

2727a

Высочайше учрежденная Особая Высшая Комиссія для
всесторонняго изслѣдованія желѣзнодорожнаго дѣла въ
Россіи.

В. ХСІV. (194)



~~39584~~

КЪ ВОПРОСУ
О ПРОЧНОСТИ РЕЛЬСЪ.

(Дополненія къ в. LXXXVII).

Н. Петровъ.

С. ПЕТЕРБУРГЪ.

Тип. М. Д. Ломковскаго  Думская ул., д. № 5.

1913

Н

27270

Высочайше учрежденная Особая Высшая Комиссія для
всесторонняго изслѣдованія желѣзнодорожнаго дѣла въ
Россіи.

В. ХСІV.

**КЪ ВОПРОСУ
О ПРОЧНОСТИ РЕЛЬСЪ.**

(Дополненія къ в. LXXXVII).

Н. Петровъ.

С. ПЕТЕРБУРГЪ.

Тип. М. Д. Ломковскаго  Думская ул., д. № 5.

1912.

39

Библиотека НКФ СССР

2

Въведенъ въ свѣтъ въ Москвѣ въ 1848 году
въ типографіи Императорскаго университета
въ Москвѣ

В. XIX

КЪ ