба, который оказался послѣдствіемъ означенной неисправности. Коренныя основанія этихъ вычисленій — однородны съ тѣми, которыя выше изложены по поводу налоговъ на платежи по публичнымъ займамъ (особенно налога на купоны), если неисправность распространяется только на уплату интересовъ. Если-же неисправность распространяется и на платежи по погашенію и ущербъ составляетъ q'% этихъ платежей, то очевидно въ формулу наличной стоимости уплатъ по такого рода займамъ нужно будетъ ввести и этотъ элементъ и она приметъ такой видъ:

$$C''' = (1 - q)R + (1 - q')E = c - qR - q'E.$$

264. Сомнительной выгодѣ, которую государства, установляя налоги на купоны и иныя прибыли отъ публично-долговыхъ бумагъ, имѣютъ въ ихъ качествѣ должниковъ, противупоставляются гораздо болѣе реальныя, т. н. реализаціонныя выгоды капиталистовъ-заимодавцевъ по означеннымъ займамъ. Реализаціонными называются особыя побочныя выгоды, не составляющія непремѣнной принадлежности публичныхъ долговъ, но почти всегда ихъ сопровождающія и предоставляемыя капиталистамъ въ моментъ реализаціи публичныхъ займовъ, при публичной на нихъ подпискѣ и передачѣ должнику реализуемаго имъ займомъ капитала. Заключаются эти выгоды: во-первыхъ въ разсрочкѣ на извѣстное время уплатъ или взносовъ, которые капиталисты должны производить для передачи заемщику реализуемаго капитала, и во-вторыхъ въ томъ, что первый платежъ интересовъ по займу или оплата перваго по нему купона производится ранѣе, чѣмъ слѣдовалобы по расчету времени, съ котораго реализуемый капиталъ переданъ заимодавцами заемщику. Заключая заемъ по извѣстному курсу, напримѣръ, по 84 за 100, заемщикъ долженъ былъ-бы имѣть право въ день «подписки» (когда ею выражается согласіе капиталиста на предложенныя ему условія займа) получить сполна эти 84 за 100. Если напр. подписка происходитъ 15 марта, то уже 15 марта заимодавецъ долженъ былъ-бы уже и внести или уплатить за 100-рублевую облигацію ея реализаціонную стоимость, опредѣленную въ 84 рубля. Если же заимодавцу предоставляется при подпискѣ внести только 24 рубля, а остальные 60 рублей ему разсрочиваются, а именно 30 рублей на 3 мѣсяца или $^1/_4$ года и 30 рублей на 6 мѣсяцевъ или полгода, то очевидно, что сохраняя въ своемъ распоряженіи и пользованіи эти деньги и, напримѣръ, при 5% на капиталъ, имѣя отъ первыхъ 30 рублей 5% на нихъ за 3 мѣсяца или $30 \times 0{,}05 \times {}^1/_4 = 37{}^1/_2$ коп., а на вторые 30 рублей 5% за полгода или $30 \times 0{,}05 \times {}^1/_2 = 75$ коп., а всего $37{}^1/_2 + 75 = 1$ р. $12{}^1/_2$ к., капиталистъ долженъ былъ-бы эти 1 р. $12{}^1/_2$ коп. уплатить заемщику, если онъ обязался въ дѣйствительности внести 84 рубля наличными за всякую 100-рублевую облигацію. Если-же заемщикъ согласится эти 1 р. $12{}^1/_2$ коп. уступить въ пользу заимодавца, то очевидно это будетъ тождественно съ умепьшеніемъ наличной (покупной) стоимости 100-рублевой облигаціи на тѣже 1 р. $12{}^1/_2$ коп. и поэтому ея курсъ реализаціи по 84 за сто будетъ лишь кажущійся, настоящій-же курсъ будетъ $84 - 1{,}125 = 82{}^7/_8$ за сто. Такимъ образомъ, если подписка на заемъ производится въ одинъ день, напр. 15 марта 1891 г. и слѣдовательно тогда начинается заемъ передачею реализуемаго капитала заемщику, а при облигаціи теченіе процентовъ начинается не по истеченіи цѣлой единицы времени (года, полугода или четверти года) послѣ того, а ранѣе, напримѣръ 5 рублей годовыхъ интересовъ въ нашемъ

займѣ уплачиваются не съ 15 марта 1892 г., а уже съ 1 ноября 1891 года, или $4^1/_2$ мѣсяцами ранѣе, то очевидно, что за $4^1/_2$ мѣсяца эти 5 рублей, или изъ нихъ $\frac{4,5}{12} \times 5 = 1$ р. $87^1/_2$ коп., не причитались заимодавцу и они подлежали-бы возврату заемщику. Если-же они все таки предоставляются заимодавцу, какъ особая выгода отъ согласія участвовать въ займѣ, то очевидно и это тождественно съ новымъ вычетомъ изъ курса реализаціи, который отъ того составитъ уже лишь $82,_{875}-1,_{875}=81$ вмѣсто 84 за 100, или настоящій (дѣйствительный) курсъ реализаціи будетъ на 3% меньше «подписного» (оффиціальнаго) или кажущагося курса реализаціи, что напримѣръ на 100.000.000-ный заемъ составляетъ 3,000.000 руб.

Добавочная выгода капиталистовъ, заключающаяся въ досрочномъ полученіи ими интересовъ по займу за нѣкоторую часть первой единицы времени, у насъ называется «жуиссансомъ» или жуиссансовою выгодою реализаціи. Добавочная-же выгода капиталистовъ, заключающаяся въ предоставленіи имъ разсрочки при взносѣ реализуемаго капитала, реально всегда выражается въ уплатѣ тѣмъ изъ заимодавцевъ, которые не пользуются разсрочкою и дѣлаютъ свои взносы ранѣе, вознагражденія въ видѣ опредѣленныхъ процентовъ на ранѣе вносимыя ими суммы за время, на которое они ускоряютъ свои взносы или сокращаютъ разсрочку. По принятому почти повсюду порядку зачета суммъ по оборотамъ, сдѣланнымъ съ реализаціею государственныхъ займовъ, основаніемъ берется оффиціальный (кажущійся) курсъ реализаціи; суммы-же по уплатѣ владѣльцамъ облигацій досрочныхъ интересовъ за первую единицу времени, а также на вознагражденіе капиталистовъ за досрочные взносы ихъ, считаются «расходами реализаціи», которые вычитаются изъ поступленій по займу (реализованнаго имъ наличнаго капитала), исчисленныхъ по оффиціальному курсу реализаціи. Въ Англіи и Соединенныхъ Штатахъ Сѣверной Америки идутъ еще далѣе въ понятіи «расходовъ реализаціи», къ коимъ относятъ еще и всю разность между нарицательнымъ и реализуемымъ капиталами, записывая въ отчетахъ объ исполненіи государственныхъ росписей поступленіемъ всю нарицательную сумму заключаемыхъ займовъ. Напротивъ, въ кругу капиталистовъ-заимодавцевъ принято не придавать существеннаго значенія «подписному» или оффиціальному (кажущемуся) курсу реализаціи, а надлежащимъ вычисленіемъ приводить въ извѣстность дѣйствительный (настоящій) курсъ реализаціи. Это конечно болѣе правильное отношеніе къ предмету, потому что имъ фиктивные (кажущіеся) элементы устраняются и заемъ представляется въ тѣхъ относящихся къ нему данныхъ, безъ коихъ немыслимы правильные по нему расчеты и правдивое о немъ сужденіе.

265. Нѣтъ надобности останавливаться подробно на всякаго рода накладныхъ расходахъ, съ которыми бываютъ связаны публичные займы и обороты (покупки и продажи) проистекающихъ отъ нихъ процентныхъ бумагъ,—когда означенные расходы (уплата гербового сбора, маклерскій куртажъ, коммиссіонныя вознагражденія, расходы почтовой пересылки и т. п.) ни въ чемъ не измѣняютъ формулы вычисленія стоимости ежесрочныхъ уплатъ по займамъ (или бумагамъ), а лишь измѣняютъ данныя или численныя выраженія элементовъ означенныхъ формулъ въ отдѣльныхъ случаяхъ. Правильное пользованіе формулами, однако, всегда предполагаетъ очень внимательное отношеніе къ даннымъ, къ коимъ онѣ (формулы) примѣня-

ются въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ, для правильной постановки самой задачи. Очень часто вѣрность вычисленія гораздо больше зависитъ отъ этой постановки, чѣмъ отъ выбора формулы, не представляющаго затрудненій, и отъ самаго расчета по формулѣ, до извѣстной степени автоматическаго.

266. Замѣчаніе это примѣнимо и къ большей части накладныхъ расходовъ, съ коими бываютъ связаны ипотечныя ссуды. Когда при ихъ выдачѣ съ заемщиковъ берутъ единовременно извѣстную сумму на покрытіе расходовъ по оцѣнкѣ закладываемой недвижимости, заготовленію закладныхъ листовъ, на образованіе запаснаго капитала и т. п., и періодически (ежесрочно) извѣстную прибавку къ уплатѣ интересовъ и погашенія на расходы управленія и прибыль ипотечнаго учрежденія, — то этого рода накладные расходы никакого вліянія на формулы для вычисленія не оказываютъ, а лишь опредѣляютъ, къ какимъ даннымъ формулы примѣняются.

Въ нѣкоторыхъ случаяхъ, однако, и ипотечныя ссуды вызываютъ и такіе накладные расходы, которые настолько усложняютъ расчеты, что для принятія въ соображеніе этихъ расходовъ необходимо для нихъ вывести и отдѣльную формулу. Такъ бываетъ напримѣръ, тогда, когда ипотечное учрежденіе выпускаетъ закладные листы съ погасительною премію; у насъ, напримѣръ, бывшее Общество Взаимнаго Поземельнаго Кредита выпускало закладные листы, по коимъ за каждые 100 рублей кажущагося нарицательнаго капитала уплачивалось при погашеніи 125 рублей. Въ этомъ случаѣ очевидно съ заемщиковъ по ипотечнымъ ссудамъ приходится требовать сверхъ уплатъ интересовъ, погашенія, на расходы управленія и т. д., еще особаго ежесрочнаго платежа для покрытія расхода по уплатѣ погасительной преміи. Пусть расходъ собственно на погашеніе составляетъ B, а нарицательный ростъ ссудъ t, тогда погашеніе въ различныя единицы времени будетъ B, $B(1+t)$, $B(1+t)^2$, $B(1+t)^3$, $\cdots$, $B(1+t)^{n-1}$. Если погасительная премія составляетъ $\beta\%$ нарицательнаго погашенія, то весь расходъ на уплату преміи составитъ $B\beta+B(1+t)\beta+B(1+t)^2\beta+B(1+t)^3\beta+\cdots+B(1+t)^{n-1}\beta$. Наличная-же стоимость всѣхъ этихъ уплатъ, опредѣленная капитализаціею изъ нарицательнаго роста ссудъ, составитъ:

$$\frac{B\beta}{1+t}=\frac{B(1+t)\beta}{(1+t)^2}+\frac{B(1+t)^2\beta}{(1+t)^3}+\frac{B(1+t)^3\beta}{(1+t)^4}+\cdots\cdots+\frac{B(1+t)^{n-1}\beta}{(1+t)^n}=$$

$$=\frac{B\beta}{1+t}+\frac{B\beta}{1+t}+\frac{B\beta}{1+t}+\cdots\cdots+\frac{B\beta}{1+t}=\frac{nB\beta}{1+t}.$$

Очевидно, что этой суммѣ $\frac{nB\beta}{1+t}$ должна равняться и наличная стоимость той ежесрочной прибавки, которую придется потребовать отъ заемщиковъ по ипотечнымъ ссудамъ для покрытія расхода по уплатѣ погасительной преміи. Означивъ эту прибавку чрезъ x, мы ее опредѣлимъ изъ равенства $x\varphi_{n(t)}=\frac{nB\beta}{1+t}$, откуда $x=\frac{nB\beta}{(1+t)\varphi_{n(t)}}$. А такъ какъ при нарицательномъ капиталѣ ссуды K, расходъ на погашеніе $B=\frac{Kt}{(1+t)^n-1}=\frac{K}{\omega_{n(t)}}$, то

$$x=\frac{n\beta}{1+t}\cdot\frac{1}{\varphi_{n(t)}}\cdot\frac{1}{\omega_{n(t)}}\cdot K=n\beta\cdot\frac{t^2(1+t)^{n-1}}{[(1+t)^n-1]^2}\cdot K.$$

Эту-же формулу легко вывести изъ общаго выраженія нарицательной стоимости уплатъ въ счетъ погашенія, какъ оно дано въ элементарной части нашего изложенія. Если ежесрочная сумма для интересовъ и погашенія составляетъ A, то, какъ объяснено, нарицательная стоимость уплатъ въ счетъ погашенія составляетъ $\frac{nA}{(1+t)^{n+1}}$ и поэтому нарицательная стоимость погасительной преміи будетъ $\frac{nA\beta}{(1+t)^{n+1}}$. Поэтому искомый платежъ заемщиковъ опредѣлится изъ равенства $x\varphi_{n(t)} = \frac{nA\beta}{(1+t)^{n+1}}$ или $x = \frac{nA\beta}{\varphi_{n(t)}(1+t)^{n+1}}$, а такъ какъ $A = B(1+t)^n$, то подстановкою этого выраженія, а затѣмъ вмѣсто B его выраженія $\frac{K}{\omega_{n(t)}}$, опять получается выведенное выше выраженіе ежесрочной уплаты заемщиковъ для покрытія расхода на погасительную премію по закладнымъ листамъ.

XXX.

Расчеты по конверсіямъ и расрочкамъ публичныхъ займовъ.

267. Юридическая природа договоровъ, на которыхъ основываются публичные займы въ новѣйшую эпоху ихъ историческаго развитія (съ начала XVIII в. въ Англіи и съ конца XVIII ст. въ прочихъ странахъ Европы)—то есть: подробности, касающіяся свойствъ правъ и обязательствъ, возникающихъ изъ означенныхъ договоровъ, гораздо менѣе выяснена теоріею и практикою юриспруденціи нашего времени, чѣмъ напримѣръ выяснена была до исхода среднихъ вѣковъ (до XVI ст.) юридическая природа «рентныхъ договоровъ», когда этимъ предметомъ занимались главнымъ образомъ юристы-канонисты. Это, между прочимъ, выразилось въ томъ любопытномъ явленіи, что тогда какъ канонисты категорически признавали за должникомъ право возвратить имѣвшійся въ его распоряженіи чужой капиталъ, полученный по безсрочному договору, съ обязательствомъ уплаты вѣчной ренты (census perpetuum, вѣчный чиншъ), — въ новѣйшее время объ этомъ правѣ неоднократно возникали споры въ законодательныхъ учрежденіяхъ. Хотя эти споры въ концѣ концовъ всегда рѣшались въ старомъ смыслѣ, то есть — въ смыслѣ несомнѣннаго права должника освободиться отъ обязательства, которое перестало соотвѣтствовать его положенію, тѣмъ не менѣе споры иногда на десятилѣтія затягивали осуществленіе означеннаго права. Невыясненностью-же юридической природы публично-займовыхъ договоровъ новѣйшаго времени объясняется и то обстоятельство, что за исключеніемъ Англіи и отчасти Пруссіи, почти повсюду означенные договоры составлялись съ допущеніемъ такихъ неясностей и недомолвокъ, что иногда они прямо противорѣчили существу дѣла и въ подобныхъ случаяхъ, естественно, были мертвою буквою. Неясности и недомолвки пріобрѣтали (и продолжаютъ пріобрѣтать) особенно существенное значеніе въ тѣхъ случаяхъ, когда должники по публичнымъ займамъ, вслѣдствіе улучшившагося ихъ положенія, получали (и получаютъ) возможность предпринимать операціи

чрезвычайнаго, досрочнаго и усиленнаго, погашенія обременяющихъ ихъ долговъ. Средствами для этого могутъ служить или бюджетные избытки доходовъ надъ расходами, или суммы отъ новыхъ займовъ, заключенныхъ на болѣе выгодныхъ, чѣмъ заключавшіеся до того, при менѣе благопріятномъ положеніи. Для безпрепятственнаго извлеченія всѣхъ выгодъ отъ этихъ-то средствъ большое значеніе имѣла-бы полнота и ясность договоровъ, на которыхъ основываются публичные займы. Когда-же полноты и ясности нѣтъ, то это ставитъ въ необходимость финансовыхъ руководителей прибѣгать къ своей изворотливости и изобрѣтательности, чтобъ все-таки найти пути къ пользованію выгодами, которыхъ источники фактически находятся въ ихъ распоряженіи. Всего легче пользованіе этими источниками, когда они заключаются въ бюджетныхъ избыткахъ государственныхъ доходовъ надъ расходами. Но задача иногда очень усложняется, когда главное основаніе для операцій чрезвычайнаго (досрочнаго и усиленнаго) погашенія публичныхъ долговъ заключается въ открывшейся возможности заключенія болѣе выгодныхъ новыхъ займовъ. Въ этихъ-то случаяхъ особенно важно, чтобъ по существу дѣла кореннымъ началомъ признавалось право должника возвратомъ занятаго капитала облегчать лежащее на немъ долговое бремя и чтобъ это право считалось самособою подразумѣвающимся во всѣхъ случаяхъ, въ которыхъ не оговорено ясно и категорически противуположное: что должникъ обязывается не пользоваться этимъ правомъ, при чемъ конечно никакихъ сомнѣній не должно было-бы быть относительно срока, на который ограничивается право должника прибѣгать къ усиленному и досрочному погашенію нарицательнаго капитала лежащаго на немъ долга. При выясненіи существа множественности видовъ капитала и роста въ публичныхъ займахъ мы видѣли (§ 138, особ. въ концѣ стр. 130—132), что при извѣстныхъ условіяхъ нѣкоторое ограниченіе права должника сокращать срокъ, на который долгъ заключенъ, неминуемо, какъ условіе, безъ коего заемъ совсѣмъ и состояться не можетъ. Но это ограниченіе никогда не должно само собою подразумѣваться, то есть, по существу дѣла срокъ его ни коимъ образомъ и никогда не долженъ былъ-бы смѣшиваться со срокомъ займа. Напротивъ, право должника производить усиленное погашеніе должно было-бы считаться само собою подразумѣвающимся правомъ, безъ коего множественность видовъ капитала и роста совершенно теряетъ всякій смыслъ и всякое основаніе; ограниченіе-же означеннаго права и срокъ этого ограниченія всегда должны были-бы совершенно ясно опредѣляться и оговариваться въ займовыхъ договорахъ. На практикѣ, особенно самаго новѣйшаго времени, это и соблюдается, большею частью, но не всегда. И именно только тогда и возникаютъ недоумѣнія, неправильныя требованія и противурѣчащія существу дѣла споры и толкованія, которыя держатся только на недомолвкахъ, а сами по себѣ совершенно несостоятельны.

268. Мы считали необходимымъ оговорить объясненное въ предъидущемъ параграфѣ обстоятельство, потому что это необходимо для вѣрной постановки задачъ, составляющихъ предметъ разсмотрѣнія настоящей части нашего изложенія. Конверсіи и расрочки публичныхъ займовъ всегда должны имѣть двоякія основанія: формальныя (юридическія) и матеріальныя (финансовыя). Первыя опредѣляются договорами, коими первоначально были заключены конвертируемые или расрочиваемые займы; вторыя заключаются въ такомъ улучшеніи обстоятельствъ

должника по этимъ займамъ, которое ему дастъ возможность добиваться облегченія лежащаго на немъ долгового бремени. Существо формальныхъ (юридическихъ) основаній конверсій и расрочекъ публичныхъ займовъ заключается въ правѣ должника по нимъ производить усиленное и досрочное ихъ погашеніе. Существо финансовыхъ основаній конверсій и расрочекъ заключается въ такомъ улучшеніи кредита должника, которое ему дастъ возможность заключать займы на болѣе выгодныхъ, чѣмъ прежде, условіяхъ, то есть: на условіяхъ, при которыхъ уменьшается бремя платежей, соединенныхъ съ публичными долгами. Такъ какъ эти платежи двоякаго рода (по уплатѣ интересовъ и по уплатѣ погашенія), то и операціи по уменьшенію тягостей, съ ними связанныхъ, тоже бываютъ двоякаго рода. А именно, когда операціи имѣютъ цѣлью уменьшеніе бремени уплаты интересовъ по публичнымъ займамъ, то онѣ называются конверсіями; когда-же ихъ задача заключается въ уменьшеніи бремени, представляемаго расходами на погашеніе, то онѣ называются расрочками. Конверсіи и расрочки принадлежатъ къ одному и тому же роду финансовыхъ операцій, имѣющихъ задачею замѣну однихъ займовъ, менѣе выгодныхъ въ одномъ изъ указанныхъ отношеній, другими займами, болѣе выгодными. Къ тому-же роду принадлежатъ еще и операціи по консолидаціи государственныхъ долговъ, которыя тоже бываютъ двоякаго вида. Однѣ имѣютъ задачею превращеніе болѣе обременительныхъ краткосрочныхъ долговъ въ менѣе обременительные долгосрочные, а другія имѣютъ задачею сліяніе и объединеніе различныхъ займовъ.

269. Существо всякой конверсіи заключается въ замѣнѣ одного займа другимъ такимъ займомъ, по которому уменьшенъ расходъ на уплату интересовъ (на платежи по купонамъ). Слѣдовательно, по существу своей цѣли всякая конверсія представляетъ нѣкоторое, хотя и лишь совершенно внѣшнее, подобіе съ налогомъ на купоны публичныхъ займовъ: конверсія, какъ налогъ на купоны, уменьшаетъ получаемый крупными и мелкими капиталистами доходъ по купонамъ. Естественно, что публика, насколько она состоитъ изъ крупныхъ и мелкихъ капиталистовъ, ощущая одинаковымъ образомъ то и другое уменьшеніе, иногда ихъ смѣшиваетъ, считая конверсію особаго рода налогомъ; въ Германіи были даже и теоретики, толковавшіе о конверсіонномъ налогѣ (Contertirungssteuer. Convertionsabzug). Само собою разумѣется, однако, что по существу дѣла конверсія уже потому прямо противуположна налогу на купоны, что она выражаетъ улучшившееся положеніе должника, тогда какъ купонный налогъ всегда вызывается ухудшимся положеніемъ. Конверсія производится съ согласія заимодавца и, если онъ ей противится, ему возвращаютъ занятый у него капиталъ, то есть, расторгаютъ заключенный съ нимъ договоръ, возвращая ему предметъ договора, если онъ не согласенъ уступить должнику капиталъ на лучшихъ условіяхъ. Напротивъ, налогомъ на купоны доходъ заимодавца уменьшается безъ его согласія, и даже еслибъ онъ предпочелъ возвратъ занятаго у него капитала, о такомъ возвратѣ нѣтъ и рѣчи.

270. Такъ какъ мы беремъ основаніемъ нашихъ сужденій срочные займы (отъ которыхъ переходъ къ безсрочнымъ очень легокъ положеніемъ, что погашеніе или $B = 0$), то для всякой конверсіи необходимо такое уменьшеніе расхода на уплату интересовъ, которое не повлечетъ за собою увеличенія расхода на погашеніе при томъ-же срокѣ и потому выражается въ уменьшеніи всего ежесрочнаго общаго

расхода на интересы и погашеніе по каждой единицѣ капитала долга. Напримѣръ, 5%-ный заемъ на 40 лѣтъ первоначально былъ реализованъ по 93,514, или съ уплатою 5½% за наличный капиталъ. Для полученія всякой сотни рублей наличнаго капитала, поэтому, пришлось заключить долгъ на сумму $\frac{100 \cdot 100}{93.514} = 106.94$ рублей, на каковую сумму 5% нарицательныхъ составляли 5,347 рублей. Положимъ, что въ другое время представляется возможнымъ заключить 4%-ный заемъ тоже на 40 лѣтъ съ реализаціею его по 81.07 за сто, или съ уплатою тѣхъ-же 5½% за наличный капиталъ. Для полученія 100 рублей наличнаго капитала нужно будетъ заключить долгъ въ $\frac{100 \cdot 100}{81.07} = 123.35$ рублей, на которые 4% нарицательныхъ потребуютъ для уплаты интересовъ лишь 4.934 рублей. Слѣдовательно, расходъ на уплату интересовъ за каждую сотню рублей реализованнаго капитала по 4%-ному займу будетъ меньше, чѣмъ по 5%-ному займу на 5.347—4.934 = 0.413 р., или на 100.000.000 рублей разность составляетъ 413.000 рублей, ежесрочную сумму, чувствительную во всякомъ бюджетѣ. Но эта разность никакого реальнаго значенія не имѣетъ, потому что сокращеніе расхода на уплату интересовъ уравновѣшивается въ этомъ случаѣ увеличеніемъ расхода на погашеніе, такъ какъ одинъ и тотъ-же ежегодный расходъ въ 6 р. 23⅕ коп. требуется, какъ для интересовъ и погашенія 106 р. 94 коп., занятыхъ на 40 лѣтъ изъ 5% нарицательныхъ, такъ и для интересовъ и погашенія 123 р. 35 коп., занятыхъ на 40 лѣтъ изъ 4% нарицательныхъ. Иными словами курсы реализаціи 5%-ной облигаціи по 93.514 за 100 и 4%-ной облигаціи по 81.070 за 100 суть равнозначущіе или паритетные курсы, при которыхъ обремеияющіе должника платежи измѣняются лишь въ ихъ составѣ, но не въ общей ихъ суммѣ, и оттого операція замѣны одного долга другимъ не имѣла-бы никакого смысла. Замѣна могла-бы получить смыслъ для должника только при наличности одного изъ двухъ условій. Или новый 4%-ный заемъ, долженствующій замѣнить прежній 5%-ный, заключается съ уменьшеніемъ по нему расходовъ погашенія; для этого требуется измѣненіе срока займа и тогда мы имѣемъ передъ собою не конверсію, а расрочку 5%-наго займа *). Или-же, оставаясь при 40-лѣтнемъ срокѣ возможно новый 4%-ный заемъ заключить не по 81.07 за сто, а по курсу болѣе благопріятному, напримѣръ по 92.97 за сто, или по 89.74 за сто, или по 86.69 за сто, то есть, съ уплатою за наличный капиталъ не 5½%, а лишь 4½%, или 4¾%, или 5%. Въ этомъ случаѣ превращеніе 5%-наго займа въ 4%-ный будетъ имѣть реальный смыслъ, потому что при томъ-же срокѣ ежегодные расходы на уплату интересовъ и погашенія уменьшаются, и уменьшаются именно вслѣдствіе сокращенія расхода на уплату интересовъ. И въ этомъ-то случаѣ превращеніе 5%-наго займа въ 4%-ный будетъ конверсіею въ точномъ смыслѣ этого понятія. Такимъ образомъ, коренное условіе всякой

*) Напримѣръ 4%-ный заемъ заключается на 60 лѣтъ вмѣсто 40 и при реализаціи изъ 5½% за наличный капиталъ, слѣдовательно по 77.13 за сто, для каждой сотни рублей реализованнаго капитала нужно новый 4%-ный долгъ заключить на 129 р. 64.08 коп., на который ежегодный расходъ для уплаты интересовъ и погашенія составятъ 5 р. 73.07 коп., то есть противъ 6 р. 23⅕ коп. расхода по 5%-ному займу меньше на 50.13 коп., или 100.000.000 руб. меньше на ежегодные 501.300 рублей.

конверсіи заключается въ такомъ пониженіи нарицательнаго роста уплачиваемыхъ по займу интересовъ, съ которымъ идетъ объ руку, при равенствѣ прочихъ условій, пониженіе реализаціоннаго роста, то есть, дѣйствительное удешевленіе наличнаго капитала для заемщика въ моментъ, когда производится конверсія обременяющаго ею долга.

271. Соотношеніе между требующимся для всякой конверсіи пониженіемъ не только нарицательнаго, но и реализаціоннаго роста, можетъ, однако, представляться въ различныхъ видахъ. Идеалъ въ этомъ случаѣ составляетъ такое соотношеніе, при которомъ реализаціонный ростъ понижается до наинисшаго уровня, до котораго можетъ понизиться нарицательный ростъ при наиболѣе благопріятныхъ условіяхъ. Выше (въ § 139, особ. стр. 133) мы упоминали о логической допустимости такого благопріятнаго положенія должника, когда «возможны публичные займы, съ которыми совмѣстимы всевозможныя выгоды: и уплата по нимъ очень малаго роста, и право ихъ погашенія во всякое время, и реализація ихъ по 100 за 100». Но въ той полнотѣ, съ которою въ этихъ словахъ выражено, что въ отвлеченіи строгая логика должна признать возможнымъ самое полное совпаденіе нарицательнаго и реализаціоннаго видовъ роста, то-есть, одинаковое пониженіе ихъ даже до наинисшаго уровня, возможнаго для нарицательнаго роста,— практика, дѣйствительная жизнь, еще знаетъ лишь *одинъ* случай такого, идеальнаго, полнаго совпаденія. Даже въ Англіи и Соединенныхъ Штатахъ Сѣверной Америки, гдѣ въ дѣлѣ упомянутаго совпаденія достигнуты наиболѣе блестящіе результаты, реализаціонный ростъ могъ только очень сильно приблизиться къ нарицательному росту, но совершенно совпасть съ нимъ онъ почти всегда не былъ въ состояніи. Упомянутый единственный случай оказался на опытѣ въ Соединенныхъ Штатахъ Сѣверной Америки, въ бытность секретаремъ казначейства или министромъ финансовъ Шермана, востановителя металлическаго денежнаго обращенія въ этой странѣ; въ 1880 и 1881 гг. Шерманъ, даже безъ особаго законодательнаго полномочія, конвертировалъ значительную сумму (около 580 милл. долларовъ или свыше 750 милл. мет. рублей) шестипроцентныхъ и пятипроцентныхъ облигацій въ $3^1/_2\%$-ныя не только по 100 за 100, но и съ правомъ во всякое время возвратить занятый капиталъ, каковая операція на тѣхъ-же условіяхъ, но съ пониженіемъ интересовъ до 3%, потомъ еще продолжалась на основаніи закона 12 февраля 1882 года. За исключеніемъ, однако, этой конверсіи, коею созданы были американскія $3^1/_2\%$-ныя и 3%-ныя бумаги, при всѣхъ другихъ конверсіяхъ американскихъ-же, или англійскихъ (о другихъ странахъ въ этомъ отношеніи и говорить нечего: они всегда значительно отставали отъ Англіи и Соед. Штатовъ) для реализаціи по 100 за 100 приходилось или на нѣкоторое время отсрочить погашеніе нарицательнаго роста до того наинисшаго уровня, къ которому стремилась данная конверсія, или мириться съ чувствительнымъ, опредѣленно оговореннымъ, ограниченіемъ права возврата (усиленнаго погашенія) долгового капитала на довольно продолжительное время. Въ континентально-европейскихъ же странахъ конверсіи съ реализаціею по 100 за 100, то есть, съ совпаденіемъ нарицательнаго и реализаціоннаго роста, были возможны лишь подъ условіемъ необходимости мириться съ болѣе высокимъ нарицательнымъ ростомъ, чѣмъ какой оправдывался благопріятнымъ положеніемъ должника, то есть, съ пожертвованіемъ тѣми финан-

совыми выгодами, которыя вполнѣ были достижимы, но которыми не пользовались лишь потому, что стремились къ реализаціи по 100 за 100, чего-бы это ни стоило. Такъ, для очень большихъ конверсій шестипроцентныхъ займовъ (на 1.395.347.800 долларовъ или 1.813.952.000 мет. руб.), которыя въ Соед. Штатахъ были осуществлены займами, заключенными на основаніи законовъ 14 іюля 1870 г. и 20 января 1871 г., съ нарицательнымъ ростомъ въ 5%, 4½% и 4%, правительство могло оставить за собою право возврата занятаго капитала: по новымъ 5%-нымъ бумагамъ уже чрезъ 10 лѣтъ, по 4½%-нымъ бумагамъ чрезъ 15 лѣтъ, по 4%-нымъ же бумагамъ не ранѣе, какъ чрезъ 30 лѣтъ. До этого примѣра самою значительною была конверсія, осуществленная въ Англіи канцлеромъ казначейства Голборномъ въ 1844 г. для пониженія процентовъ по 3½%-ной англійской государственной ренты, которой тогда состояло въ обращеніи на 248.759.627 ф. с. или 1.566.185.650 мет. рублей. На такую большую сумму до этого еще никогда не было конверсіи и хотя Голборнъ отличался смѣлостью и опытностью (онъ уже передъ тѣмъ осуществилъ двѣ конверсіи), онъ однако побоялся прямо испытать превращеніе 3½%-ной въ 3%-ную ренту по 100 за 100. Англійская 3%-ная рента (которой тогда уже находилось въ обращеніи на 522.711.708 ф. с. или 3.293.083.800 мет. руб.) въ 1844 году доходила уже до 101⅜ и не опускалась ниже 96½, принося доходъ въ 2.95—3.11%. Такъ какъ Голборнъ не желалъ выпускать ниже 100 за 100 3%-ную ренту для замѣны ею 3½%-ной ренты, а между тѣмъ безъ особыхъ искусственныхъ пріемовъ и выпускъ по 100 за 100 тоже былъ несосуществимъ, то Голборнъ прибѣгнулъ къ слѣдующему способу. Онъ предложилъ владѣльцамъ 3½%-ной новую 3¼%-ную ренту по 100 за 100 на 10 лѣтъ съ тѣмъ, чтобъ лишь по истеченіи этихъ десяти лѣтъ новая 3¼%-ная рента сдѣлалась 3%-ною, обезпеченною на 20 лѣтъ отказомъ правительства отъ права возврата занятаго капитала. Слѣдовательно, Голборнъ далъ владѣльцамъ 3½%-ной ренты вмѣсто колебавшагося дохода въ 2.95—3.11% обезпеченный на 10 лѣтъ болѣе значительный доходъ въ 3¼%, или Голборнъ далъ прибавку въ 0.11—0.30%, которая, помѣщенная въ той-же 3¼%-ной рентѣ, въ 10 лѣтъ наростала до 1.64—3.64% и была поэтому равносильна премію въ 1.61—3.61% на капиталъ долга, или въ этомъ размѣрѣ—разности между нарицательною стоимостью новой ренты и ея реализаціонною стомостью, каковая разность была лишь искусно замаскирована. И сверхъ того на 20 лѣтъ правительство отказывалось отъ права возврата долгового капитала. Однородную операцію осуществилъ на основаніи закона 27 марта 1888 года нынѣшній канцлеръ казначейства г. Гошенъ, даже въ еще большемъ масштабѣ, но уже не съ прежнимъ успѣхомъ. А именно, обязательной конверсіи подвергнутъ былъ лишь остатокъ 3%-ной Голборнской ренты на 166.399.043 ф. с. или 1.048.313.970 мет. руб.; остальная-же 3%-ная рента на сумму 391.593.465 ф. с. или 2.467.038.800 мет. руб. подвергнута была факультативной конверсіи. Стремясь къ конверсіи 3% ренты въ 2½%-ную по 100 за 100, г. Гошенъ предложилъ владѣльцамъ: еще одинъ годъ получать 3%, слѣдующіе 14 лѣтъ получать 2¾%, а съ 15 года получать уже только 2½%, обезпеченные на 20 лѣтъ, до истеченія коихъ правительство отказывалось отъ права возврата занятаго капитала. Но тогда какъ при Голборнѣ не согласившихся на конверсію и потребовавшихъ возврата капитала наличными деньгами оказалось ничтожное меньшинство (всего на 103.352 ф. с.),

по конверсіи 1888 года г. Гошенъ долженъ былъ выплатить наличными деньгами тѣмъ, которые не пошли на конверсію, громадный капиталъ 25.139.942 ф. с. или 158.381.650 мет. рублей. А между тѣмъ этотъ капиталъ не только невозможно было добыть за $2^3/_4\%$ (новая $2^3/_4\%$-ная только въ первые два мѣсяца ея существованія стоила 100, но уже въ декабрѣ 1888 гооа понизилась до $96^7/_{16}$, въ 1889 году она въ среднемъ стоила 98, а въ 1890 году $96^1/_3$, соотвѣтствуя росту не въ $2^3/_4\%$, а въ 3.11%), но когда наличныя деньги для возврата несоглашавшимся на конверсію занимались посредствомъ увеличенія неотвержденнаго государственнаго долга, то за нихъ приходилось платить 3—4% и даже болѣе (за одну сумму пришлось даже заплатить 4.16%, 4 ф. 3 мил. 3 пенса за каждые 100 ф. с.). Поэтому, неотвержденный государственный долгъ долженъ былъ подняться на такую высоту (свыше 36 милл. ф. с. и по настоящее время), на какой онъ уже не стоялъ съ 1820 года, когда онъ былъ такъ великъ только какъ наслѣдіе отъ необыкновенной эпохи наполеоновскихъ войнъ. Такимъ образомъ результатъ былъ достигнутъ лишь весьма искусственными средствами. Наконецъ, когда на основаніи закона 27 апрѣля 1883 г. французская 5%-ная рента на нарицательный капиталъ 6.810 382.480 франковъ или 1.702.595.620 мет. рублей конвертирована была въ новую $4^1/_2\%$-ную по 100 за 100, то даже авторъ этой конверсіи, Тираръ, прямо оправдывалъ ее лишь тѣмъ, что конверсія въ 4%-ную или 3%-ную не дала-бы казнѣ болѣе значительнаго уменьшенія ежегодныхъ платежей, противъ чего однако сильно выражали очень компетентные люди (и въ ихъ числѣ нынѣшній министръ финансовъ Рувье). Разсмотрѣнныя данныя финансоваго опыта показываютъ, что случаи, когда при конверсіяхъ стремились къ совпаденію между пониженіемъ нарицательнаго и пониженіемъ реализаціоннаго роста (то есть, чтобъ конверсіи заключались въ замѣнѣ старыхъ займовъ новыми по 100 за 100) далеко не отличались простотою, безопасностью и безискусственностью.

272. Поэтому до половины нынѣшняго столѣтія совсѣмъ и сомнѣній никакихъ не было насчетъ того, что реализація по 100 за 100 никоимъ образомъ не составляетъ необходимаго условія для правильности и выгодности конверсіи. Знали, что реализація по 100 за 100, когда она осуществима безъ искусственныхъ (то есть, опасныхъ для успѣха конверсіи) пріемовъ, составляетъ идеалъ, *если* при ней реализаціонный ростъ можетъ понизиться до того-же наинизшаго уровня, до котораго возможно понизить нарицательный ростъ. Но изъ этого никто не заключалъ, что если указанный идеалъ неосуществимъ, то совсѣмъ не стоитъ пользоваться выгодами отъ конверсій. Напротивъ, государственные дѣятели первой половины XIX ст. не упускали всякаго представлявшагося случая и производили конверсіи всегда, когда возможно было заключать новые займы съ пониженнымъ нарицательнымъ ростомъ по болѣе выгодному реализаціонному росту, совсѣмъ не останавливаясь предъ несовпаденіемъ пониженія обоихъ видовъ роста, то есть, предъ необходимостью реализовать новые займы ниже ихъ нарицательнаго достоинства. Нѣкоторая перемѣна въ этомъ отношеніи произошла лишь съ тѣхъ поръ, какъ съ демократизаціею парламентовъ и прессы въ нихъ проникли и постепенно стали преобладать не люди таланта, знаній и опытности, а люди толпы, не руководители общественнаго мнѣнія, а дѣятели, сами руководимые толпою. Какъ извѣстно, при этомъ сильно понизился уровень всякаго знанія; сильно понизился

оттого и уровень финансоваго знанія, опредѣлявшаго понятія и задачи, преимущественно пользовавшіяся сочувствіемъ большинства въ парламентахъ и прессѣ. Въ это-то время понятіе, совершенно правильное для отдѣльнаго человѣка, о предосудительности займа, по которому долгъ заключается на болѣе значительную сумму, чѣмъ какая получается должникомъ, было *безъ всякаго разбора* перенесено на публичные займы, хотя именно въ этомъ отношеніи публичные займы прямо противоположны частнымъ займамъ. Ошибочное обобщеніе понятіи о частныхъ займахъ и неправильное его примѣненіе къ займамъ публичнымъ легло въ основаніе пріобрѣвшаго господство понятія о существѣ реализаціи публичныхъ займовъ ниже ихъ нарицательнаго достоинства. И это-то не приминуло оказать свое вліяніе и на понятія о публичныхъ займахъ, помощью которыхъ производятся конверсіи. По существу дѣла, естественно, конечно, что займы, которые заключались для покрытія дефицитовъ по обыкновеннымъ государственнымъ расходамъ или для чрезвычайныхъ государственныхъ расходовъ, заключались традиціонными способами, то есть, съ реализаціею ихъ ниже ихъ нарицательнаго достоинства, потому что никакой практикъ не взялъ-бы на себя неблагодарной задачи во что-бы то ни стало заключать ихъ по 100 за 100. Оттого по отношенію къ нимъ дальше предъявленія теоретическихъ требованій никто не шелъ. Совсѣмъ иначе стояло дѣло въ отношеніи займовъ для конверсій. Въ нихъ нѣтъ такой настоятельной и неотложной необходимости, какъ въ займахъ для неминуемыхъ государственныхъ расходовъ, обыкновенныхъ или чрезвычайныхъ. Какъ способъ уменьшенія расходовъ на платежи по государственнымъ долгамъ, займы для конверсій облегчаютъ тягости, обременяющія налогоплательщиковъ, составляя видимую и ощутительную заслугу тѣхъ, которые ихъ осуществляютъ. Поэтому, конверсіи и займы для нихъ повсюду и всегда возбуждали зависть къ дѣятелямъ, ихъ предпринимавшимъ, и составляли яблоко раздора между партіями; всегда шла борьба изъ за того, кому-будетъ принадлежать заслуга ихъ осуществленія. Вслѣдствіе этого раздора во Франціи, напримѣръ, одна партія всегда всѣми средствами мѣшала другой, когда возникала мысль о конверсіи, и пропущена было необыкновенная по своему мирному характеру и дешевизнѣ капиталовъ продолжительная эпоха 1830-хъ и 1840-хъ годовъ (хотя въ эту эпоху не только Англія, но и гораздо менѣе тогда богатыя нѣмецкія государства, и въ ихъ числѣ Пруссія, извлекли не мало пользы отъ конверсій), и французскимъ ученымъ приходится только вычислять, сколько лишнихъ сотенъ милліоновъ въ 1830-хъ и 1840-хъ годахъ было переплочено во Франціи на расходахъ по государственнымъ долгамъ изъ за означеннаго раздора; а между тѣмъ это нисколько не помѣшало тому-же раздору повторить свое дѣйствіе на нашихъ глазахъ: изъ за борьбы партій и понѣйшая конверсія французской 5%-ной ренты осуществилась только десятью годами позже, чѣмъ она сдѣлалась возможною, что для Франціи составила потерю въ 85.000.000 руб. мет. Вслѣдствіе тойже борьбы партій въ Англіи исторія конверсій представляетъ, между прочимъ, тотъ любопытный фактъ, что за исключеніемъ одной конверсіи, всѣ остальныя всегда осуществлялись только консервативными правительствами, потому что консерваторы всегда мѣшали либераламъ, а либералы не считали себя вправѣ мѣшать консерваторамъ, когда дѣло шло о такой очевидной пользѣ для страны, какую даетъ конверсія. Естественно, конечно, что въ борьбѣ партій, которую всегда вы-

зывали конверсіи, получило особенное значеніе вошедшее въ моду во второй половинѣ XIX ст. порицаніе (правильнѣе: непониманіе) публичныхъ займовъ, реализуемыхъ ниже ихъ нарицательнаго достоинства. Такъ какъ заключеніе ихъ для конверсій не могло оправдываться ихъ неминуемостью, то конверсіи посредствомъ займовъ, реализуемыхъ по 10 за 100, сдѣлались почти необходимостью всякій разъ когда конверсіи предпринимались такими министрами фанансовъ, которые иначе какъ подъ условіемъ уступки господствующимъ, хотя бы и неправильнымъ, понятіямъ не въ состоніи были добиться осуществленія своей мысли. Самостоятельные-же министры финансовъ, какъ напримѣръ Глэдстонъ (или во Франціи Леонъ Сей) на подобныя уступки не шли, а оставались при традиціонныхъ понятіяхъ, что выгоды отъ займовъ, заключаемыхъ ниже нарицательнаго достоинства, ничего предосудительнаго не представляютъ, и потому ихъ примѣненіе къ конверсіямъ нисколько не мѣшаетъ правильности и государственной выгодности послѣднихъ. Основанія займовъ, реализуемыхъ ниже ихъ нарицатезьнаго достоинства, нами подробно расмотрѣны (въ главѣ XXII, стр. 109—146), при чемъ выяснена ошибочность взгляда на разность между нарицательнымъ и реализуемымъ капиталомъ, какъ на потерю должника, и напротивъ показано, что эта разность образуется лишь изъ процентовъ, недоплочиваемыхъ заемщикомъ заимодавцу. Если таково—общее свойство займовъ, реализуемыхъ ниже ихъ нарицательнаго достоинства, то очевидно ихъ существо не можетъ измѣняться отъ ихъ примѣненія для цѣлей конверсій. Напротивъ, насколько реализація ниже нарицательнаго достоинства представляетъ одинъ изъ способовъ достигнуть пониженія реализаціоннаго роста, т. е. удешевленія капитала для заемщика, она можетъ только споспѣшествовать, но не мѣшать цѣлямъ конверсіи. Поэтому реализація ниже нарицательнаго достоинства займовъ, заключенныхъ для конверсій, не можетъ быть ни причиною, ни признакомъ неправильности или невыгодности конверсіи.

273. Такъ какъ изложенная въ главѣ XXII теорія реализаціи займовъ ниже ихъ нарицательнаго достоинства сильно уклоняется отъ господствующихъ въ настоящее время, внѣ компетентныхъ круговъ, взглядовъ на этотъ предметъ, то быть можетъ не излишне еще разъ ее разъяснить именно на примѣрѣ конверсіи. Положимъ, что 5%-ный заемъ на 100.000.000 р. былъ заключенъ на 81 годъ (слѣдовательно съ ежегоднымъ расходомъ для интересовъ и погашенія 5.097.963 рублей) и что когда прошло 32 года со времени его заключенія, представилась возможность его конверсіи въ $4^1/_2$%-ный или 4%-ный заемъ. Чрезъ 32 года по его заключеніи изъ нашего займа погашено 7.376 500 рублей и отъ него остается 92.623.500 рублей. Мы будемъ разбирать примѣръ конверсіи въ точномъ и строгомъ смыслѣ этого понятія; поэтому, такъ какъ изъ первоначальнаго срока нашего займа (81 г.) прошло уже 32 года и до его истеченія осталось лишь 49 лѣтъ, мы будемъ исходить изъ новаго займа, заключаемаго на эти-же 49 лѣтъ. Кореннымъ условіемъ конверсіи будетъ, чтобъ новый заемъ былъ заключенъ по такому реализаціонному росту, который ниже нарицательнаго роста конвертируемаго займа, ибо въ противномъ случаѣ конверсія не дастъ никакой выгоды. Если напр. даже 4%-ный заемъ будетъ реализованъ изъ 5%, или по 85.18 за 100, то для реализаціи 92.623.500 рублей нужно будетъ заключить 4%-ный долгъ на 108.798.070 рублей, который ежегодно потребуетъ для 4% интересовъ и погашенія его въ 49 лѣтъ 5.097.963 рубля, то

есть, ровно столько же, сколько требовалось ежегодно по 5%-ному займу. Слѣдовательно, реализаціонный ростъ новаго $4^1/_2$%-наго или 4%-наго займа, во всякомъ случаѣ долженъ быть менѣе 5%. Положимъ, что имѣются два предложенія отъ банкировъ, а именно: $4^1/_2$-ный заемъ они берутся реализовать по 96.106 за 100, а 4%-ный заемъ по 92.08. Соотвѣтственно этому для реализаціи 92.623.500 р., потребныхъ для конверсіи, новый $4^1/_2$%-ный долгъ нужно будетъ заключить на 96.376.100 р., а новый 4%-ный долгъ на 100.589.800 рублей. Какое изъ этихъ двухъ предложеній выгоднѣе? Если руководствоваться разностью между нарицательнымъ и реализуемымъ капиталомъ, то при $4^1/_2$%-номъ займѣ она составитъ лишь 3.752.600 руб., тогда какъ при 4%-номъ займѣ она съ лишнимъ вдвое больше и доходитъ до 7.966.300 рублей, потому надобно было бы думать, что $4^1/_2$%-ный заемъ вдвое выгоднѣе 4%-наго. А между тѣмъ на самомъ дѣлѣ 4%-ный заемъ въ $2^1/_2$ раза выгоднѣе $4^1/_2$%-наго при изложенныхъ условіяхъ. Ибо единственно правильный критерій составляетъ реализаціонный ростъ, который одинъ только точно опредѣляетъ выгодность результатовъ реализаціи. Реализація $4^1/_2$%-наго займа по 96.106 за 100 соотвѣтствуетъ $4^3/_4$% за наличный капиталъ, тогда какъ реализація 4%-наго займа по 92.08 за сто соотвѣтствуетъ $4^1/_2$% за тотъ-же капиталъ. Поэтому 4%-ный заемъ въ данномъ случаѣ выгоднѣе. И это выразится въ окончательномъ результатѣ, что по $4^1/_2$%-ному займу на капиталъ въ 96.376.100 р. для $4^1/_2$% интересовъ и погашенія въ 49 лѣтъ нуженъ ежегодный расходъ въ 4.938.310 рублей, тогда какъ по 4%-ному займу на капиталъ 100.589.800 р. для 4% интересовъ и погашенія въ 49 лѣтъ потребуется лишь 4.713.350 рублей. То есть, сравнительно съ ежегоднымъ расходомъ по конвертируемому 5%-ному займу, $4^1/_2$%-ный заемъ дастъ ежегодную экономію въ 5.097.963 — 4.938.310 = = 159.653 рубля, тогда какъ 4%-ный заемъ дастъ экономію $2^1/_2$ раза болѣе значительную, а именно 5.097.963—4.713.351 = 384.612 рублей.—Когда заключался 5%-ный заемъ, то нарицательная стоимость ежегоднаго по нему расхода въ 5.097.063 руб. опредѣлялась въ 100.000.000 рублей; поэтому въ составѣ означеннаго расхода части его въ 384.612 руб. соотвѣтствовала соразмѣрная часть нарицательнаго капитала 5%-наго долга, составлявшая $384.612\varphi_{81(5)} = 7.544.430$ р. Поэтому-же сокращеніе ежегоднаго расхода на 384.612 рублей равнозначуще съ уменьшеніемъ капитала 5%-наго долга на 7.544.430 рублей. Такимъ образомъ, конверсія 5%-наго займа въ 4%-ный въ расматриваемомъ случаѣ даетъ должнику ежесрочную выгоду въ 384.612 рублей, какъ еслибъ на эту сумму установленъ былъ налогъ на заимодавцевъ по 5%-ному займу и они изъ причитавшихся имъ 5% интересовъ обязаны были ежегодно вносить должнику-государству по 384.612 рублей. Или: выгода отъ конверсій такая-же, какъ еслибъ изъ капитала первоначальнаго 5%-наго долга часть въ 7.544.430 рублей уже не требовала-бы расходовъ на интересы и погашеніе, потому что она единовременно погашена суммою въ 7.544.430 рублей, которую заимодавцы безвозмездно уступили своему должнику. И это-то именно соотвѣтствуетъ существу положенія соприкасающихся въ дѣлѣ сторонъ. То, что должникъ выгадываетъ, его заимодавцы теряютъ. Выгода заимодавцы проистекаетъ отъ ущерба заимодавцевъ, ущерба фатальнаго и неминуемаго. потому что онъ обусловливается удешевленіемъ новообразуемыхъ капиталовъ. Оттого всего менѣе можно говорить о выгодахъ отъ конверсіи, что онѣ покупаются

должникомъ какою либо цѣною. Онѣ совсѣмъ не покупаются, потому что за нихъ никакая цѣна не уплачивается; онѣ получаются безвозмездно, какъ даръ счастливой судьбы. Онѣ получаются въ силу неминуемаго для заимодавцевъ-капиталистовъ такого ущерба отъ удешевленія капиталовъ, который составляетъ не абсолютный ущербъ для народнаго хозяйства, а лишь относительный ущербъ, только для класса заимодавцевъ-капиталистовъ; для всего-же народнаго хозяйства причина этого ущерба—благо, а въ частности для должниковъ она—источникъ выгоды. Капиталистамъ-заимодавцамъ противъ этого фатальнаго ущерба остается лишь обороняться. И главное средство ихъ обороны заключается въ томъ, что они должны приспособиться къ измѣнившимся условіямъ предложенія капиталовъ, къ ихъ удешевленію. Поэтому-то они $4^0/_0$-ный заемъ соглашаются взять, уступая капиталъ за $4^1/_2{}^0/_0$, тогда какъ при $4^1/_2{}^0/_0$-номъ займѣ они требуютъ $4^3/_4{}^0/_0$ за наличный капиталъ. Разъ они должны обороняться противъ ущерба отъ удешевленія капитала, для нихъ выгоднѣе ранѣе принять противъ него предупредительныя мѣры. И это-то они всего лучше дѣлаютъ, уже ранѣе соглашаясь на уступку $^1/_4{}^0/_0$ въ цѣнѣ капитала, потому что это всего лучше ихъ ограждаетъ отъ будущаго ущерба. Заключается-ли $4^1/_2{}^0/_0$-ный заемъ съ разностью между нарицательнымъ и реализуемымъ капиталами въ 3.752 600 рублей, или заемъ заключается $4^0{}_0$-ный съ такою разностью, вдвое большею, въ 7.966 300 рублей, во всякомъ случаѣ та и другая разность никакого значенія для должника не имѣетъ, потому что онъ никакихъ жертвъ и никакихъ расходовъ не долженъ дѣлать ни для той, ни для другой разности. Для должника, напротивъ, расходы и жертвы, во всякомъ случаѣ, при той или другой разности, уменьшаются, а существенно для него лишь то, что при меньшей разности и его расходы уменьшаются меньше, а потому ему выгоднѣе болѣе значительная разность, при которой и его экономія въ расходахъ болѣе значительная. Но если не должникъ-заемщикъ приноситъ жертвы для образованія разностей между нарицательнымъ и реализуемымъ капиталами, то кто-же ихъ приноситъ? Мы уже знаемъ, что ихъ приноситъ только заимодавецъ-капиталистъ, во всякомъ случаѣ: тогда, когда изъ нихъ образуется меньшая разность, какъ и тогда, когда изъ нихъ образуется большая разность. Заключая $4^1/_2{}^0/_0$-ный заемъ по $4^3/_4{}^0/_0$ за наличный капиталъ въ 92.623.500 рублей, должникъ за нихъ долженъ былъ бы на уплату интересовъ расходовать $92.623.500 \times 0.0475 = 4.399.616$ р. 25 коп.; тогда какъ онъ будетъ расходовать на нарицательные интересы лишь сумму въ $96.376.100 \times 0.045 = 4.336.924$ р. 50 к., то есть должникъ будетъ недоплачивать, а заимодавецъ-капиталистъ будетъ недополучать изъ причитающихся ему интересовъ 62.691 р. 75 к., а отъ капитализаціи за срокъ займа этого-то пожертвованія, дѣлаемаго капиталистомъ изъ своихъ средствъ, и образуется разность въ 3.752.600 рублей: лишь то, чего капиталистъ недополучалъ на интересахъ, ему будетъ доплочено въ составѣ погашаемаго долга. При займѣ-же $4^0/_0$-номъ, реализуемомъ по $4^1/_2{}^0/_0$ за тотъ-же наличный капиталъ въ 92 623.500 р., въ видѣ интересовъ заимодавцу причитается $92.623.500 \times 0.045 = 4.168.057$ р. 50 к., расходовать-же на интересы заемщикъ будетъ только нарицательные $100.589\,800 \times 0.04 = 4.023.592$ р., или должникъ будетъ недоплачивать, а заемщикъ будетъ недополучать по 144.465 р. 50 коп., капитализація коихъ за срокъ займа составитъ разность въ 7.966.300 рублей. Такимъ образомъ, если въ составѣ погашенія $4^0/_0$-наго

займа капиталистъ получаетъ болѣе значительную разность между нарицательнымъ и реализованнымъ капиталами, то эта разность больше только отъ того, что капиталистъ приносилъ больше жертвъ для ея образованія, отъ недополученія имъ на интересахъ болѣе значительной суммы (ежесрочно 144.465 р. вмѣсто 62.692 р.), хотя сами интересы уплачивались должникомъ по значительно пониженному росту, при наибольшей экономіи въ расходахъ, соглашенной не только съ тѣмъ уровнемъ удешевленія, до котораго капиталы дошли въ данное время, но и съ тѣмъ уровнемъ удешевленія, которое предусматривается капиталистами для ближайшаго будущаго и противъ котораго они себя и ограждаютъ, соглашаясь отдать капиталъ не только за $4^3/_4{}^0/_0$, но и за $4^1/_2{}^0/_0$; соглашаются-же они на эти $4^1/_2{}^0/_0$ лишь по необходимости, потому что, принося при этомъ ростѣ болѣе значительную жертву въ недополучаемыхъ ими интересахъ, они изъ нея образуютъ большую разность между погашаемымъ и реализованнымъ капиталомъ и этимъ путемъ лучше себя ограждаютъ отъ ущерба слѣдствіе будущаго удешевленія капитала.

274. Изъ изложенныхъ объясненій явствуетъ, что для правильности и выгодности конверсій требуется лишь осуществленіе ихъ займами, *реализаціонный ростъ коихъ ниже нарицательнаго роста конвертируемыхъ займовъ*. Затѣмъ мѣра выгодности конверсій зависитъ отъ того, насколько реализаціонный ростъ новыхъ займовъ, заключаемыхъ для конверсій, ниже нарицательнаго роста конвертируемыхъ займовъ и ближе къ нарицательному росту новыхъ-же займовъ, если этотъ послѣдній взятъ на наинизшемъ уровнѣ, для него въ данное время еще возможномъ, то есть, при которомъ еще возможна уступка въ цѣнѣ наличнаго капитала, или дальнѣйшее удешевленіе этого капитала. Само собою разумѣется, что совсѣмъ нѣтъ основаній для указанія абсолютной суммы наименьшей прибыли, которую должна дать конверсія для того, чтобъ ее стоило предпринять. Совершенно голословно у насъ было высказано (проф. Лебедевымъ) мнѣніе, будто, напримѣръ, «сумма въ $7^1/_2$ милліоновъ металл. рублей» (въ которой лѣтомъ 1890 года выражалось сбереженіе въ государственныхъ расходахъ отъ осуществленныхъ до того времени русскихъ конверсій) «еще не такая значительная сумма, чтобъ изъ за нея стоило предпринимать такую операцію, какъ наши конверсіи». Мнѣніе это, однако, не основано на знакомствѣ съ данными исторіи и статистики конверсій, показывающихъ, напротивъ, что сумма въ $7^1/_2$ милліоновъ металл. рублей принадлежитъ къ *самымъ крупнымъ* сбереженіямъ, получавшимся въ Европѣ отъ конверсій. Такъ, если для сравненія мы возьмемъ англійскія данныя, то въ оффиціальной статистикѣ англійскихъ конверсій и ихъ результатовъ мы найдемъ слѣдующія показанія. (Для сравненія перечисляемъ русскую сумму въ $7^1/_2$ милл. металл. рублей, по 6 р. 30 коп., составляющую 1.190.476 ф. ст.). Конверсія 1822 (первая въ XIX ст.) дала 1.197.025 ф. с., другая небольшая конверсія 1822 года 11.539 ф. с., конверсія 1824 года 381.242 ф. с., еще одна конверсія 1824 года 9.726 ф. с., конверсія 1830 года 750.035 ф. с., конверсія 1834 года 53.115 ф. с., конверсія 1844 года дала (въ первой половинѣ) 621.641 ф. с., а въ 1854 году 618.661 ф. с., конверсія 1853 года 7.187 ф. с., наконецъ послѣдняя конверсія 1888 года дала 1.414.211 ф. с. Изъ этихъ данныхъ видно, во-первыхъ, что отъ конверсій совсѣмъ не требуется непремѣнно громадныхъ сбереженій для того, чтобъ ихъ «стоило предпринимать», и во-вторыхъ что уже лѣтомъ 1890 г. выгоды отъ русскихъ конверсій отставали

только отъ единственной въ своемъ родѣ новѣйшей англійской конверсіи (имѣвшей предметомъ долговой капиталъ почти въ 3.700 милл. мет. руб., тогда какъ русскіе $7^1/_2$ милл. мет. руб. были получены лишь отъ операцій съ долговымъ капиталомъ, весною 1890 г. еще только приближавшимся къ 700 милліонамъ рублей). Громадная французская конверсія 5% ренты въ $4^1/_2$%-ную, распространявшаяся на долговой капиталъ въ 1.702 милл. мет. рублей, дала ежегодное сбереженіе тоже лишь въ 8.512.859 рублей, то есть сумму, отъ которой русская сумма отстоитъ не очень далеко. Вообще, очевидно, что такъ какъ въ каждомъ государственномъ бюджетѣ всякая экономія имѣетъ свое неотъемлемое право на вниманіе, то всего менѣе возможно пренебрежительное къ ней отношеніе съ точки зрѣнія финансовой науки, которой самое коренное основаніе всѣхъ основаній составляетъ начало экономіи.

275. Расчеты, связанныя со всякою конверсіею, совершенно элементарны, когда она дѣйствительно представляетъ одну только, такъ сказать, чистую конверсію, не усложняемую никакими привходящими, сторонними, вмѣстѣ съ нею преслѣдуемыми, цѣлями, то есть: когда ея задача заключается только въ сокращеніи расходовъ по займу посредствомъ уменьшенія производимыхъ по нему уплатъ въ счетъ интересовъ. Расчеты заключаются въ томъ, чтобъ на основаніи суммы долга, подлежащаго превращенію (конверсіи) въ новый долгъ и подлежащаго поэтому единовременному погашенію или выкупу, а также на основаніи производящагося по нему ежесрочнаго расхода на интересы и погашенія, привести въ извѣстность, какую новую сумму для интересовъ и погашенія потребуетъ новый заемъ и какая будетъ разность между обѣими ежесрочными суммами.—Съ момента заключенія всякаго займа его реализаціонный ростъ, какъ совершившійся фактъ, съ которымъ приходится считаться лишь въ его послѣдствіяхъ и который самъ принадлежитъ уже исторіи и статистикѣ, практически уходитъ на задній планъ, на передній-же планъ выступаетъ нарицательная сумма погашаемаго долга; эта сумма должна быть дана и реализаціею новаго займа, заключаемаго для конверсіи. Чѣмъ дешевле ее можно добыть: чѣмъ меньше новый реализаціонный ростъ, по которому она можетъ быть добыта займомъ, заключаемымъ для конверсіи, тѣмъ выгоднѣе будетъ для должника заключить новый заемъ. А такъ какъ нарицательный (погашаемый) капиталъ стараго займа, подлежащаго конверсіи, связанъ уже съ опредѣленнымъ расходомъ на уплату интересовъ по нему, то (при данныхъ расходахъ на погашеніе, въ условіяхъ коего мы предполагаемъ пока все остается по прежнему) и при зависимости означеннаго расхода на уплату интересовъ отъ нарицательнаго роста по конвертируемому (старому) займу,—очевидно, что этотъ ростъ будетъ указателемъ уровня, ниже коего долженъ опуститься реализаціонный ростъ новаго займа, для того, чтобъ о конверсіи могла быть рѣчь. Или говоря иначе: такъ какъ реализаціонный ростъ, по которому первоначально былъ заключенъ конвертируемый заемъ, уже потерялъ свое практическое значеніе, которые сохранили только нарицательный ростъ и погашаемый капиталъ означеннаго займа то этотъ заемъ можно разсматривать, какъ еслибъ его нарицательный ростъ былъ одинаковъ съ его реализаціоннымъ ростомъ, то есть—дающимъ весь погашаемый (нарицательный) капиталъ. И поэтому-то отъ новаго займа, заключаемаго для конверсіи, прежде всего требуется, чтобъ его реализаціонный ростъ былъ ниже на-

рицательнаго роста конвертируемаго займа. Ибо, если онъ будетъ выше, то онъ будетъ очевидно невыгоденъ, потому что для всякой сотни рублей погашаемаго капитала стараго займа онъ дастъ меньше 100 рублей или меньше, чѣмъ требуется. Если-же онъ будетъ стоять на одномъ уровнѣ съ нарицательнымъ ростомъ стараго займа, то конвертируемый заемъ (который для цѣлей конверсіи расматривается, какъ еслибъ его нарицательный и реализаціонный ростъ были тождественны) и новый заемъ, заключаемый для конверсіи, будутъ имѣть одинаковый реализаціонный ростъ, то есть, они будутъ равнозначущіе или паритетные займы, соединенные съ одинаковыми расходами и ничего не измѣняющіе въ положеніи должника и въ лежащей на немъ тягости. Только въ томъ случаѣ, когда реализаціонный ростъ новаго займа ниже нарицательнаго роста стараго займа, то есть, когда прежнимъ ежесрочнымъ расходомъ можно добыть большій капиталъ, чѣмъ погашаемый капиталъ стараго займа, или когда этотъ погашаемый капиталъ можно добыть меньшимъ ежесрочнымъ расходомъ (когда меньшій ежесрочный расходъ имѣетъ ту-же наличную стоимость, какую прежде имѣлъ болѣе значительный ежесрочный расходъ), только тогда конверсія опирается на дѣйствительномъ удешевленіи капитала и, имѣя это реальное основаніе, даетъ безспорную и правильную выгоду.

Существенно важно для конверсіи только это реальное основаніе пониженія реализаціоннаго роста новаго займа, заключаемаго для конверсіи, ниже нарицательнаго роста прежняго (конвертируемаго) займа. Напротивъ, несущественно и природою конверсіи не требуется непремѣнно, чтобъ и нарицательный ростъ новаго займа, заключаемаго для конверсіи, тоже былъ ниже нарицательнаго роста прежняго (конвертируемаго) займа. Нарицательный ростъ новаго займа можетъ быть и выше нарицательнаго роста прежняго займа, лишь бы ниже послѣдняго былъ реализаціонный ростъ новаго займа. Выгодность конверсіи и ея правильность отъ этого нисколько не страдаетъ.

Пусть, напримѣръ, идетъ рѣчь о конверсіи взятаго выше для примѣра остатка 5%-наго займа въ 92.623.500 рублей, подлежащаго погашенію въ срокъ 49 лѣтъ, остающихся отъ первоначальнаго 81-лѣтняго срока означеннаго займа. Положимъ, что конвертировать можно, или въ $3^1/_2$%-ный новый заемъ съ уплатою за наличный капиталъ 4%, или въ 6%-ный новый заемъ съ уплатою $4^1/_2$% за наличный капиталъ, то есть: $3^1/_2$%-ный заемъ можно заключить по 91,687 р. наличными за 100 нарицательныхъ, а 6%-ный заемъ можно заключить по 125,07 руб. наличными за 100 р. нарицательныхъ. Для реализаціи 92.623.500 рублей нужно будетъ заключить $3^1/_2$%-ный долгъ на нарицательный капиталъ 101.022.000 руб., а новый 6%-ный долгъ лишь на нарицательный капиталъ 74.035.300 рублей. По $3^1/_2$%-ному долгу ежегодно будетъ требоваться для интересовъ и погашенія 4.340.070 рублей, а по 6%-ному долгу для интересовъ и погашенія ежегодно будетъ требоваться по 4.713.350 рублей. Слѣдовательно, сравнительно съ ежегоднымъ расходомъ по конвертированному 5%-ному займу, составлявшему 5.097.963 руб., уменьшеніе ежегоднаго расхода для уплаты интересовъ и погашенія составитъ: по $3^1/_2$%-ному займу 757.893 руб., а по 6%-ному займу только 384.613 рублей. Обѣ эти конверсіи будутъ одинаково правильны и безукоризненны, хотя ихъ цѣли, а потому и результаты могутъ казаться различными по наружному ихъ виду. Конверсія въ $3^1/_2$%-ный заемъ какъ будто преслѣдуетъ только цѣль сокращенія еже-

годнаго расхода на интересы и погашеніе, но мы уже знаемъ, что это сокращеніе въ существѣ тождественно съ уменьшеніемъ первоначальнаго нарицательнаго капитала. Конверсія въ 6%-ный долгъ видимымъ образомъ какъ будто прямо преслѣдуетъ именно только цѣль уменьшенія задолженности, но мы при этомъ-же видимъ и то, что она единовременно даетъ и уменьшеніе ежегоднаго расхода. Различіе въ экономіи, которое даютъ оба займа, проистекаетъ только отъ того, что $3^1/_2$%-ный реализуется изъ 4%, а 6%-ный изъ $4^1/_2$%. Еслибъ и 6%-ный реализовался тоже изъ 4% за наличный капиталъ, то для реализаціи 92.623.500 р., его пришлось бы заключить на нарицательный капиталъ лишь 68.172.000 руб., и тогда ежегодный расходъ на интересы и погашеніе по нему составилъ бы столько-же, сколько по $3^1/_2$%-ному займу, то есть 4.340.070 р., а потому и ежегодная экономія отъ него тоже составляла-бы 757.893 рубля. Единовременное-же уменьшеніе задолженности при этомъ достигало-бы 24.451.500 рублей (то есть разности 92.623.500 — — 68.172.000 р.), при чемъ значительность этого уменьшенія объяснялась бы свойствомъ суммы, расходуемой на уплату интересовъ. Какъ объяснено (въ § 126, стр. 107), расходуя на нарицательный капиталъ $K = 68.172.000$ по нарицательному росту $t = 6\%$ сумму для уплаты нарицательныхъ интересовъ въ размѣрѣ $Kt = 68.172.000 \times 0{,}06 = 4.090.320$, должникъ въ составѣ этой суммы расходовалъ-бы во-первыхъ интересы на реализованный наличный капиталъ въ размѣрѣ $\tau = 4\%$ съ $C = 92.623.500$ р. или $C\tau = 3.704.940$ руб. и во-вторыхъ еще 385.380 руб., которые составляли $\frac{V\tau}{(1+\tau)^m - 1}$ или ежесрочную сумму, необходимую для погашенія въ соотвѣтствующій займу срокъ разности между реализованнымъ и нарицательнымъ капиталомъ или $V = C - K = 24\,451.500$ рублей.

276. Въ большой публикѣ общеизвѣстностью пользуются только конверсіи, соединенныя съ пониженіемъ нарицательнаго роста. Напротивъ, внѣ круга спеціялистовъ почти неизвѣстно ни то, что дѣлались попытки конверсій съ возвышеніемъ нарицательнаго роста, ни то, что подобныя конверсіи совершенно правильны и законны. Такъ, при конверсіи 1830 г. части англійской 4%-ной ренты владѣльцамъ ея было предложено получить: или $3^1/_2$%-ную ренту по 100 за 100 съ обязательствомъ, что семь лѣтъ не будетъ новаго пониженія, или на 70 ф. ст. 5%-ной ренты съ обязательствомъ, что она въ теченіи 42 лѣтъ не будетъ понижена. Еслибъ эта попытка удалась, то она уменьшила бы нарицательную сумму государственнаго долга на 46.098.530 ф. с. или 290.420.700 мет. руб.; но охотниковъ взять ее нашлось лишь на 474.374 ф. с. или 2.988.556 руб. и уменьшеніе долга составило лишь 203.303 ф. с. или 1.280.800 рублей мет. Попытку эту сдѣлалъ названный уже выше канцлеръ казначейства Голборнъ. Двѣ другія попытки въ томъ-же направленіи были потомъ сдѣланы въ Англіи Глэдстономъ. Онѣ тоже не удались, но, какъ вообще конверсіи Глэдстона, представляютъ большой интересъ для всякаго, изучающаго финансы. Глэдстонъ — безспорно величайшій авторитетъ XIX ст. въ финансовыхъ матеріяхъ и поэтому его взглядъ на способы, которыми слѣдуетъ производить конверсіи, имѣетъ преимущественное право на вниманіе, показывая, что именно Глэдстонъ считалъ правильнымъ и выгоднымъ въ дѣлѣ конверсій. Обѣ конверсіи Глэдстона не удались, одна изъ за Крымской войны, а другая вслѣдствіе недружелюбнаго отношенія къ ней вліятельныхъ де-

нежныхъ круговъ; но обѣ одинаково интересны, показывая что взгляды Глэдстона на протяженіи продолжительнаго времени между 1854 и 1884 гг. не измѣнились и что онъ въ дѣлѣ конверсій считалъ одинаково правильнымъ и выгоднымъ производство ихъ посредствомъ займовъ, реализованныхъ по нарицательной цѣнѣ, ниже ея и выше ея, лишь бы реализаціонный ростъ давалъ наибольшую экономію въ расходахъ, въ данное время возможную. Въ этихъ видахъ въ 1854 г. Глэдстонъ предложилъ за 100 ф. с. 3%-ной ренты или на 82½ фунт. ст. новой 3½%-ной ренты (по 121⅕ за 100) съ обезпеченіемъ отъ новаго пониженія до 1904 г. (на 50 лѣтъ), или новой 2½%-ной ренты на 110 ф. с. (по 90,91) съ тѣмъ-же обезпеченіемъ до 1904 г., или наконецъ по 100 за 100 облигацію, которая должна была давать до 1864 года 2¾%, а съ 1864 года уже только 2½%. Очевидно, что въ этомъ предложеніи содержалась дѣлая конверсіонная энциклопедія. Въ 1884 г., когда самъ Глэдстонъ уже былъ первымъ министромъ, а канцлеромъ казначейства у него былъ Чилдерсъ, владѣльцамъ 3%-ной ренты для ея конверсіи было предложено за каждые 100 ф. с. ея: или новой 2½%-ной ренты на 108 ф. с. (по 92,59 за 100), или на 102 фунт. ст. 2¾%-ной ренты (по 98,62 за 100).

277. Усложненіе расчетовъ по конверсіоннымъ операціямъ обусловливается не существомъ ихъ, чрезвычайно простымъ, когда предпринимаются только конверсіи, но лишь ихъ соединеніемъ съ какими нибудь иными операціями: напр. съ операціями по реализаціи наличныхъ суммъ для государственныхъ расходовъ, по расрочкамъ государственныхъ долговъ, по сліянію ихъ и т. д. Всего проще операціи по конверсіямъ, соединенныя съ реализаціею наличныхъ суммъ для постороннихъ нуждъ (не относящихся къ конверсіи) производятся тогда, (какъ напр. было при нѣкоторыхъ конверсіяхъ русскихъ) подписчикамъ новыхъ бумагъ, выпускаемыхъ главнымъ образомъ для конверсіи, предоставляется получить ихъ и за наличныя деньги (а не только за конвертируемыя бумаги), для чего ихъ общее количество выпускается на нѣкоторую сумму свыше потребности для конверсіи. Подобныя операціи (какъ и было въ Россіи) являются какъ-бы противувѣсомъ тѣмъ случаямъ, когда новыя бумаги для конверсій выпускаются въ меньшемъ количествѣ, чѣмъ нужно для другихъ конверсій, а остальныя потребныя суммы для конверсіи восполняются изъ наличныхъ средствъ должника. Но бываютъ случаи, когда конверсіею пользуются, какъ ширмами, чтобъ замаскировать и представить въ благопріятномъ свѣтѣ новый заемъ, заключаемый совсѣмъ не для конверсіи и притомъ на условіяхъ совсѣмъ не блестящихъ. Особенною извѣстностью пользуется примѣръ этого рода, представляемый конверсіею Фульда, положившаго начало тому, что во Франціи называютъ конверсіею «съ долею» (conversion avec soulte). Сущность операціи Фульда (по поводу которой Э. Пикаръ выразился: ожидали Неккера, оказался Колонне, а былъ нуженъ Тюрго) состояла въ слѣдующемъ. Въ 1862 году французская 3%-ная рента стоила около 71, а 4½%-ная 98½ за 100, слѣдовательно, одинъ франкъ въ составѣ 3%-ной ренты стоилъ 23⅔ франка капитала, а въ составѣ 4½%-ной ренты лишь 21⅞ франка, или капиталъ стоимости одного франка ренты былъ на $23\frac{2}{3} - 21\frac{8}{9} = 1\frac{7}{9}$ франка больше, если этотъ франкъ входилъ въ составъ 3%-ной ренты. Уплачивая на эти $1\frac{7}{9}$ франка 4½%, правительство переплачивало лишніе 0,36. На ежесрочный платежъ въ 4½ фр.

это составляло потерю въ стоимости, равную $4^1/_2 \times 1^7/_9 = 8$ франковъ и вотъ этими то 8 франками Фульдъ пожелалъ подѣлиться съ владѣльцами $4^1/_2$%-ной ренты, оставивъ изъ нихъ для казны 5 фр. 40 с. и уступая 2 фр. 60 с. владѣльцамъ $4^1/_2$%-ной ренты, согласившимся получать свои $4^1/_2$ франка отъ 3%-ной ренты. Такимъ образомъ для обмѣна 100 франковъ въ $4^1/_2$%-ной рентѣ на 150 франковъ въ 3%-ной рентѣ Фульдъ требовалъ доплаты лишь 5 фр. 40 с. На эту операцію пошли владѣльцы старыхъ бумагъ на нарицательную сумму 3.312.532.680 фр., за которые новой 3%-ной ренты было выдано на нарицательный капиталъ 4.911.587.666 фр., т. е. нарицательная сумма государственнаго долга была увеличена ва 1.599.054.986 фр. А между тѣмъ вся чистая выручка казны отъ наличныхъ доплатъ составляла капиталъ лишь въ 157.824.253 франка и соотвѣтствующую этому капиталу $4^1/_2$%-ную ежесрочную сумму или ежегодно $7^1/_4$ милл. франковъ.

278. Другую хитро-скомбинированную операцію во французской практикѣ представила осуществленная въ 1875 году Леономъ Сеемъ конверсія т. н. Моргановскаго займа, заключеннаго на 250.000.000 фр. Гамбеттою, когда онъ стоялъ во главѣ Турской делегаціи, чрезъ англійскихъ банкировъ Морганъ и К°, на очень убыточныхъ условіяхъ: съ обязательнымъ погашеніемъ въ 34 года, при 6% нарицательныхъ, по 80,81 за сто, то есть съ уплатою 8,15% за наличный капиталъ. Въ 1875 г. облигаціи этого займа (нарицательнымъ достоинствомъ въ 500 фр.) стоили уже 520—525 фр., а 5%-ная рента тогда стоила 103 за 100. Такъ какъ правительство оставило за собою право во всякое время погасить Моргановскій заемъ, то и задумана была его конверсія. Выпускомъ 5%-ной ренты легко было добыть требовавшіяся для возврата по непогашеннымъ 484.726 облигаціямъ 242.363.000 франковъ и 5%-ный расходъ составилъ бы 12.118.150 фр., тогда какъ по Моргановскому займу ежегодно расходовались 17.400.000 фр., то есть уменьшеніе расхода достигало-бы 5.281.850 фр. или до одной третьей части его. Но это было бы уже тогда для французской казны невыгодно, потому что за наличный капиталъ уплачивалось-бы 5%, а 3%-ная французская рента тогда стоила 66 за 100, то есть приносила лишь $4^1/_2$%. Но и выпустить 3%-ную ренту тоже видимо опасались и потому избранъ былъ другой путь подъ предлогомъ, что нежелательно срочный долгъ превратить въ безсрочный. А именно, у одного изъ государственно-кредитныхъ установленій, у Кассы Залоговъ (вносимыхъ подрядчиками, казначеями, истцами и т. д.) взято было 3%-ной ренты на капиталъ 484.726.000 фр. съ доходомъ въ 14.541.780 фр. и она отдана владѣльцамъ 484.726 облигацій Морганоскаго займа съ тѣмъ, что владѣлецъ каждой 500-франковой облигаціи, получавшій по ней интересами 6% или 30 фр., долженъ былъ за передаваемые ему 30 франковъ 3%-ною рентою на нарицательный капиталъ 1.000 франковъ доплатить казнѣ 124 франка. Слѣдовательно, за 500+124=624 фр. владѣлецъ морганоской облигаціи получалъ 3%-ной ренты на капиталъ 1.000 фр., или онъ получалъ 3%-ную ренту по $62^2/_5$ за сто (на открытомъ рынкѣ она въ это время стоила 66), что соотвѣтствуетъ 4,801% за наличный капиталъ. Это была одна сторона операціи. Другая ея сторона заключалась въ расчетѣ съ Кассою Залоговъ. За взятую у нея 3%-ную ренту на капиталъ 484.726.000 фр. съ доходомъ въ 14.541.780 франковъ опредѣлено было уплачивать Кассѣ въ теченіи 39 лѣтъ по

17.300.000 фр. въ годъ, считая въ томъ числѣ 4% на капиталъ. При 4% ростѣ ежегодный въ теченіи 39 лѣтъ платежъ въ 17.300.000 фр. имѣетъ наличную стоимость 338.811.563 фр. и, слѣдовательно въ эту сумму была засчитана стоимость взятой у Кассы Залоговъ 3%-ной ренты на показанный капиталъ, то есть она была взята по 69,8 за 100. — Доплата по 124 фр. наличными деньгами отъ владѣльца каждой изъ 484.726 облигацій Моргановскаго займа должна была дать казнѣ наличный капиталъ въ 60.105.776 фр., со всякими-же сторонними прибылями отъ операцій съ вексельнымъ курсомъ по переводу капиталовъ въ Англію и изъ нея всего было выручено отъ т. н. конверсіи Моргановскаго займа 66.839.849 франковъ, каковая сумма и считалась «прибылью» отъ операціи. — Въ существѣ, очевидно, дѣло заключалось въ томъ, что Кассѣ Залоговъ заплочено было 338.811.563 франка за взятую у нея 3%-ную ренту на нарицательный капиталъ 484.724.000 франковъ, проданную владѣльцамъ облигацій Моргановскаго займа за 302.468.776 франковъ (242.363.000 нарицательнаго капитала моргановскихъ облигацій подлежавшаго погашенію, и 60.105.776 фр. наличной доплаты); то есть рента, взятая у Кассы Залоговъ, была продана владѣльцамъ моргановскихъ облигацій съ убыткомъ для казны въ 36.342.787 фр. Или иначе говоря: операція была равнозначуща съ тѣмъ, какъ еслибъ одновременно съ конверсіею былъ сдѣланъ выпускъ 3%-ной ренты на 60.105.776+36.342.787=96.448.563 фр., для реализаціи наличнаго капитала въ 60.105.776 фр., или какъ еслибъ эта рента была выпущена по 62,31 за 100, съ уплатою 4,81% за наличный капиталъ.—Въ смыслѣ-же собственно конверсіи Сеевская операція 1875 г. заключалась въ замѣнѣ ежегоднаго расхода въ 17.400.000 фр., который еще 30 лѣтъ долженъ былъ производиться владѣльцамъ моргановскихъ облигацій, новымъ ежегоднымъ расходомъ въ 17.300.000 фр., которые въ теченіи 39 лѣтъ должны уплачиваться Кассѣ Залоговъ. Всю-же Сеевскую операцію 1875 г. можно и такъ резюмировать: изъ взятой у Кассы Залоговъ 3%-ной ренты на капиталъ 484.726.000 фр. (по 69,8 за сто) одна часть въ размѣрѣ 96.448.563 фр. послужила для реализаціи наличнаго капитала въ 60.185.776 франковъ, а другая часть въ 388.277.410 фр. для обмѣна на нее моргановскихъ облигацій, при чемъ обѣ части реализованы по 62²/₅ за сто. Такимъ образомъ конверсія моргановскихъ 6% облигацій осуществлена замѣною ихъ 3%-ною рентою по 62²/₅ за 100. Пріобрѣтеніе-же ренты у Кассы Залоговъ повело за собою долгъ послѣдней, соединенный съ болѣе значительною тягостью, чѣмъ съ какою соединенъ былъ конвертированный Моргановскій заемъ.

279. Успѣхъ предпринятыхъ конверсій зависитъ не отъ того, болѣе-ли или менѣе хитроумны расчеты, на которыхъ онѣ основываются, а отъ дешевизны капиталовъ и отъ того, близко-ли или далеко отъ источника дешевыхъ капиталовъ стоитъ заемщикъ, предпринимающій конверсію. Если у него близко въ распоряженіи имѣется такой источникъ и если этотъ источникъ очень обиленъ, тогда конверсіи дадутъ больше выгодныхъ результатовъ, чѣмъ когда источникъ дешевыхъ капиталовъ находится далеко, доступъ къ нему не легкій и пользованіе имъ возможно лишь въ сравнительно очень умѣренныхъ предѣлахъ. Поэтому, напримѣръ, государство, не имѣющее своего богатаго денежнаго рынка въ собственныхъ предѣлахъ и прибѣгающее къ дешевымъ капиталамъ заграничныхъ денежныхъ рынковъ, дѣлающее конверсіи въ первый разъ, располагающее бюджетомъ и кре-

дитомъ, подвергающимися разнымъ случайнымъ вліяніямъ, поставленное въ необходимость непрерывно увеличивать свой долгъ для разныхъ чрезвычайныхъ расходовъ, а то иногда даже и для обыкновенныхъ расходовъ, — не можетъ имѣть столько выгодъ и тѣхъ выгодъ отъ конверсій, которыя доступны государству съ очень богатымъ внутреннимъ денежнымъ рынкомъ, которымъ оно очень мало и рѣдко пользуется, или совсѣмъ перестало пользоваться для увеличенія государственнаго долга, бюджетъ и кредитъ коего располагаетъ очень большою, такъ сказать, еще «нетронутою» и потому несокрушимою силою. Поэтому, напримѣръ, нельзя требовать, чтобъ русскія конверсіи, подобно англійскимъ или американскимъ, представляли пониженіе реализаціоннаго роста до 3% (или уменьшеніе нарицательнаго роста по займамъ до 3% съ реализаціею ихъ по 100 за 100), какъ нельзя требовать, чтобъ нашъ Государственный Банкъ учитывалъ векселя по одному дисконту съ Англійскимъ Банкомъ. Государственный Банкъ это конечно охотно дѣлалъ бы, еслибъ онъ располагалъ источникомъ такихъ-же дешевыхъ капиталовъ, какимъ располагаетъ Англійскій Банкъ. И точно также русскія конверсіи ничѣмъ не отличались-бы отъ англійскихъ, еслибъ Россія была также богата, какъ Англія. Полагать-же, что совсѣмъ не стоитъ пользоваться конверсіями, если отъ нихъ не могутъ получены быть наибольшія выгоды, доступныя лишь наибогатѣйшимъ странамъ, все равно, что полагать, будто совсѣмъ не стоитъ безпокоиться объ образованіи, если оно ниже университетскаго. Простая народная школа тѣмъ, коимъ она нужна, столь-же, а можетъ быть еще болѣе, полезна. И также точно менѣе значительная выгода отъ конверсіи можетъ въ менѣе богатомъ бюджетѣ имѣть гораздо большее значеніе, чѣмъ болѣе значительная выгода отъ конверсій въ бюджетѣ, преизобилующемъ избытками или легко могущемъ ихъ имѣть очень много.

280. Въ Россіи, какъ извѣстно, конверсіонныя операціи были приведены въ связь (скомбинированы) главнымъ образомъ съ операціями по расрочкѣ государственныхъ займовъ. Такъ какъ по этой части у насъ свѣдѣнія были еще очень мало распространены, то даже ученые (напр. проф. Лебедевъ, много писавшій въ газетахъ о русскихъ конверсіяхъ) не разобрались въ новомъ дѣлѣ и долгое время въ спорахъ о конверсіяхъ къ нимъ относили то, что касалось совсѣмъ не ихъ, а расрочекъ. Поэтому, а еще болѣе потому, что по существу дѣла расрочки публичныхъ займовъ представляютъ совершенно самостоятельный видъ финансовыхъ операцій, имѣющихъ свою особую цѣль, независимую отъ цѣли конверсій, ради которой они нерѣдко осуществляются и безъ конверсій, мы должны на нихъ остановиться именно въ этомъ ихъ самостоятельномъ видѣ.

281. Подобно конверсіямъ, и расрочки публичныхъ займовъ имѣютъ задачею—превращеніе менѣе выгодныхъ займовъ въ болѣе выгодные, болѣе обременительныхъ въ менѣе обременительные; но тогда какъ конверсіи направлены къ уменьшенію бремени по уплатѣ высокихъ интересовъ, не соотвѣтствующихъ положенію должника, расрочки направлены противъ слишкомъ большихъ и потому непосильно тяжелыхъ расходовъ на обязательное погашеніе, тоже не соотвѣтствующихъ положенію должника. Какъ конверсіи, такъ и расрочки имѣютъ поэтому однородную задачу привести платежи должника въ соотвѣтствіе съ его средствами и положеніемъ. Но тогда какъ конверсіи всегда имѣютъ кореннымъ основаніемъ

только условія, благопріятствующія должнику, расрочки кромѣ такихъ условій предполагаютъ еще и необходимость для должника обезпечить себѣ покой относительно обязательныхъ для него условій возврата занятаго капитала. Расрочки предполагаютъ не только обстоятельства, благопріятствующія ихъ осуществленію, но и такое положеніе должника, при которомъ его потребность въ занятыхъ капиталахъ не прекращается, а способовъ для уменьшенія его задолженности у него или совсѣмъ нѣтъ, или они скудны и случайны, или на нихъ нельзя расчитывать на весь срокъ, на который долгъ заключенъ. Конверсіи всегда необходимы, насколько онѣ выгодны; напротивъ расрочки оправдываются необходимостью, даже когда онѣ невыгодны. Къ конверсіямъ ведетъ расчетъ прямой пользы, отъ нихъ получаемой; къ расрочкамъ ведетъ необходимость мириться съ меньшимъ вредомъ во избѣжаніе большаго вреда. Конечно, всегда выгоднѣе имѣть средства для уменьшенія своей задолженности, для погашенія долговъ и для избѣжанія необходимости расрочекъ. Но столь-же несомнѣнно, что всегда невыгодно имѣть на себѣ обязательство погашенія долга, не имѣя обезпеченныхъ средствъ для исполненія этого обязательства. Потому одинаково выгодно не имѣть необходимости въ расрочкахъ, когда имѣются средства для погашенія долговъ, и располагать открытыми путями къ расрочкамъ, когда обязательство погашенія непосильно для должника. По существу свойствъ всякаго государственнаго бюджета, по громадности долговъ, которыми ему приходится быть обремененнымъ для единовременныхъ чрезвычайныхъ расходовъ, становящихся неминуемыми въ извѣстные періоды, по замкнутости въ сравнительно тѣсные предѣлы источниковъ, изъ которыхъ бюджеты черпаютъ свои средства, по разнородности и часто противуположности требованій, предъявляемыхъ этимъ средствамъ, — государственные бюджеты всего менѣе по своей природѣ пригодны для обремененія ихъ обязательствомъ по погашенію заключенныхъ долговъ непремѣнно въ опредѣленный срокъ. Въ этомъ отношеніи нѣтъ различія между богатѣйшими странами и бѣднѣйшими: между Англіею и Соединенными Штатами съ одной стороны, или Турціею съ другой. И богатѣйшія и бѣднѣйшія страны одинаково нуждаются въ томъ, чтобъ обязательство возврата (погашенія) занятыхъ капиталовъ или совсѣмъ не обременяло, или возможно менѣе обременяло бы ихъ государственные бюджеты. Различіе между богатыми и бѣдными странами въ отношеніи этой потребности лишь тоже самое, какое существуетъ относительно всякой иной потребности: что богатыя страны могутъ легко ее удовлетворить, а бѣдныя совсѣмъ ее должны оставлять безъ удовлетворенія. Соотвѣтственно этому мы и видимъ, что нѣтъ такой страны, которая не имѣла бы своего періода, когда у нея стояли на очереди вопросы о долговыхъ расрочкахъ и объ облегченіи бремени по обязательному возврату (погашенію) капитала заключенныхъ долговъ. Поэтому всякая страна имѣла свое время, когда въ ней предпринимались обширныя операціи по расрочкѣ государственныхъ долговъ, иногда какъ самостоятельныя операціи, только эту цѣль и преслѣдовавшія, иногда въ связи съ другими операціями, которыя или ихъ заслоняли, или сами ими заслонялись. Большею частью въ заграничныхъ странахъ операціи по расрочкѣ государственныхъ долговъ производились радикальнымъ способомъ превращенія срочныхъ долговъ въ безсрочные или «вѣчные». Облигаціи, первоначально выпущенныя на опредѣленный срокъ, въ который онѣ обязательно подлежали погаше-

нію, требуя для того соотвѣтственнаго расхода, замѣнялись такъ называемою безсрочною или «вѣчною» рентою, съ уплатою по ней однихъ только интересовъ, безъ всякаго обязательнаго расхода на ея погашеніе въ какой бы то ни было обязательный срокъ. Въ этомъ видѣ государственные долги расрочивались на неопредѣленное время, по принципу, какъ-бы «на-вѣки». Необходимость такой расрочки для государственно-хозяйственнаго благоустройства впервые была сознана въ Англіи, гдѣ въ началѣ XVIII вѣка обширными операціями она и была осуществлена. Во Франціи срочные долги никогда не играли существенной роли, насколько же ихъ оставалось отъ старой монархіи, они во время революціи были насильственно превращены въ созданную тогда «консолидованную треть» въ видѣ новой ренты, которою въ размѣрѣ одной трети нарицательнаго капитала прежнихъ обязательствъ были удовлетворены заимодавцы по нимъ. Съ тѣхъ поръ вплоть до созданія «погашаемой ренты» (о которой была рѣчь) была въ 1850-хъ годахъ попытка выпуска 30-лѣтнихъ облигацій (obligations trentennaires), но и онѣ были при конверсіи 1862 г. расрочены посредствомъ превращенія въ вѣчную ренту. Остальные, какіе во Франціи существуютъ (кромѣ погашаемой ренты), срочные долги, не имѣютъ характера долговъ публикѣ, а состоятъ въ опредѣленныхъ платежахъ, которые впродолженіи извѣстнаго числа лѣтъ должны производиться извѣстнымъ установленіямъ (напр. Кассѣ Залоговъ по только что объясненной Сеевской операціи 1875 года).—Въ Пруссіи два раза принимались мѣры для расрочки долгосрочныхъ долговъ: въ началѣ нынѣшняго столѣтія эдиктомъ 27 апрѣля 1810 г. и чрезъ 60 лѣтъ послѣ того закономъ 19 декабря 1869 г.; оба раза въ спеціальныхъ видахъ и съ исключительною цѣлью—уменьшить расходы по погашенію, оставляя остальное въ займахъ (то есть, главнымъ образомъ, нарицательный ростъ уплачивавшихся по нимъ интересовъ) безъ измѣненія. Въ Австріи одна изъ главнѣйшихъ задачъ произведеннаго въ 1860-хъ годахъ преобразованія государственнаго долга заключалась въ уменьшеніи расходовъ на погашеніе превращеніемъ срочныхъ долговъ въ безсрочные. Наконецъ самыя обширныя и наиболѣе интересныя по обстановкѣ операціи по нерасрочкѣ государственныхъ долговъ въ новѣйшее время были предприняты въ Соединенныхъ Штатахъ. По окончаніи междуусобія государственный ихъ долгъ 1 августа 1865 г. достигалъ 2.845.907.626 долларовъ или 3.699.680.000 руб. (по 1 р. 30 к.), въ томъ числѣ неутвержденныхъ долговъ, изъ коихъ по многимъ бумаги обращались, какъ деньги, было 1.736.339.434 долл. или 2.257.241.000 мет. рублей. Такъ какъ эти послѣдніе были съ очень короткими сроками (въ 1, 2, 3 года), то прежде всего занялись ихъ консолидаціею или превращеніемъ въ долгосрочные займы и къ 1 іюля 1870 г. сумма ихъ была уменьшена на 1.335.738.938 долл. или 1.736.520.600 м. р. Большею частью (сверхъ бюджетныхъ избытковъ) для этого послужили 6%-ные займы со срокомъ обязательнаго погашенія не ближе 5 и не далѣе 20 лѣтъ. Когда операціи по утвержденію были закончены, то какъ по заключеннымъ по нимъ займамъ, такъ и по однороднымъ займамъ, заключеннымъ во время междуусобія, оказалась масса долговъ въ нѣсколько милліярдовъ рублей, по которымъ срокъ обязательнаго возврата занятого капитала истекалъ уже въ 1880-хъ годахъ. Какъ ни сангвинично населеніе Соединенныхъ Штатовъ, какъ оно ни богато, какъ ни велики были бюджетные избытки, на которые можно было расчитывать, но никому въ Соединенныхъ Шта-

тахъ ни тогда, ни потомъ и на мысль никогда не приходило, что уже въ 1880-хъ годахъ возможно будетъ выполнить всѣ принятыя обязательства по погашенію, то есть, окончательно погасить всѣ заключенные долги, ничего въ нихъ не измѣнивъ. Напротивъ, никто не сомнѣвался, что предварительно долгосрочные займы нуждаются въ полномъ ихъ преобразованіи, какъ въ отношеніи уплачиваемыхъ по нимъ интересовъ, такъ и въ отношеніи соединенныхъ съ ними обязательствъ по ихъ погашенію въ обязательный срокъ. Необходимыми считались одинаково и конверсіи, и пересрочки заключенныхъ до того займовъ и одни и тѣже новые займы послужили для того и другого, какъ потомъ въ Россіи. И также точно, какъ впослѣдствіи въ Россіи, предпринятыя операціи означались не по обѣимъ цѣлямъ, для коихъ они служили, а лишь по одной изъ нихъ. Но тогда какъ въ Россіи въ операціяхъ преимущественное вниманіе было сосредоточено на ихъ конверсіонномъ значеніи и ихъ называли только «конверсіями»,—въ Соединенныхъ Штатахъ это слово совсѣмъ не было въ ходу, а говорили лишь объ операціяхъ по пересрочкѣ (refunding operations). Такъ обозначались громадные займы, заключенные на основаніи упомянутыхъ выше законовъ 14 іюля 1870 и 20 января 1871 гг., всего на сумму 1.506.974.950 долл. или 1.959.067.400 рублей, и отличавшіеся тѣмъ, что по нимъ не только были уменьшены платимые интересы, но изъ нихъ совсѣмъ было устранено обязательство погашенія въ какой бы то ни было срокъ; изъ срочныхъ займы были превращены въ безсрочные, по которымъ за должникомъ оставалось лишь право, но не обязанность ихъ погашенія. И любопытно, что даже впослѣдствіи, когда въ началѣ 1880-хъ годовъ произведены были дальнѣйшія конверсіи въ Соединенныхъ штатахъ, для уменьшенія интересовъ по ихъ займамъ до $3^1/_2\%$ и 3%, и когда собственно уже никакихъ пересрочекъ не дѣлали, то все-таки существо операцій понималось по прежнему и на конвертируемыхъ облигаціяхъ накладывался штемпель со словами «расрочены по $3^1/_2\%$» или «расрочены по 3%» (continued at $3^1/_2\%$, continued at 3%).

Въ Россіи до новѣйшихъ операцій по конверсіямъ только одинъ разъ была предпринята правительственная мѣра для расрочки государственнаго займа, а именно Высочайшимъ указомъ 20 ноября 1887 г. по расрочкѣ банковыхъ билетовъ 1-го выпуска.

282. Коренное оправданіе расрочекъ государственныхъ займовъ заключается въ ихъ неминуемости. Когда государство не располагаетъ свободными избытками для уменьшенія своей задолженности, то эта задолженность все равно будетъ продолжаться, на какіе бы сроки первоначально долги ни были бы заключены. Если не будутъ приниматься прямыя мѣры для расрочки займовъ, то мѣсто погашаемыхъ долговъ займутъ новые долги. Такъ оно и было всегда и повсюду, когда погашеніе государственныхъ долговъ, все равно добровольное или обязательное, производилось безъ соображенія, имѣются-ли для него свободные избытки, или ихъ нѣтъ. И опытъ даже показываетъ, что въ подобныхъ случаяхъ задолженность ухудшалась и болѣе тяжелые долги занимали мѣсто менѣе тяжелыхъ долговъ, то есть: когда не было прямой заботы о томъ, чтобъ погашеніе было соединено съ меньшими тягостями, то оно всегда вело за собою увеличеніе соединенныхъ съ нимъ расходовъ. Такъ мы видѣли, что во Франціи въ 1815 — 70 гг. занимали по $5{,}164\%$, тогда какъ по погашаемымъ займамъ расходовалось лишь $4{,}6794\%$. Въ Англіи въ

1793—1829 гг. занимали по 5,0375%, тогда какъ по погашаемымъ займамъ уплачивали 4,501%. Въ Пруссіи въ 1848—66 гг. было погашено долговъ на 91.214.693 талера, при томъ такихъ, по которымъ правительство добилось конверсіями 1832 и 1845 гг. пониженія уплачивавшихся по нимъ интересовъ съ 5% до 4% и 3½%; но въ тоже время по 4½ — 5½% было заключено новыхъ долговъ на 195.689.000 талеровъ. Въ Россіи въ 1860-хъ и 1870-хъ годахъ займы заключались изъ 7—6%, а въ тоже время погашались канкриновскіе займы, по которымъ уплачивались лишь 4½—5% на реализованный капиталъ.

Естественно поэтому, что въ новѣйшее время къ этому предмету стали относиться сознательнѣе и заботливѣе, чѣмъ было прежде. Раціонально—заключать дешевые займы для погашенія ими дорогихъ займовъ, а не давать ходу событій такое свободное теченіе, чтобъ само собой выходило противуположное, то есть, замѣна дешевыхъ займовъ дорогими. Раціонально — заботиться объ уменьшеніи тягостей, соединенныхъ съ государственными долгами, а не давать ходу событій такое свободное теченіе, чтобъ тягости увеличивались. Но замѣнять дорогіе займы дешевыми, тяжелые — легкими, въ той мѣрѣ, въ какой тягостность ихъ, или ихъ легкость, ихъ дороговизна или дешевизна, зависитъ отъ расходовъ на ихъ погашеніе, и значитъ расрочивать займы: давать имъ вмѣсто сроковъ, при которыхъ расходы на погашеніе велики и тяжелы, новые сроки, при которыхъ тѣже расходы уменьшаются и облегчаются. Вотъ почему всякій разъ, когда положеніе должника улучшается и онъ въ состояніи себѣ добывать нужные ему капиталы на облегченныхъ условіяхъ, онъ по всѣмъ основаніямъ, теоретическимъ и практическимъ, долженъ стремиться и дѣйствительно всегда стремится, чтобъ благопріятность новыхъ, заключаемыхъ имъ, займовъ, была двоякая: чтобъ она выражалась, какъ въ уменьшеніи расходовъ на уплату интересовъ, такъ и въ уменьшеніи расходовъ на обязательное погашеніе, чтобъ они давали возможность осуществленія не только конверсій, но и расрочекъ.

283. Сами по себѣ основанія расчетовъ по расрочкамъ, когда они касаются срочныхъ займовъ, которымъ вмѣсто одного срока представляется возможнымъ дать другой срокъ, совершенно элементарныя, такъ какъ ихъ существо заключается въ опредѣленіи ежесрочной суммы, которая при новомъ срокѣ необходима для интересовъ и погашенія расрочиваемаго долгового капитала. Намъ такъ часто уже приходилось касаться этого предмета, что было-бы неумѣстно здѣсь на немъ еще останавливаться. Но мы не вправѣ оставить безъ вниманія происходившій въ нашей литературѣ лѣтомъ 1890 г. споръ о конверсіяхъ, коснуться котораго мы считаемъ полезнымъ и потому, что это даетъ намъ возможность выяснить правильность и неправильность нѣкоторыхъ пріемовъ вычисленій, къ коимъ у насъ прибѣгали по поводу операцій нашего финансоваго управленія въ 1888—9 годахъ. Какъ всегда бываетъ въ газетной полемикѣ, обѣ спорившія стороны дѣлали не мало ошибокъ. Такъ обѣ стороны упускали изъ виду, что природа осуществлявшихся у насъ въ 1888—90 гг. операцій была сложная, что операціи были одновременно и конверсіями, и расрочками. Ошибочно-же обѣ спорившія стороны исходили изъ предположенія, что по новымъ займамъ, заключеннымъ для конверсій, ежесрочные платежи будутъ продолжаться въ теченіи всего срока новыхъ займовъ, ни въ чемъ не измѣняясь, хотя противъ этого явно говорилъ самый поводъ къ

спору, фактъ конверсій. Если по старымъ (конвертируемымъ) займамъ срокъ совсѣмъ не оказался обязательнымъ и ничто не помѣшало его сокращенію, а съ тѣмъ вмѣстѣ и измѣненію старыхъ платежей, то очевидно (такъ какъ договорныя основанія займовъ не измѣнялись) въ отношеніи новыхъ займовъ нѣтъ основанія дѣлать противуположныя допущенія. Упущено было также изъ виду обѣими спорившими сторонами и то, что реальное погашеніе или уменьшеніе задолженности опредѣляется совсѣмъ не срокомъ даннаго займа, а положеніемъ и средствами должника, то есть: что еслибъ въ государственномъ бюджетѣ оказались избытки для уменьшенія задолженности въ срокъ старыхъ займовъ на сумму ихъ, то ничто не могло мѣшать тѣмъ-же избыткамъ на равную сумму и въ тотъ-же срокъ погасить и новые займы; насколько-же новые займы были больше прежнихъ (отъ новой разности между нарицательнымъ и реализованнымъ капиталомъ) они-же сами увеличивали избытки бюджетные вслѣдствіе соединеннаго съ ними меньшаго расхода на уплату интересовъ, при чемъ какъ мы видѣли въ аналогичномъ расчетѣ (стр. 138, 141) займы съ пониженными интересами даютъ средства даже для болѣе скораго погашенія, несмотря на увеличеніе разности между нарицательнымъ и реализованнымъ капиталомъ. Такъ какъ ничто не можетъ помѣшать тому, чтобъ заемъ, расроченный на очень долгій срокъ, былъ погашенъ въ какой угодно короткій срокъ, если для того имѣются средства,—ресрочка-же составляетъ лишь предохранительное средство на случай, если погашеніе будетъ посильно только подъ условіемъ наивозможнѣйшаго его замедленія или наименьшаго для него расхода,—то очевидно, что спорить о пользѣ или выгодности расрочки значитъ впадать во внутреннее противурѣчіе съ самымъ существомъ расрочки, какъ финансовой операціи. Когда расрочка ни въ чемъ не измѣняетъ права должника на ускоренное погашеніе, то она не можетъ быть невыгодной, все равно производится-ли она на 81 годъ, или на 581 годъ, или на 1581 годъ, или «на вѣки», какъ и производились повсюду расрочки. Таково свойство расрочки, когда она одна только и предпринимается, не сопровождаемая никакою иною операціею, составляющею самостоятельный источникъ выгодъ. Когда-же операція расрочки идетъ объ руку съ конверсіею, или съ умепьшеніемъ уплачиваемыхъ интересовъ, то очевидно, что для спора еще менѣе представляется пищи. Такимъ образомъ самая постановка спора о конверсіяхъ въ томъ видѣ, въ какомъ его у насъ вели, была ошибочная: спорили о расрочкахъ, а думали, что спорятъ о конверсіяхъ; въ основаніе спора полагали такое различіе между противупоставлявшимися займами (что заемщикъ *долженъ* по нимъ производить различные платежи и *долженъ* эти различные платежи производить въ сроки разной продолжительности), какого между ними совсѣмъ не было; существо-же дѣла при этомъ совсѣмъ оставлялось въ сторонѣ и не разъяснялось вовсе. Тѣмъ не менѣе одна сторона (противники конверсій) слѣдующимъ очень упрощеннымъ способомъ доказывала убыточность конверсій. Приводилось въ извѣстность, какъ велики были бы расходы по прежнимъ (конвертированнымъ) займамъ, еслибъ они не были-бы конвертированы, и какъ эти расходы естественно сокращались-бы по мѣрѣ истеченія сроковъ, на которые первоначально были заключены означенные займы. Сгруппированныя по годамъ, въ которые еще производились-бы платежи по прежнимъ займамъ и противупоставленныя расходамъ по новымъ займамъ, данныя представлялись въ слѣдующемъ видѣ.

ПЕРІОДЫ.	Число лѣтъ въ каждомъ періодѣ.	Ежегодный расходъ на интересы и погашеніе по займамъ:		Разность между прежнимъ и новымъ расходомъ.		Общій итогъ расходовъ на интересы и погашеніе впродолженіи всѣхъ годовъ каждаго періода, по займамъ:	
		старымъ.	новымъ.	за 1 годъ.	за весь періодъ.	старымъ.	новымъ.
Отъ лѣтъ. до лѣтъ.	n'	A	A'	$A-A'$	$n'(A-A')$	$n'A$	$n'A'$
1890 — 1904	13	40.812.982	32.327.112	+ 8.485.870	+110.316.310	530.568.766	420.252.456
1904 — 1906	2	38 571.959	32.327 112	+ 6.244.847	+ 12.489.694	77 143.918	64.654.224
1906 — 1915	9	36.300 534	32.327.112	+ 3 973.422	+ 35.760 798	326.704.806	290.944.008
1915 — 1928	13	30 617.394	32.327.112	— 1.709.718	— 22.226.334	398.026.122	420.252.456
1928 — 1940	12	24.872.772	32 327.112	— 7.454.340	— 89.452 080	298.473.264	387.925.344
1940 — 1953	13	22 389.475	32.327.112	— 9.937.637	—129.189.281	291.063.175	420.252.456
1953 — 1954	1	18.474.179	32.327.112	— 13.852.933	— 13.852.933	18.474.179	32.327.112
1954 — 1955	1	14.583.369	32.327.112	— 17.743.743	- 17.743.743	14.583.369	32.327.112
1955 — 1956	1	9.719.749	32 327.112	- 22.607.363	— 22.607.363	9.719.749	32.327.112
1956 — 1967	11	4 860.868	32.327.112	— 27.466.244	—302.128 684	53.469 548	355.598.232
1967 — 1972	5	—	32.327 112	— 32.327.112	—161 635 560	—	161.635.560
	81					2.018.226.896	2.618.496.072

Эти данныя наглядно показывали, что въ первые 13 лѣтъ прибыль отъ операцій составитъ ежегодно 8.485.870 р., въ слѣдующіе два года по 6.244.847 р. и въ дальнѣйшіе 9 лѣтъ по 3.973.422 р.; во всѣ-же эти 24 года (13 + 2 + 9) прибыль составитъ всего 158.566.802 р. (110.316.310 + 12.489.694 + 35.760.798). Въ остальные-же затѣмъ годы до полнаго погашенія новыхъ займовъ, расходы по нимъ будутъ больше, чѣмъ были-бы расходы по старымъ займамъ, еслибъ ихъ не конвертировали, и ежегодный убытокъ, постепенно возвышаясь, съ 1.709.718 руб. въ 1915—1928 годахъ, достигнетъ въ 1967 — 1972 годахъ до 32.327.112 рублей. Общій-же итогъ убытковъ въ 57 лѣтъ (1915—1972 гг.) достигнетъ 758.835.978 р. и, слѣдовательно, за вычетомъ прибыли первыхъ годовъ окончательный убытокъ составитъ 600 269.176 рублей (758.835.978 — 158.566.802). Результатъ обнаруживался и прямымъ сравненіемъ общихъ итоговъ всѣхъ расходовъ по старымъ займамъ, еслибъ они не были конвертированы, достигавшихъ лишь 2.018.226.896 р., и всѣхъ расходовъ по новымъ займамъ, которые должны будутъ составить 2.618.496.072 р. или больше на 600.269.176 рублей.

На это защитники операцій возражали ссылкою на неправильность всего изложеннаго расчета, дѣйствительно противурѣчащаго всему, чему учитъ политическая арифметика. Наукою и практикою выработаны совсѣмъ иные пріемы для вычисленій по задачамъ, къ коимъ принадлежитъ расматриваемая, и примѣняя эти пріемы къ данному случаю, защитники приходили къ совершенно противопо-

ложнымъ заключеніямъ. А именно, въ этомъ случаѣ мы имѣемъ дѣло съ двоякаго рода ежесрочными суммами, изъ коихъ одни выражаютъ ежегодную прибыль, а другія ежегодный убытокъ, и для правильнаго ихъ противупоставленія другъ другу, необходимо тѣ и другія не просто складывать, а капитализовать на однородныхъ основаніяхъ, опредѣленіемъ ихъ наличной стоимости въ зависимости отъ числа единицъ времени, въ которыя онѣ будутъ продолжаться, и ихъ отношенія ко времени, когда капитализація ихъ производится. Такъ, капитализуя прибыли и убытки изъ 4%, мы опредѣлимъ, что наличная стоимость ежегодной прибыли въ 8.485.870 рублей, которую операціи дадутъ въ первые 13 лѣтъ составитъ $8.485.870\varphi_{13(4)} = 84.736.902$ рубля. Прибыль слѣдующихъ двухъ лѣтъ въ размѣрѣ ежегодныхъ 6.244,847 руб. представляетъ ежесрочную сумму, продолжающуюся два года, но отсроченную отъ момента капитализаціи на 13 лѣтъ; поэтому ея наличная или капитализованная стоимость составитъ $\frac{6.244.847}{(1,04)^{13}}\varphi_{2(4)} = 7.073.785$ рублей. Также точно прибыль третьяго періода представляетъ ежесрочную сумму, продолжающуюся 9 лѣтъ и отсроченную на 13+2=15 лѣтъ и потому ея наличная или капитализованная стоимость составитъ $\frac{3.973.422}{(1,04)^{15}}\varphi_{9(4)} = 16.404.576$ рублей. Вмѣстѣ-же вычисленныя противниками конверсій прибыли отъ нихъ имѣютъ наличную или капитализованную стоимость 108.215.263 р. (=84.736.902+7.073.785+16.404.576). Съ другой стороны капитализованная сумма ежегоднаго убытка, начинающагося съ 1915 г. и составляющаго 1.709.718 р. до 1928 г. (впродолженіи 13 лѣтъ) будетъ выражаться въ наличной стоимости ежесрочной суммы въ размѣрѣ 1.709.718 рублей, продолжающейся 13 лѣтъ и отсроченной отъ момента капитализаціи на 24 года или $\frac{1.709.718}{(1,04)^{24}}\varphi_{13(4)} = 6.660.403$. Такимъ же образомъ капитализованная сумма убытка періода 1928—1940 гг. составитъ $\frac{7.754.340}{(1,04)^{13+2+9+13}}\varphi_{12(4)} = 16.391.296$; капитализованная стоимость убытка періода 1940—53 гг. составитъ $\frac{9.937.637}{(1,04)^{13+2+9+13+12}}\varphi_{13(4)} = 14.521.977$ и т. д. Продолжая вычисленія до послѣдней суммы и сводя вмѣстѣ полученные результаты, получимъ, что капитализованныя суммы показываемыхъ противниками конверсій убытковъ составятъ за все время:

Съ 1 янв. по 1 янв.	1915 — 28	годовъ.	6.660.403 рублей.
	1928 — 40	»	16.391.296 »
	1940 — 53	»	14.521.977 »
	1953 — 54	»	1.170.686 »
	1954 — 55	»	1.441.822 »
	1955 — 56	»	1.766.374 »
	1956 — 67	»	18.800.091 »
	1967 — 72	»	7.304.168 »
	итого убытковъ . . .		68.056.817 »
	прибыли же составляютъ. . . .		108.215.263 »
	поэтому чистая прибыль		40.158.446 »

Излишне объяснять, что это вычисленіе единственно правильное: это явствуетъ изъ всего нашего предъидущаго изложенія. Простое сложеніе ежесрочныхъ суммъ (все равно, прибылей или убытковъ) разныхъ единицъ времени также неправильно дастъ образующійся изъ нихъ итогъ, какъ простое сложеніе различ-

ныхъ чиселъ, означающихъ пуды, фунты, лоты, золотники и доли неправильно даетъ образующійся изъ нихъ итогъ, если они предварительно не приведены къ одному наименованію. Правда, «капитализація разныхъ ежесрочныхъ суммъ, отнесенныхъ къ моменту, когда она производится»—понятіе не столь простое и осязательное, какъ перечисленіе пудовъ, фунтовъ, лотовъ и золотниковъ въ доли. Но разъ кто-либо берется за рѣшеніе задачъ, соединенныхъ съ ежесрочными суммами, онъ долженъ знать правила вычисленій съ такими суммами. Впрочемъ, въ данномъ случаѣ представляется вполнѣ возможнымъ совершенно осязательно выяснить, въ чемъ собственно заключается и какъ получается прибыль, оказывающая при только-что изложенномъ правильномъ вычисленіи. Если противники операцій основаніемъ своихъ вычисленій брали то, что не будь операцій, на платежи по прежнимъ займамъ съ 1890 г. расходовалось-бы для интересовъ и погашенія: въ продолженіи 13 лѣтъ ежегодно по 40.812.982 р., потомъ 2 года по 38.571.959 р., потомъ 9 лѣтъ по 36.300.534 р. и т. д., то очевидно, что послѣдовательность требовала отъ нихъ допущенія, что ничто не препятствуетъ расходованію *этихъ*-же ежесрочныхъ суммъ и по новымъ 4%-нымъ займамъ, заключеннымъ для конверсій. Какой-же въ такомъ случаѣ былъ-бы ходъ погашенія новыхъ займовъ и въ какой срокъ они были-бы погашены? Этотъ вопросъ, очевидно, представляетъ задачу изъ разряда тѣхъ, которыя мы уже рѣшали выше (въ § 204, стр. 201—2). А именно: данъ нарицательный капиталъ по нѣкоему 4%-ному займу или по группѣ нѣкихъ 4% ныхъ займовъ въ размѣрѣ 775.498.000 рублей (на каковую сумму были до лѣта 1890 г. заключены новые 4%-ные займы для конверсій, о которыхъ тогда спорили), причемъ для расходовъ на интересы и погашеніе въ теченіи первыхъ 13 лѣтъ можетъ служить ежесрочная сумма въ 40.812.982 р., потомъ 2 года другая ежесрочная сумма въ 38.571.959 р. и т. д., какъ указано выше въ таблицѣ относительно расходовъ по конвертированнымъ (старымъ) займамъ. Спрашивается: какъ будетъ идти погашеніе показаннаго капитала 775.498.000 и когда (чрезъ сколько лѣтъ) оно окончится? Мы уже знаемъ, что эта задача рѣшается весьма просто. Въ первые 13 лѣтъ капиталъ съ сложными на него 4% составитъ $775\,498.000(1{,}04)^{13}=1.291.261\,100$, ежесрочная-же сумма со сложными процентами составитъ $40.812.982\omega_{13(4)}=678.590.600$; поэтому чрезъ 13 лѣтъ останется непогашеннаго долга $1\,291\,261.100-678.590.600=612.670.500$ рублей. Этотъ остатокъ со сложными 4% за два года составитъ $612\,670.500(1{,}04)^2=662.664.300$; ежесрочная-же сумма этихъ двухъ лѣтъ со сложными на нее процентами дастъ $38.571.959\omega_{2(4)}=78\,686.800$; поэтому по истеченіи слѣдующихъ двухъ лѣтъ остатокъ непогашеннаго долга будетъ $662.664.300-78.686.800=583.977.500$. Этотъ остатокъ со сложными 4% за 9 лѣтъ третьяго періода составитъ $583.977.500(1{,}04)^9=$ $=831.181.900$; ежесрочная-же сумма третьяго періода даетъ для интересовъ и погашенія $36.300.534\omega_{9(4)}=384.161.100$ р., поэтому непогашенный остатокъ капитала въ концѣ третьяго періода будетъ $831\,181.900-384.161.100=447.020.800$ р. Въ четвертомъ періодѣ этотъ остатокъ со сложными на него процентами составитъ 744.322.600; ежесрочная же сумма этого періода даетъ $30.617.394\omega_{13(4)}=$ $=509.070\,300$ и потому остатокъ непогашеннаго долга будетъ уже лишь 235.252.300 р. Наконецъ, въ пятомъ періодѣ этотъ остатокъ со сложными 4%

составитъ 376.646.500 р., а ежесрочная сумма дастъ $21.872.772\omega_{12(4)}$=373.733.400 и поэтому остатокъ непогашеннаго долга уменьшится до 2.913.100 р. Этотъ результатъ будетъ достигнутъ въ 49 лѣтъ первыхъ пяти періодовъ (13+2+9+13+12) и поэтому въ 50-мъ году потребуется уже лишь 4% на указанный остатокъ въ 2.913.100 рублей или 116.524 р. и для его погашенія 2.913.100 р., а всего 3.029.624 р. и тогда весь долгъ, заключенный для конверсій, уже будетъ погашенъ. А между тѣмъ, взглянувъ на таблицу (стр. 305) исходныхъ основаній этихъ вычисленій, мы видимъ, что съ 50-го года (или съ 1940 г.) по старымъ займамъ еще впродолженіи 13 лѣтъ приходится расходовать ежегодно по 22.389.475 р. или въ 13 лѣтъ всего 291.063.175, то есть, противъ 3.029.624 р., которые только и нужны для новыхъ 4%-ныхъ займовъ, больше на 288.033.551 р. И это еще не все. Изъ той-же таблицы видно, что (тогда какъ новые займы уже погашены и даютъ эту экономію) старые займы еще 14 лѣтъ продолжаютъ требовать расходовъ всего на 96.246.845 руб. (18.474.179+14.583.369+9.719.749+53.469.548). Слѣдовательно, всего при уплатѣ по новымъ займамъ интересовъ и погашенія изъ тѣхъ-же ежесрочныхъ суммъ, изъ коихъ эти уплаты производились-бы для старыхъ займовъ, новые займы требовали-бы меньше 384.280.396 (=288.033.551+96.246.845), наличная стоимость коихъ 1 января 1890 г. и составляетъ 40.158.446 рублей, если стоимость опредѣляется изъ 4% за наличный капиталъ.

Изъ этого изложенія видно троякое. Во-первыхъ, мы видимъ, что располагая тѣми-же средствами для интересовъ и погашенія по 4%-нымъ займамъ, которые имѣлись для расходовъ по старымъ 5%-нымъ займамъ, должникъ новые 4%-ные займы въ состояніи погасить уже въ 49 лѣтъ съ небольшимъ, тогда какъ по старымъ займамъ онъ еще 27 лѣтъ послѣ этого долженъ продолжать свои расходы: что и вполнѣ естественно, ибо при производствѣ расходовъ изъ одного и того-же источника, очевидно, легче и скорѣе можно погасить дешевый заемъ, чѣмъ болѣе дорогой заемъ, а думать противуположное значитъ идти противъ самой простой логики и очевидности. Во-вторыхъ, обнаруживаемая вычисленіемъ экономія не есть нѣчто отвлеченное, а напротивъ, нѣчто весьма реальное, составляющее необходимое послѣдствіе удешевленія капиталовъ, котораго добился заемщикъ. И въ третьихъ становится яснымъ, въ чемъ заключалась ошибочность пути, который приводилъ противниковъ операцій къ ихъ заключенію объ убыточности операцій. Ошибка ихъ заключалась въ допущеніи ими для старыхъ займовъ, что у должника для ежегодныхъ расходовъ имѣются болѣе значительныя ежесрочныя суммы и что должникъ менѣе продолжительное время нуждается въ занятомъ капиталѣ,—тогда какъ для новыхъ займовъ допускалось противуположное: что для ежегодныхъ по нимъ расходовъ должникъ располагаетъ менѣе значительными ежесрочными средствами и болѣе продолжительное время нуждается въ занятомъ капиталѣ. Естественно, конечно, что когда противопоставляются два должника, находящіеся въ противуположномъ положеніи, одинъ болѣе богатый, другой болѣе бѣдный, то конечно должникъ, болѣе продолжительное время нуждающійся въ занятомъ капиталѣ и менѣе могущій расходовать на погашеніе этого капитала, за болѣе продолжительное пользованіе этимъ капиталомъ долженъ и больше израсходоваться. Но очевидно, что въ нашемъ случаѣ подлежащія сравненію два возможныхъ положенія должника (при конверсіи и безъ нея) прямо противуположнаго свойства:

должникъ богаче, когда онъ можетъ занимать изъ 4%, а не изъ 5%, когда онъ можетъ получать въ свое распоряженіе занятый капиталъ на болѣе продолжительное время, а не на менѣе продолжительное время. Очевидно, необходимо сначала совершенно неправильно подобрать и расположить посылки, чтобъ онѣ привели къ расматриваемому неправильному заключенію. То есть: положеніе должника при 4%-ныхъ займахъ на болѣе продолжительный срокъ необходимо представить, какъ проистекающее не отъ болѣе благопріятнаго, а отъ менѣе благопріятнаго его положенія, тогда какъ положеніе должника при 5%-ныхъ займахъ и ихъ первоначальныхъ срокахъ необходимо представить, какъ болѣе благопріятное, при которомъ никакой нѣтъ необходимости ни въ уменьшеніи расходовъ на платежи по его долгамъ, ни въ удлиненіи сроковъ этихъ займовъ (въ болѣе продолжительномъ пользованіи занятымъ капиталомъ). Само собою очевидно, однако, что когда правильно хотятъ судить о значеніи двухъ различныхъ займовъ, то нужно производить сравненіе, исходя изъ одного и того-же положенія должника, изъ однихъ и тѣхъ-же его средствъ. Иначе подъ видомъ сравненія мы будемъ заниматься тѣмъ, что совсѣмъ не составляетъ сравненія, а составляетъ лишь игру произвольно подобранными данными. Для того, чтобъ сравненіе было толковое, мы должны взять должника по отношенію къ сравниваемымъ займамъ въ одинаковомъ положеніи: или одинаково болѣе богатымъ, могущимъ на нихъ расходовать болѣе значительныя ежесрочныя суммы, или одинаково менѣе богатымъ и долженствующимъ расходовать менѣе *на оба* сравниваемые займа. Въ томъ и другомъ случаѣ тогда простая логика, даже безъ всякихъ вычисленій, подскажетъ, что дешевый заемъ выгоднѣе дорогого. Для того, чтобы не приходить къ абсурдному противуположному заключенію, не нужно лишь взять точкою отправленія абсурдную-же посылку, что когда должникъ въ состояніи заключать займы на болѣе льготныхъ, чѣмъ прежде, условіяхъ, то это означаетъ, что его положеніе ухудшилось; напротивъ, это означаетъ, что его положеніе улучшилось относительно условій заключаемыхъ займовъ, о чемъ только и можетъ въ данномъ случаѣ идти рѣчь.

Въ предъидущемъ изложеніи мы упускали изъ виду ошибку, которую одинаково дѣлали и противники, и защитники операцій 1888—1890 годовъ, допуская, что сама по себѣ расрочка займовъ, удлиняя срокъ займовъ, необходимо ведетъ за собою и увеличеніе расходовъ по займамъ въ теченіи болѣе продолжительныхъ новыхъ сроковъ. Это совершенно ошибочное представленіе о существѣ расрочки. Расрочка даетъ только право, но не обязанность, болѣе продолжительное время пользоваться занятымъ капиталомъ. Она даетъ льготу, облегченіе тягости, но не увеличеніе ея. И эту льготу расрочка, конечно, даетъ лишь на случай нужды въ ней. Если она окажется ненужною, то вреда она во всякомъ случаѣ не принесетъ, потому что ею не будутъ пользоваться и все останется по старому, безъ перемѣны. Если-же она окажется нужною и занятымъ капиталомъ нужно будетъ пользоваться болѣе продолжительное время, то благодаря расрочкѣ окажется возможнымъ удовлетворить этой потребности. Расрочка даетъ право уменьшить расходы на погашеніе, если они непосильны, но она оставляетъ за должникомъ право производить эти расходы въ прежнемъ болѣе значительномъ размѣрѣ, если на то онъ имѣетъ средства. Поэтому она во всякомъ случаѣ полезна, на какой-бы срокъ она ни дѣлалась, на новые 81 годъ, или 581 годъ, или на 1581 годъ, или на

вѣки. Напримѣръ, по старымъ (конвертированнымъ до лѣта 1890 г.) займамъ при первоначальныхъ ихъ срокахъ годовой расходъ на интересы и погашеніе составлялъ 39.868.360 рублей. Еслибъ даже никакой конверсіи съ попиженіемъ роста по займамъ не было и тѣже займы просто были-бы расрочены на 81 годъ и оставались-бы 5% ными, то отъ умепьшенія тягости погашенія ежегодный расходъ по нимъ составлялъ-бы лишь 34.946.615 рублей, то есть, умепьшился-бы на ежегодные 4.921.745 рублей, которыми вольно было бы должнику пользоваться, или не пользоваться, смотря по его средствамъ и положенію. И конечно еслибъ средства и положеніе должника оказались такими, при которыхъ всякая экономія имѣетъ большую цѣну, то и ежегодная экономія въ размѣрѣ 4.921.745 рублей оказалась-бы очень умѣстною.

284. Какое значеніе имѣютъ расматриваемаго рода льготы въ условіяхъ жизни русскаго народнаго хозяйства, видно, между прочимъ, по слѣдующему обстоятельству. Выше (§ 213, стр. 218 — 9), по поводу ипотечныхъ ссудъ, говоря о сверхсрочномъ погашеніи, мы его брали въ его буквальномъ или прямомъ и первоначальномъ смыслѣ, въ которомъ оно представляетъ способъ ускорить погашеніе, слѣдовательно — сократить срокъ займа. Но для этого сверхсрочное погашеніе ничего не должно измѣнять въ первопачальныхъ условіяхъ займа, то есть (главнымъ образомъ) ежесрочный по ссудѣ платежъ долженъ оставаться тотъ-же, что и прежде. Въ нашей отечественной ипотечной практикѣ, однако, сверхсрочное погашеніе понимается иначе. А именно, по утвердившейся у насъ практикѣ всякое сверхсрочное погашеніе ипотечной ссуды ведетъ за собою уменьшеніе не ея срока, а ежесрочной по ней уплаты. Или иначе: всякое сверхсрочное погашеніе ипотечной ссуды ведетъ за собою пересрочку ея или удлиненіе ея срока на ту часть, на которую срокъ уменьшился отъ сверхсрочнаго погашенія. И также у насъ правительство, какъ при старыхъ ипотечныхъ государственно-кредитныхъ установленіяхъ (Засмномъ Банкѣ, Сохранныхъ Казпахъ и Приказахъ), такъ и при новыхъ, всякое предоставленіе льготъ заемщикамъ соединяло съ пересрочкою ссудъ. И это совершенно естественно: разъ заемщику открывается путь къ льготѣ, ему нужно дать и время ею пользоваться, если онъ въ ней нуждается. Принуждать-же къ пользованію предоставляемыми льготами никто не имѣетъ намѣренія, и оттого при ипотечныхъ ссудахъ никогда не возникало абсурднаго спора, полезны-ли, или вредны расрочки. Само собою очевидно было, что кто въ нихъ нуждается, тому не до подобныхъ споровъ.

285. Конверсіи и расрочки представляютъ тѣ два вида операцій по превращенію однихъ займовъ въ другіе, которыя производятся для уменьшенія соединенныхъ съ займами тягостей по уплатѣ интересовъ и погашенія. Независимо отъ нихъ существуютъ еще, какъ упомянуто выше отчасти, другія операціи по превращенію однихъ займовъ въ другіе для другихъ цѣлей: консолидаціи для объединенія (напримѣръ, обширныя операціи 1751 г. канцлера казначейства Пэльгэма, создавшаго англійскіе «консоли»), консолидаціи неотпержденныхъ долговъ, соединеніе и раздробленіе займовъ и т. д. Большею частью эти операціи вызываютъ вычисленія паритетныхъ или равнозначущихъ условій (сроковъ, курсовъ, капиталовъ, ежесрочныхъ уплатъ и т. д.). Никакихъ особыхъ основаній для этого рода вычисленій не существуетъ; хотя задачи бываютъ иногда очень сложныя, но

опредѣленіе, какъ къ нимъ примѣняются общія основанія и на какихъ именно основаніяхъ онѣ рѣшаются въ данномъ случаѣ, зависитъ лишь отъ находчивости и навыка.

286. Въ заключеніе упомянемъ еще о своеобразной операціи превращенія однихъ долговъ въ другіе, съ помощью которой въ Англіи правительство съ начала 1860-хъ годовъ уменьшаетъ государственный долгъ. Основанія этой операціи нами выше изложены (§ 112, стр. 93—94). Къ сказанному прибавимъ лишь, что превращая безсрочную ренту въ «срочные аннюитеты», англійское правительство для предосторожности оставляетъ за собою право замедлять погашеніе и временно уменьшать расходы на него (чѣмъ нынѣшній канцлеръ казначейства, г. Гошенъ, два раза пользовался). Основанія для вычисленій по этой операціи слѣдующія. Если мы означимъ чрезъ K нарицательный капиталъ безсрочной ренты, превращаемой въ срочный аннюитетъ, чрезъ t нарицательный ростъ ея и чрезъ A ежесрочную сумму для интересовъ въ размѣрѣ $t^0/_0$ и для погашенія капитала K въ n единицъ времени, то очевидно $A = \frac{K}{\varphi_{n(t)}}$, $K = A\varphi_{n(t)}$, а срокъ опредѣлится изъ равенства

$$n = \frac{\log A - \log(A - Kt)}{\log(1+t)},$$

при чемъ $A - Kt$ означаетъ, очевидно, часть A, служащую для погашенія, или

$$A - Kt = \frac{A}{(1+t)^n} = \frac{K}{(1+t)^n \varphi_{n(t)}} = \frac{K}{\omega_{n(t)}}.$$

По этимъ формуламъ легко опредѣлить: 1) какой нарицательный капиталъ (K) и какая соотвѣтственно уплачиваемая по нему ежесрочная сумма (Kt) могутъ быть списаны съ безсрочнаго государственнаго долга, если извѣстную ежесрочную A предполагаютъ расходовать въ продолженіи извѣстнаго срока; 2) какая ежесрочная сумма (A) необходима для того, чтобъ расходованіемъ ея въ продолженіи извѣстныхъ n единицъ времени безсрочный долгъ могъ уменьшиться на нарицательный капиталъ K и соотвѣтствующую ему ренту Kt; 3) въ какой срокъ можно расходованіемъ извѣстной ежесрочной суммы A уменьшить безсрочный государственный долгъ на нарицательный капиталъ K и соотвѣтствующую ему вѣчную ренту Kt и наконецъ, 4) какой новый расходъ нужно прибавить къ уплачивавшейся безсрочной рентѣ Kt, чтобъ составилась ежесрочная сумма A для интересовъ и погашенія капитала K.—Если-же приходится имѣть въ виду рыночную (биржевую) или иную стоимость безсрочной ренты Kt (то есть не ея нарицательную стоимость K, а какую-либо другую C, соотвѣтствующую не нарицательному росту самой ренты, а иному росту на капиталъ въ $r^0/_0$), или если погашеніе должно наростать, изъ иного роста, чѣмъ нарицательный ростъ, то вычисленія дѣлаются съ помощью формулъ, выведенныхъ нами въ главѣ о погасительныхъ планахъ, въ §§ 195, 196, 197 и 199 (стр. 195—198).

Прибавленіе.

1. Почему при всякихъ долгосрочныхъ операціяхъ (въ томъ числѣ займовыхъ) вычисленія производятся на основаніи сложныхъ процентовъ, а не простыхъ?

Незнакомство съ основаніями расчетовъ по публичнымъ долгамъ, столь сильно обнаружившееся въ томъ, что лѣтомъ 189⁰ г. у насъ писали по поводу осуществлявшихся тогда конверсій, доходило даже до возраженія противъ примѣненія къ означеннымъ расчетамъ сложныхъ процентовъ. Возраженіе заключалось въ ссылкѣ на то, что въ дѣйствительности никто ни съ кого не взимаетъ сложныхъ процентовъ и если не совсѣмъ никогда, то почти никогда, ни у кого не происходитъ увеличенія капитала отъ наростанія сложными процентами. Такимъ образомъ по существу возраженіе сводилось къ отрицанію правильности наиважнѣйшаго изъ основаній, на которыхъ строятся расчеты по публичнымъ долгамъ. Неправильность этого возраженія, однако, заключалась въ обнаруживавшемся въ немъ незнаніи, почему расчеты по долгосрочнымъ займамъ дѣлаются по сложнымъ, а не простымъ процентамъ? Незнаніе это—одинъ изъ самыхъ наглядныхъ примѣровъ, показывающихъ, какъ далеко заходитъ не только масса людей, когда-то учившихся ариѳметикѣ и алгебрѣ, растерявая даже самыя элементарныя свѣдѣнія изъ этихъ наукъ, но нерѣдко и ученые люди, которые по существу своей спеціальности должны болѣе бережно относиться и къ своимъ математическимъ познаніямъ.

Причина, по которой къ расчетамъ по долгосрочнымъ займамъ (какъ и къ страховымъ и инымъ долгосрочнымъ операціямъ) примѣняются не простые, а сложные проценты, *не имѣетъ никакого отношенія* къ тому, взимаетъ-ли заимодавецъ съ заемщика такіе или иные проценты и происходитъ-ли у кого-нибудь увеличеніе капитала отъ наростанія сложными процентами. Означенная причина заключается единственно въ томъ, что расчеты по долгосрочнымъ займамъ *были-бы неправильны*, нелогичны и противурѣчивы, еслибъ они производились-бы на основаніи простыхъ процентовъ; правильность-же и *совершенная точность расчета* требуютъ производства его на началахъ сложныхъ процентовъ. Заслуга разъясненія этой истины принадлежитъ Лейбницу и именно ея-то выраженіе было началомъ научной теоріи сложныхъ процентовъ, впервые изложенной въ указанной уже выше монографіи Лейбница, напечатанной въ Acta eruditorum въ 1683 году.

Если всякая единица капитала въ каждую единицу времени наростаетъ сложными t процентами, то въ n единицъ времени она превращается въ $(1+t)^n$, въ томъ числѣ нарослихъ процентовъ будетъ $(1+t)^n-1$; а между тѣмъ мы знаемъ, что по долгу на капиталъ, равный единицѣ денежной стоимости (рублю, франку), заключенному на n единицъ времени изъ $t^0/_0$, расходъ на уплату интересовъ за всѣ n единицъ времени составитъ $n \cdot \frac{1}{\varphi_{n;(t)}} - 1 = \frac{nt(1+t)^n}{(1+t)^n-1} - 1$. Слѣдовательно, разность между обѣими суммами будетъ $(1+t)^n - 1 - n\frac{1}{\varphi_{n(t)}} + 1 = (1+t)^n - \frac{n}{\varphi_{n(t)}} =$

$= (1+t)^n - \frac{nt(1+t)^n}{(1+t)^n-1}$. Напримѣръ, на единицу капитала въ 40 лѣтъ изъ $4^0/_0$ наростаетъ сложныхъ процентовъ $(1{,}04)^{40} - 1 = 3$ р. 80,102063 коп.; по $4^0/_0$-ному же долгу, заключенному на 40 лѣтъ, за всѣ эти 40 лѣтъ расходъ на уплату интере-

совъ составитъ на каждый рубль долга лишь $\frac{40 \times 0.04 \times (1,04)^{40}}{(1,04)^{40}-1} - 1 = 1$ р. 02,093960 к.,

или менѣе, чѣмъ наростаетъ сложныхъ процентовъ, на 2 р. 78.008103 к. Очевидно, что расчетъ на основаніи сложныхъ процентовъ совсѣмъ не тождественъ со взиманіемъ сложныхъ процентовъ или съ наростаніемъ сложными процентами капитала, кому-бы то ни было принадлежащаго. Именно для того, чтобъ простые проценты взимались въ размѣрѣ, правильно соображенномъ, расчетъ долженъ производиться на началѣ сложныхъ процентовъ.

Наипростѣйшее и наиважнѣйшее изъ всѣхъ вычисленій по публичнымъ долгамъ имѣетъ предметомъ опредѣленіе наличной (капитализованной или учтенной) стоимости ежесрочныхъ уплатъ, производимыхъ должникомъ. Въ совершенной точности опредѣленія этой стоимости прежде всего заинтересованъ должникъ, потому что иначе бремя его платежей по долгу не соразмѣрилось-бы съ самимъ долгомъ. Но эту то совершенную точность исчисленіе стоимости уплатъ должника имѣетъ только при производствѣ его на основаніи сложныхъ процентовъ; иначе говоря: только сложные проценты устраняютъ обсчитываніе одною стороною другой. Для доказательства этой истины Лейбницъ написалъ свое изслѣдованіе объ interusurium'ѣ, то есть, объ учетѣ, правильно исчисленномъ, при опредѣленіи наличной стоимости всякихъ уплатъ.

Чтобъ найти общее выраженіе для учета (дисконта или interusurium'а) и показать, что по правильному пути ведетъ только вычисленіе на основаніи сложныхъ процентовъ, — означимъ чрезъ P нынѣшнюю или наличную стоимость (la valeur actuelle, the present value, der Jetztwerth, Baarwerth) капитала M, подлежащаго возврату чрезъ n лѣтъ, за который ежегодно уплачивается $t^0/_0$, и потому ежегодно на проценты расходуется Mt. Если расчетъ дѣлается изъ сложныхъ процентовъ, то, какъ мы знаемъ, $P(1+t)^n = M$ или $P = \frac{M}{(1+t)^n}$; поэтому выраженіе учета или interusurium'а, то есть дисконта, которому подвергается подлежащій возврату въ будущемъ капиталъ M, для уравненія его въ стоимости съ наличнымъ капиталомъ P составитъ (означимъ его чрезъ D):

$$D = M - P = M - \frac{M}{(1+t)^n} = \frac{M(1+t)^n - M}{(1+t)^n} = \frac{M}{(1+t)^n}[(1+t)^n - 1] = \frac{Mt[(1+t)^n - 1]}{t(1+t)^n}.$$

Выраженіе это означаетъ, что для уравненія въ стоимости наличнаго капитала P и будущаго капитала M, который чрезъ n единицъ времени образуется изъ капитала P отъ наростанія его $t^0/_0$-ми необходимо изъ суммы M вычесть наличную стоимость начисляемыхъ на нее процентовъ. А правильно-ли или неправильно происходило это начисленіе процентовъ, должно явствовать изъ повѣрки, которую легко сдѣлать. А именно, если начисленіе производилось правильно, то наличная стоимость начисленныхъ въ каждомъ году процентовъ, опредѣленная самостоятельно и независимо отъ означеннаго выраженія D, должна составить ровно столько-же, сколько составляетъ это выраженіе. Сдѣлаемъ-же эту повѣрку и посмотримъ, сколько составляетъ наличная стоимость суммъ въ размѣрѣ Mt, расходуемыхъ ежегодно на уплату процентовъ. Эту наличную стоимость легко опредѣлить, если въ общей формулѣ $P = \frac{M}{(1+t)^n}$ мы поставимъ x (искомую наличную стоимость) вмѣсто P, а вмѣсто M поставимъ Mt; вмѣсто-же n (срока займа) возьмемъ q, считая по очереди, что q составляетъ сначала 1, потомъ 2, потомъ 3 и т. д. до n, смотря по тому, къ какому году относятся проценты, наличная стоимость коихъ приводится въ извѣстность. Если $q = 1$, то $x = \frac{Mt}{1+t}$ и это будетъ наличная стоимость процентовъ за первый годъ. Когда $q = 2$, то $x = \frac{Mt}{(1+t)^2}$ и это наличная стоимость процентовъ за второй годъ. Когда

$q = 3$, то $x = \frac{Mt}{(1+t)^3}$ и это наличная стоимость процентовъ за третій годъ; и т. д. Наконецъ, когда $q = n$, то $x = \frac{Mt}{(1+t)^n}$ и это наличная стоимость процентовъ за послѣдній годъ. Сложимъ теперь полученныя выраженія наличной стоимости процентовъ за всѣ годы и посмотримъ, сколько они составляютъ всѣ вмѣстѣ:

$$\frac{Mt}{(1+t)} + \frac{Mt}{(1+t)^2} + \frac{Mt}{(1+t)^3} + \cdots\cdots + \frac{Mt}{(1+t)^n} = Mt\left(\frac{1}{1+t} + \frac{1}{(1+t)^2} + \frac{1}{(1+t)^3} + \cdots\right.$$

$$\left.\cdots\cdots + \frac{1}{(1+t)^n}\right) = Mt\,\frac{1 - \frac{1}{(1+t)^n}}{(1+t) - 1} = \frac{Mt\,[(1+t)^n - 1]}{t(1+t)^n} = \frac{M}{(1+t)^n}\,[(1+t)^n - 1].$$

Такимъ образомъ итогъ получается въ томъ именно видѣ, въ какомъ выше получалось выраженіе D или учета: оба выраженія тождественны и повѣрка дала именно то, что требовалось.

Посмотримъ теперь, что дастъ вычисленіе на основаніи простыхъ процентовъ и къ чему приводитъ его повѣрка. При простыхъ процентахъ на каждую единицу капитала въ одну единицу времени наростаетъ $t\%$, а въ n единицъ времени наростаетъ nt или 1 (единица) превращается въ $1 + nt$, а P наличныхъ единицъ капитала наростутъ до $P(1 + nt) = M$, поэтому $P = \frac{M}{1+nt}$ и отсюда выраженіе учета или дисконта D' будетъ:

$$D' = M - P = M - \frac{M}{1+nt} = \frac{M + nMt - M}{1+nt} = \frac{nMt}{1+nt}.$$

Повѣримъ и это выраженіе опредѣленіемъ наличной стоимости уплачиваемыхъ въ каждомъ году процентовъ. Для этого намъ необходимо вмѣсто $P = \frac{M}{1+nt}$ взять $x = \frac{Mt}{1+qt}$ и полагая $q = 1$, потомъ $q = 2$, $q = 3$ и т. д. до $q = n$, мы получимъ искомыя выраженія x въ видѣ n дробей, которыя для сложенія ихъ представляются такъ: $Mt\left(\frac{1}{1+t} + \frac{1}{1+2t} + \frac{1}{1+3t} + \cdots + \frac{1}{1+nt}\right)$. Для того, чтобъ повѣрка «вышла», или доказала правильность повѣряемаго, необходимо, чтобъ $\frac{nMt}{1+nt}$ равнялись итогу только что выведенныхъ n дробей, выражающихъ наличную стоимость процентовъ; или чтобъ $\frac{n}{1+nt}$ составляло столько же, сколько составляетъ итогъ n дробей $\frac{1}{1+t} + \frac{1}{1+2t} + \frac{1}{1+3t} + \cdots + \frac{1}{1+nt}$, а это, очевидно, непозможно, потому что $\frac{1}{1+t} > \frac{1}{1+2t} > \frac{1}{1+3t} > \cdots > \frac{1}{1+nt}$. Или другими словами $\frac{1}{1+t} + \frac{1}{1+2t} + \frac{1}{1+3t} + \cdots + \frac{1}{1+nt} > \frac{n}{1+nt}$. Отсюда явствуетъ, что начисленіе процентовъ было неточное, а оттого и построенное на этомъ основаніи выраженіе учета или наличной стоимости уплатъ должника тоже неправильно.

Въ одной старинной ариѳметикѣ *) на слѣдующемъ примѣрѣ показывается, къ какимъ противурѣчивымъ заключеніямъ ведетъ вычисленіе по простымъ процентамъ, въ противуположность согласнымъ заключеніямъ, которыя дастъ вычисленіе по сложнымъ процентамъ. Продается нѣкое имѣніе и изъ трехъ покупщиковъ А предлагаетъ 18.300 рублей наличными, В предлагаетъ наличными 4.000 рублей и ежегодно по 4.000 рублей впродолженіи 4 лѣтъ, а В предлагаетъ наличными 3.000 руб. и ежегодно по 3.000 рублей впродолженіи 6 лѣтъ. Спрашивается, какое предложеніе выгоднѣе, считая 5% на капиталъ? Опредѣливъ наличную стоимость каждаго изъ предложеній, мы найдемъ, что при расчетѣ на

*) Demonstrative Rechenkunst, von C. v. Clausberg, 3. Aufl., Leipzig 1762, 3. Theil § 1274.

основаніи сложныхъ процентовъ предложеніе А имѣетъ стоимость 18.300 рублей, предложеніе Б имѣетъ стоимость $4.000 + 4.500\,\frac{(1,05)^4 - 1}{0,05 \times (1,05)^4} = 18.183$ р. 80 коп. и наконецъ предложеніе В имѣетъ стоимость $3.000 + 3.000\,\frac{(1,05)^6 - 1}{0,05 \times (1,05)^6} = 18.227$ р. 08 к.; слѣдовательно, наиболѣе выгодно предложеніе А (18.300 р.), за нимъ слѣдуетъ предложеніе В (18.227 рублей 08 коп.) и наименѣе выгодно предложеніе Б (18.183 р. 80 коп.). Если мы пожелаемъ на основаніи сложныхъ-же процентовъ повѣрить это заключеніе, то мы вычислимъ, во что превращаются предлагаемыя каждымъ изъ покупщиковъ суммы, если на нихъ начислять 5% съ момента поступленія каждой суммы къ продавцу имѣнія до послѣдняго момента, когда къ продавцу поступитъ послѣдняя (шестая) изъ предлагаемыхъ ему ежегодныхъ суммъ. Сумма, предлагаемая покупателемъ А, въ шесть лѣтъ наростетъ до $18.300(1,05)^6 = 24\,523$ р. 75 к.; суммы покупателя Б наростутъ до $4.000(1,05)^6 + 4.000(1,05)^5 + 4.000(1,05)^4 + 4.000(1,05)^3 + 4.000(1,05)^2 = 24.368$ р. 03 к.; сумма-же, предлагаемая покупателемъ В, наростетъ до $3.000\,(1,05)^6 + 3.000\,\frac{(1,05)^6 - 1}{0,05} = 24.426$ р. 02 к. То есть: и повѣрочный расчетъ обнаружитъ, что всего выгоднѣе предложеніе покупщика А, за нимъ по выгодности слѣдуетъ предложеніе покупщика В, а наименѣе выгодно предложеніе покупщика Б. И если мы пожелаемъ вдаться въ болѣе подробные расчеты, то найдемъ еще большее, совершенно полное (копѣйка въ копѣйку) соотвѣтствіе между первымъ расчетомъ и вторымъ (повѣрочнымъ). Посмотримъ, къ чему приводитъ расчетъ на основаніи простыхъ процентовъ. Для этого сначала вычислимъ наличную стоимость всѣхъ трехъ предложеній. Стоимость предложенія А выражается суммою 18.300 рублей. Стоимость предложенія Б будетъ $4.000 + \frac{4.000}{1,05} + \frac{4.000}{1,10} + \frac{4.000}{1,15} + \frac{4.000}{1,20} = 18.257$ р. 48 коп. Стоимость-же предложенія В будетъ $3.000 + \frac{3.000}{1,05} + \frac{3.000}{1,10} + \frac{3.000}{1,15} + \frac{3.000}{1,20} + \frac{3.000}{1,25} + \frac{3.000}{1,30} = 18.400$ р. 80 коп. Такимъ образомъ расчетъ на основаніи простыхъ процентовъ приводитъ къ совершенно новому заключенію, что всего выгоднѣе предложеніе В, за нимъ слѣдуетъ предложеніе А, а наименѣе выгодно предложеніе Б. И если мы сдѣлаемъ повѣрку посредствомъ расчета, во что наростаютъ предлагаемыя продавцу суммы отъ момента ихъ поступленія къ продавцу до одного общаго для всѣхъ момента (конца 6 года), то окажется, что сумма, которую предлагаетъ А, съ простыми 5% наростаетъ до 23.790 рублей; суммы, которыя Б предлагаетъ, съ простыми 5% наростаютъ до 24 000 р., а суммы, которыя предлагаетъ В, съ простыми 5% наростаютъ до 24.150 рублей; слѣдовательно, хотя предложеніе В остается наиболѣе выгоднымъ, но слѣдующее за нимъ мѣсто занимаетъ уже предложеніе Б, а наименѣе выгодно предложеніе А. И само собою разумѣется, что при такомъ разногласіи перваго и второго (повѣрочнаго) расчета, о какомъ либо соотвѣтствіи между ними и рѣчи быть не можетъ; напротивъ, они именно тѣмъ отличаются, что другъ другу соотвѣтствовать и другъ съ другомъ совпадать не въ состояніи, и оттого-то они даютъ спорчивые и противурѣчивые результаты.

Въ коммерческихъ дѣлахъ, въ которыхъ расчеты процентовъ производятся на сравнительно краткіе сроки (рѣдко достигающіе или превышающіе $1\frac{1}{2}$ года), неточность расчета отъ того выражается въ незначительныхъ неправильностяхъ и имъ не придаютъ существеннаго значенія, предпочитая расчеты простыхъ процентовъ, ради ихъ большей легкости и скорости. Въ долгосрочныхъ-же операціяхъ неправильности сказывались-бы слишкомъ чувствительнымъ образомъ и оттого расчеты на основаніи сложныхъ процентовъ дѣлаются неминуемою необходимостью.

2. Нѣсколько указаній по литературѣ предмета.

Извѣстно, что разработка политической арифметики, какъ спеціальной отрасли научнаго знанія (и какъ зарожденіе научной статистики) началась въ концѣ XVII в. въ Англіи. Менѣе общеизвѣстно, что при этомъ весьма существенное значеніе имѣли обстоятельства, касавшіяся новыхъ условій, въ которыя послѣ переворота 1688 г. въ Англіи было поставлено развитіе государственнаго долга, а также новыхъ формъ, въ которыхъ займы заключались особенно между воцареніемъ новой династіи и Утрехтскимъ миромъ (1688 — 1713). Новый государственный долгъ выросталъ очень быстро и такъ какъ это очень безпокоило умы, то на очереди стояли всякаго рода вопросы о томъ, въ какой мѣрѣ населеніе можетъ быть обременяемо налогами; для сужденія-же объ этомъ нужны были свѣдѣнія о населеніи и при отсутствіи прямыхъ источниковъ. это между прочимъ, подавало поводъ изыскивать способы косвеннаго исчисленія населенія разными политико-арифметическими пріемами. Съ другой стороны и формы, въ которыхъ заключались новые займы, также вели къ политико-арифметическимъ изысканіямъ. А именно, новые займы во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, когда они заключались на долгіе сроки, въ вышеуказанный промежутокъ времени заключались или въ видѣ «срочныхъ аннюитетовъ» на 99 лѣтъ, или въ видѣ продажи пожизненныхъ пенсій (тонтинъ), или наконецъ въ видѣ выигрышныхъ займовъ. Естественно, что это сообщило довольно сильный толчокъ возникновенію и развитію той вѣтви политической арифметики, которая касается публичныхъ долговъ. Важнѣйшія библіографическія данныя этого развитія сгруппированы въ нижеслѣдующемъ спискѣ.

Smart. Tables of interest, discount, annuities etc., Lond. 1726, даетъ численныя значенія $(1+T)^n$, $\frac{1}{(1+T)^n}$, $\omega = \frac{(1+T)^n - 1}{T}$, $\varphi = \frac{1}{T}\left(1 - \frac{1}{(1+T)^n}\right)$ и $\frac{1}{\varphi} = \frac{T(1+T)^n}{(1+T)^n - 1}$ для $T = 6$ до 10% чрезъ 1% и для $n = 1$ до 100 чрезъ $^1/_2$. Таблицы Смарта, послужившія основаніемъ всѣхъ потомъ издававшихся однородныхъ таблицъ, были въ 1809 году перепечатаны въ нижеуказанной книгѣ Бэйлэйя.

Simpson. Doctrine of annuities and reversions, Lond. 1742.

Price, R. Observations on reversionnary payements, annuities etc. 1-е изд. Lond. 1769, 7-е изд., Lond. 1812; послѣднее изданіе сдѣлалъ племянникъ Прейса, Морганъ, тоже извѣстный математикъ и актуарій, много писавшій по политической арифметикѣ въ примѣненіи къ статистикѣ смертности и страхованію.

Price, R. An appeal to the public on the subject of the public debt, Lond. 1774.

Price, R. The state of the public debt etc. Lond 1785.

Bayly. The doctrine of compound interest analitically investigated, Lond. 1808°. in 4.

Corbaux. Doctrine of compound interest, Lond. 1825, тоже съ многочисленными таблицами (сверхъ обычныхъ для численнаго значенія $(1+t)^n$, $\frac{1}{(1+t)^n}$, φ, ω, $\frac{1}{\varphi}$) для вычисленій по полугодіямъ и четвертямъ года.

Laurie. Tables of simple and compound interest, также съ данными для вычисленій по полугодіямъ и четвертямъ года.

Hardi. The doctrine of simple and compound interest, Lond. 1839.

Jones. On annuities and reversionnary payements, Lond. 1838—46.

Bailis. Arithmetic of annuities, Lond. 1844.

Thoman. Theory of compound interest and annuities, Lond. 1859, французскій пе-

реводъ par l'abbé Bouchard, съ предисловіемъ Бертрана. Содержитъ. многократно потомъ заимствовавшіяся и перепечатывавшіяся, составленныя Томаномъ таблицы $\log(1+T)^n$ и $\log\left(\frac{1}{\varphi}=\frac{T(1+T)^n}{(1+T)^n-1}\right)$, изъ коихъ легко получить не только $\log\frac{1}{(1+T)^n}$ и $\log\varphi$, но также и $\log\omega=$ $=\log\frac{(1+T)^n-1}{T}=\log(1+T)^n-\log\frac{1}{\varphi_n}$, а слѣдов. и $\log\left(\frac{1}{\omega}=\frac{T}{(1+T)^n-1}\right)$.

Книга Томана до сего времени остается наилучшею по ясности изложенія, но она весьма неполная.

Turnbull. Tables of compound interest and annuities, Lond. 1863.

Oakes. Loans payable by drawrings and debenture interest tables, Lond. 1870, состоитъ изъ таблицы роста реализаціи займовъ съ полугодовымъ нарицательнымъ ростомъ отъ $1^1/_2{}^0/_0$ до $4^1/_2{}^0/_0$ (чрезъ $^1/_2{}^0/_0$) при $n=1$ до 60 и при рыночной стоимости (курсахъ бумагъ) отъ 70 до 99 за 100.

Oakes. Tables of the present value of 1 L. per annum, Lond. 1877, съ множителями для опредѣленія роста реализаціи по наличной стоимости ежесрочной единицы и данному сроку.

Johnson. Investement tables for stocks and perpetual and terminable debentures. Lond. 1881, показываетъ дѣйствительный (реализаціонный) ростъ, приносимый процентными бумагами, дающими нарицательныхъ 4—6% (чрезъ $^1/_2{}^0/_0$), при биржевой стоимости отъ 65 до 160 за 100 при n до 46 и при $3^0/_0$ и $4^0/_0$ для погашенія разности между нарицательною и рыночною стоимостью.

Nash. The investors sinking fund and redemption tables, Lond. 1885, состоитъ изъ 58 таблицъ (каждая для отдѣльнаго срока погашенія отъ 2 до 60 лѣтъ), показывающихъ дѣйствительный (реализаціонный) ростъ, приносимый процентными бумагами при нарицательномъ ростѣ въ $2^1/_2{}^0/_0$ — $5^1/_2{}^0/_0$ (чрезъ $^1/_2{}^0/_0$) и 6 — $8^0/_0$ (чрезъ $1^0/_0$), при рыночной стоимости отъ 50 до 150 за 100 и при $5^0/_0$ роста для погашенія разности между нарицательною и рыночною стоимостью.

Сверхъ перечисленныхъ книгъ англійская литература обладаетъ обильнымъ источникомъ многихъ очень цѣнныхъ монографическихъ изслѣдованій, производившихся англійскими актуаріями (вычислителями-спеціалистами) и печатавшихся въ журналѣ, которое издаетъ ихъ общество подъ названіемъ Journal of the Institute of Actuaries. Въ Соединенныхъ Штатахъ для трудовъ актуаріевъ тоже имѣется особое періодическое изданіе: Transactions of the Actuarial society of America. Наконецъ, къ литературѣ нашего предмета нерѣдко относятся нѣкоторыя части сочиненій, посвященныхъ политической арифметикѣ страхованій. Таковыхъ сочиненій въ Англіи написано больше, чѣмъ гдѣ-либо.

Далеко не богатствомъ отличается литература нашего предмета на континентѣ Европы, гдѣ и самостоятельныхъ изслѣдователей его еще было весьма немного, а какіе были изслѣдователи далеко не принадлежатъ къ первокласснымъ. Большею частью континентально-европейскія сочиненія представляютъ собою компиляціи англійскихъ книгъ. Важнѣйшія изъ нихъ, написанныя по французски и по нѣмецки, сгруппированы въ слѣдующемъ спискѣ.

Deparcieux. Essai de la probabilité de la durée de la vie humaine, Paris, 1746, содержитъ первыя напечатанныя во Франціи очень краткія вспомогательныя данныя для вычисленія сложныхъ процентовъ.

Duvillard. Recherches sur les rentes, Paris, 1787.

Grémilliet. Nouvelle théorie du calcul des intérêts simples et composés, des annuités et des rentes, Paris, 1823, потомъ 1846, первое французское полное собраніе вспомогательныхъ таблицъ для вычисленій сложныхъ процентовъ.

Violeine. Nouvelles tables pour le calcul d'intérêts simples et composés, d'amortissements, d'annuités, des primes etc., à Vaugirard, 1854 (новѣйшее измѣненное (не всегда къ лучшему) изд., Paris, 1882), были прежде наиболѣе распространенными въ континентальной Европѣ таблицами, представляя довольно полное собраніе численныхъ значеній $(1+t)^n$, ω_n и $\frac{1}{\varphi_n}$ для многихъ T и n до 100 и нѣкоторыя дополнительныя таблицы, въ томъ числѣ для немногихъ T численныя значенія φ и $\frac{1}{(1+T)^n}$, а въ новѣйшемъ изданіи для нѣкоторыхъ T таблицы увеличены сроками до $n = 200$.

Pereire. Tables d'intérêts composés etc., Paris, 1873, новѣйшее изд. Paris 1882, тоже нынѣ весьма распространенныя таблицы, дающія и болѣе, чѣмъ Віоленовскія, полное собраніе численныхъ значеній φ *).

Vintéjoux et Reinach. Formules et tables d'intérêts composés et d'annuités, Paris. 1874, очень полныя французскія таблицы, но мало распространенныя, для многихъ T даютъ численныя значенія вспомогательныхъ множителей при n до 300.

Charlon. Traité mathematique des operations financières, Paris, 1878, съ перепечаткою таблицъ Томана и съ курсами 3%-ныхъ французскихъ облигацій въ 500 франк. нариц., при полугодовой уплатѣ процентовъ и годовомъ погашеніи и при полугодовомъ ростѣ на наличный капиталъ въ $2^5/_{16}$—$2^5/_8$% (чрезъ $^1/_2$%).

Cugnin. Theorie et pratique de l'intérêts et de l'amortissement, Paris. 18[illegible].

Marie, L. Traité mathematique et pratique des operations financières, Paris, 1890.

Florentcourt. Abhandlungen aus der juristischen und politischen Rechnungskunst, Altenburg, 1781.

Lang. Ueber politische Arithmetik, Charkoff, 1816.

Brune. Darstellung der einfachen und zusammengesetzten Zinsrechnung, Lemgo, 1813.

Grunert. Politische Arithmetik. Leipzig, 1841.

Ritter. Zuverlässige Tafeln der zusammengesetzten Zins-Zeitrenten und Leibrentenrechnung, Stuttgart, 1848. Первыя нѣмецкія полныя вспомогательныя таблицы.

Spitzer. Tabellen für die Zinses-Zinsen und Renten-Rechnung, 3 Aufl. Wien, 1886, первоначально составлены на основаніи Віолена и Риттера, но съ значительными дополненіями, нынѣ наилучшія изъ континентально-европейскихъ таблицъ, даютъ численное значеніе $(1+T)^n$, $\frac{1}{(1+T)^n}$, ω_n, φ_n и $\frac{1}{\varphi_n}$ для наибольшаго числа разныхъ T, въ томъ числѣ и такихъ, которые эквивалентны 0% или росту, начисляемому въ началѣ всякой единицы времени, и соотвѣтственно дана еще таблица $\frac{\vartheta}{1-(1-\vartheta)^n}$ или аннюитета, уплачиваемаго въ началѣ всякой единицы времени, для интересовъ и погашенія единицы капитала.

Oettinger. Anleitung zur Berechnung von finanziellen, politischen und juridischen Rechnungen, Braunschweig 1845.

---

*) Исправляемъ погрѣшность, вкравшуюся въ примѣчаніе къ стр. 8, гдѣ таблицы Віолэна и *Перейры* противупоставлены таблицамъ Шпицера, тогда какъ Перейра, одинаково со Шпицеромъ, даетъ численныя означенія не $\omega = \frac{(1+T)^n - 1}{T}$, а $\omega(1+T) = \frac{(1+T)}{T}[(1+T)^n - 1]$ и потому при заимствованіи изъ таблицъ Перейры численныхъ значеній нарочитой стоимости ежесрочной единицы необходимо поступать также точно, какъ указано для таблицъ Шпицера въ примѣчаніи стр. 8.

Oettinger. Ueber Berechung von Staatsanleihen, Berlin, 1861.
Bleibtreu. Politische Arithmetik. 2 Aufl., Heidelberg, 1853 (1-е изд., 1845 г.).
Wild. Politische Rechnungswissenschaft, München, 1862.
Gallus. Die Zins- und Prämienberechnung, Berlin. 1871.
Fleischhauer. Theorie und Praxis der Rentenrechnung, Berlin, 1875.
Haberl. Lehrbuch der politischen Arithmetik, Wien, 1875.
Baerlocher. Zinsenzins-Renten-Anleihen-Obligationen-Rechnung, Zürich, 1886.
Wild. Die europäischen Lotterieanleihen.
Schinkenberger. Handbuch der Berechnungen von Anleihen und Annuitäten, Francfurt, 1888, даетъ сверхъ обычныхъ вспомогательныхъ таблицъ лишь для наиболѣе часто встрѣчающихся T еще: 1) таблицу курсовъ (рыночной стоимости) бумагъ, приносящихъ 3—5% (чрезъ $^1/_2$%) или 5—6% нарицательныхъ, при годовой уплатѣ интересовъ и погашенія, когда ростъ реализаціи состанляетъ 3—6% (чрезъ $^1/_8$%), $6^1/_4$—10% (чрезъ $^1/_4$%) и 6—12% (чрезъ $^1/_2$%) при n отъ 1 до 100; 2) при тѣхъ-же видахъ нарицательнаго роста, сроковъ и условій уплаты интересовъ и погашеній, таблицу курсовъ (рыночной стоимости) бумагъ ниже ихъ нарицательнаго достоинства (100), при расходѣ на погашеніе $^1/_{10}$% до 3% (24 разныхъ погасительныхъ расходовъ).

Лучшая изъ перечисленныхъ французскихъ и нѣмецкихъ книгъ — нѣмецкая книга *Флейшгауэра* (1 т. въ 807 стр.), какъ по полнотѣ и простотѣ изложенія пріемовъ вычисленій, такъ и по очень удачному выбору перепечатанныхъ въ текстѣ вспомогательныхъ таблицъ, очень разнообразныхъ (для важнѣйшихъ T и для сроковъ отъ 1 до 100 даны не только сложно-процентные и сложно-учетные множители, а равно численныя значенія аннюитетовъ, наличной и наросшей стоимости ежесрочной единицы, но сверхъ того еще множители погасительные, для итога погашеній и для остатка непогашеннаго долга, и всѣ эти множители даны перемноженными на первыя 9 чиселъ).

Впрочемъ, интересующійся предметомъ во всякомъ случаѣ долженъ имѣть подъ руками болѣе полное собраніе вспомогательныхъ таблицъ для вычисленій сложныхъ процентовъ. Въ этомъ отношеніи всего лучше имѣть книги Шпицера и Томана (обѣ менѣе дорогія, чѣмъ другія).

Въ русской литературѣ до недавняго времени имѣлись только составленныя *З. Пиесто* «Таблицы для быстраго вычисленія размѣра процентовъ (роста) государственныхъ займовъ и пр.». Спб. 1872. Двѣ части: теоретическая (основанія построевія таблицъ и нѣкоторые отдѣльные вопросы вычисленій, цѣна 1 р. 50 к.) и практическая (собственно таблицы, цѣна 3 р.). Въ настоящее время русская литература, обогатившись трудомъ г. Малешевскаго «Теорія и практика пенсіонныхъ кассъ, Спб. 1890, часть 1-я, математическая теорія долгосрочныхъ финансовыхъ операцій», несомнѣнно этимъ сразу поднята на большую высоту. Книга г. Малешевскаго содержитъ сверхъ 419 страницъ текста еще 130 стр. таблицъ отчасти вспомогательныхъ величинъ, вычисленныхъ г. Малешевскимъ, а главнымъ образомъ таблицъ рыночной стоимости бумагъ, приносящихъ 3, 4. $4^1/_2$, 5, $5^1/_2$ и 6% нарицательныхъ, при дѣйствительномъ (реализаціонномъ) ростѣ отъ 4 до 6% (чрезъ $^1/_2$%) при n отъ 1 до 100 и: 1) при годовой уплатѣ интересовъ и погашенія, 2) при полугодовой уплатѣ интересовъ и годовомъ погашеніи, отдѣльно а) для подлежащихъ и б) неподлежащихъ купонному налогу, при чемъ курсы вычислены съ 3 десятичными знаками. Какъ по полнотѣ этихъ таблицъ, такъ по полнотѣ, съ которою въ текстѣ сведены всѣ результаты математическихъ изслѣдованій, старыхъ и новыхъ, трудъ г. Малешевскаго въ настоящее время далеко оставляетъ позади себя однородныя сочиненія другихъ литературъ, особенно французскія и нѣмецкія.

Когда наша книга уже оканчивалась печатаніемъ (въ концѣ ноября 1891 г.), вышла «Элементарная теорія долгосрочныхъ финансовыхъ операцій», А. Н. Гла-

голева, преподавателя морск. VI гимн., 434 стр. текста и 219 стр. таблицъ, цѣна 6 рублей. Сочиненіе г. Глаголева, заимствовавшаго у г. Малешевскаго ея названіе (у обоихъ авторовъ неправильное, потому что долгосрочные займы совсѣмъ не исчерпываютъ всѣхъ долгосрочныхъ финансовыхъ операцій), составлена по книгамъ Томана, Шарлопа, Шпицера, Леопа Мари и Габерле, но изложеніе этихъ иностранныхъ авторовъ проще и общедоступнѣе, потому что они выносятъ въ особыя примѣчанія или приложенія выводы болѣе сложныхъ формулъ, предполагающихъ болѣе обширныя математическія познанія и имѣющихъ преимущественно интересъ математическій; напротивъ, г. Глаголевъ все включилъ въ текстъ и оттого его книга — далеко не элементарная, а предполагаетъ такого-же хорошо подготовленнаго въ математическомъ отношеніи читателя, какъ и трудъ г. Малешевскаго. Отъ послѣдняго, однако, книга г. Глаголева очень сильно отличается, не только менѣе обширнымъ знакомствомъ г. Глаголева, какъ съ математическою литературою предмета, такъ и съ финансовымъ матерьяломъ, даже лишь съ его эмпирической стороны, но и тяжелымъ изложеніемъ, понятности котораго много мѣшаетъ усвоенная авторомъ произвольная и неправильная терминологія. Такъ, г. Глаголевъ называетъ «вносами» ежесрочные платежи должника; срочные займы онъ называетъ «рентами погашенія»; капитализованная стоимость уплатъ въ счетъ погашенія названа «чистымъ капиталомъ», а въ другомъ мѣстѣ (стр. 384) «размѣромъ погашенія»; капитализованная стоимость уплатъ въ счетъ процентовъ названа «пользою займа» и т. д. Наконецъ, въ книгѣ г. Глаголева встрѣчаются неисправленные недосмотры, иногда необъяснимые. Такъ, г. Глаголевъ говоритъ (стр. 306), что часть англійскаго государственнаго долга состоитъ изъ «срочныхъ долговъ, погашаемыхъ ежегодными тиражами», хотя этого свѣдѣнія онъ ни откуда заимствовать не могъ, потому что со времени упраздненія въ 1828 г. лоттерей въ Англіи ни къ какимъ государственнымъ долгамъ тиражъ уже не примѣнялся. Или: на стр. 312—314 заимствованъ изъ книги г. Бржесскаго списокъ русскихъ государственныхъ долговъ съ нарицательными ихъ суммами, курсами реализаціи и столбцемъ о ростѣ ихъ реализаціи, каковой столбецъ сплошь состоитъ изъ ошибочныхъ показаній; г. Бржесскій могъ не знать пріемовъ вычисленія роста реализаціи займовъ, заключенныхъ на разныхъ условіяхъ; но г. Глаголевъ вывелъ всѣ необходимыя для того формулы и даже къ нѣкоторымъ займамъ ихъ примѣнилъ; но ошибки г. Бржесскаго все-таки повторилъ. Такъ по выигрышнымъ займамъ правильныя вычисленія сдѣланы г. Глаголевымъ и выведено, что по займу 1864 г. ростъ реализаціи составляетъ $6{,}63\%$, а по займу 1866 года $6{,}16\%$ (стр. 362 — 3), но въ таблицѣ на стр. 313 показано, какъ у г. Бржесскаго. $5{,}07\%$ и $4{,}64\%$ съ оговоркою «не считая выигрышей и премій», что во-первыхъ равносильно тому, какъ еслибъ сказать $7 + 8 = 5$, «не считая пропущенныхъ 10 единицъ», а во вторыхъ и неправильно, такъ какъ выигрышные займы не были реализованы по 100 за 100, относительно банковыхъ билетовъ 3-го выпуска на стр. 363 ростъ реализаціи правильно вычисленъ въ $6{,}53\%$, а на стр. 313 повторено ошибочное показаніе г. Бржесскаго $6{,}02\%$ безъ всякой оговорки.

ОПЕЧАТКИ.

Страница.	Строка.	Сверху или снизу.	НАПЕЧАТАНО:	ДОЛЖНО БЫТЬ:
31	6	сверху	$\frac{1}{T}(1+T)^{\frac{1}{m}}-1$	$\frac{1}{T}[(1+T)^{\frac{1}{m}}-1]$
36	5	»	$B(1+T)^{n-(m-2)}$	$B(1+T)^{m-2}$.
—	7	»	$B(1+T)^{n-(m-1)}$	$B(1+T)^{m-1}$.
—	8	»	$B(1+T)^{n-m}$	$B(1+T)^{m}$.
46	13	»	$\vartheta=1-\frac{1}{(1+T)^n}=\frac{1+T-1}{(1+T)^n}$	$\theta=1-\frac{1}{1+T}=\frac{1+T-1}{1+T}$.
47	6	»	$T:\vartheta=(1+T):(1-\theta)=(1+T)^n:(1-\vartheta)^n$	$T:\vartheta(1+T):1=(1+T)^n:1$.
48	14	»	$\frac{A'[1-(1-\vartheta)]}{\theta(1-\vartheta)^n}$	$\frac{A'[1-(1-\vartheta)^n]}{\theta(1-\vartheta)^n}$
49	21	»	$A'(1-\vartheta)^{n-(m-1)}$	$A'(1-\theta)^m$
—	22	»	$A'(1-\vartheta)^{n-m}$	$A'(1-\vartheta)^{n-(m+1)}$
50	19	»	$A'(1-(1-\theta)^{n-(m-1)})$	$A'[1-(1-\vartheta)^{n-m}]$.
52	17	снизу	$=\frac{1}{(1+T)^q}\left(1-\frac{1}{(1+T)^n}\right)$	$=\frac{A}{T}\cdot\frac{1}{(1+T)^q}\left(1-\frac{1}{(1+T)^n}\right)$.
53	4	»	$L=P(1+T)^q$	$L=P(1+T)^q=A\varphi_{n(T)}(1+T)^q$.
54	7	»	$\frac{A}{m}A\varphi_{n(T')}$	$\frac{1}{m}A\varphi_{n(T)}$.
55	4	»	$\overbrace{\frac{1}{(1+T)^3}+\frac{1}{(1+T)^3}+\frac{1}{(1+T)^3}}^{2}$	$\overbrace{\frac{1}{(1+T)^3}+\frac{1}{(1+T)^3}+\frac{1}{(1+T)^3}}^{3}$
56	1	»	§ 69	§ 68.
60	18	сверху	$P_m-\left(A_m+\frac{d}{T}\right)\varphi_{n-(m-1)}$ и пр.	$P_m=\left(A_m+\frac{d}{T}\right)\varphi_{n-(m-1)}$ и пр.
—	—	»	$\left(A_m+\frac{d}{T}+\left(n-(m-1)d\right)\varphi_{n-(m-1)}\right.$	$\left[A_m+\frac{d}{T}+\left(n-(m-1)d\right)\right]\varphi_{n-(m-1)}$
—	3 и 4	»	$-\frac{nd}{T}$	$+\frac{nd}{T}$
—	6	снизу	$-\frac{nd}{T(1+T)}$	$-\frac{nd}{T(1+T)^n}$

Страница.	Строка.	Сверху или снизу.	НАПЕЧАТАНО:	ДОЛЖНО БЫТЬ:
60	14	сверху	$\left(A_1+\frac{d}{T}+nd\right)$	$\left(A_1+\frac{d}{T}+nd\right)\varphi_n$
61	13	»	$P_1(1+T)^n-A($	$P_1(1+T)^n-A_1($
—	16	»	$\frac{P_1-A_1\varphi_n}{\left(n-\frac{1}{T}\right)\varphi_n-\frac{n}{T}}$	$\frac{P_1-A_1\varphi_n}{\left(n+\frac{1}{T}\right)\varphi_n-\frac{n}{T}}=\frac{(P_1-A_1\varphi_n)T}{(n+1)\varphi_n-n}$
64	10	»	0,666...	1/66,66...
68	8	»	$T^0/_0$	$T'^0/_0$
74	16	»	$(1+t)^n=\left(1+\frac{t}{k}\right)^{kn}$	$(1+t)^n=\left(1+\frac{t}{k}\right)^{kn}$
77	11	снизу	$A\left[1-\frac{1}{(1+T)^{n-2}},\cdots\right.$	$A\left[1-\frac{1}{(1+T)^{n-2}}\right],\cdots$
79	10	сверху	$\frac{t}{\tau-l}$	$\frac{t}{\tau-t}$
81	8	снизу	$K(1+t),_n$	$K(1+t)^n$
82	1	»	единицѣ	единицъ
83	—	сверху	займы	займа
—	18	»	$\varphi_{n(T)}$	$\varphi_{n(t)}$
84	18	снизу	$S_n=\frac{1}{T}$	$S_n=$
»	17	»	$\left(1-\frac{1}{(1+T)^n}\right)$	$\frac{1}{T}\left(1-\frac{1}{(1+T)^n}\right)$
85	16	»	teventies	twenties
—	20	»	капиталу	капитала
—	1	снизу	φ	φ_1
86	9	сверху	$\frac{Kl-Kt}{\tau(1+\tau)^n}$	$\frac{K\tau-Kt}{\tau(1+\tau)^n}$
—	10	»	$K-(\tau-t)K\varphi_{n(\tau)}+$	$K-(\tau-t)K\varphi_{n(\tau)}=$
87	12	»	$=\Delta\tau_2-\tau$	$=\tau_2-\tau_1$
94	12	снизу	толъко	только
103	10	»	должно	должна
105	13	сверху	$A\varphi_{n(\tau)}$	$A\varphi_{n(t)}$
—	4	снизу	1.458.883	4.458.883
—	8,11,16	»	$\frac{Kt}{(1+\tau)^m-1}$	$\frac{K\tau}{(1+\tau)^m-1}$
108	8	сверху	нарицательный ростъ (τ)	нарицательный ростъ (t)
116	22	»	имѣющаго	имѣющую
117	6	снизу	современно	своевременно
118	21	»	ея	его
119	1, 5	»	25	30
122	16	»	налогами	ногами

Страница.	Строка.	Сверху или снизу.	НАПЕЧАТАНО:	ДОЛЖНО БЫТЬ:
125	12	снизу	$\frac{Kt}{(1+\tau)^m+1}$	$\frac{K\tau}{(1+\tau)^m-1}$
129	8	сверху	$\frac{K}{(1+\tau)^m+1}$	$\frac{K}{(1+\tau)^m}$
134	2	снизу	134.760.240	134.768.240
163	14	»	39.348.300	59.348.300
177	1	снизу	$(1+\tau')^2-(1+t)^n$	$(1+\tau')^2-(1+t)$
184	14	сверху	$\left(1-\frac{K}{(1+\tau')^{2n}}\right)$	$\left(1-\frac{1}{(1+\tau')^{2n}}\right)$
185	11	сверху	проценты	ежесрочная сумма
193	14	снизу	именьшеніемъ	уменьшеніемъ
195	13	»	искомительный	искомый
196	11	»	$\frac{KT}{(1+\tau)^n-1}$	$\frac{K\tau}{(1+\tau)^n-1}$
204	18	»	$\frac{486,7}{(1+\tau)^{74}}$	$\frac{486,7}{(1+\tau)^{78}}$
—	10	»	$\frac{1}{(1,045)^{78}}\ 0,03227969$	$\frac{1}{(1,045)^{78}} \cong 0,03227969$
—	8	»	$\frac{14.583.675,9}{(1,05)^4\times 74}\times 21,_{36679711} =$	$\frac{14.583.675,9}{(1,05)^4\times 74}\times 21._{36679711}+0,_{03227969} =$
206	22	снизу	одинаковыя	одинаковую
277	5	сверху	вмѣсто $\tau+\beta'=0.05$ взять $\tau'=0.052$	вмѣсто $\tau=0.05$ взять $\tau'=\tau+\beta'=0.052$
285	9	снизу	ногаше-	ниже-
320	2	сверху	Сочиненіе	Книга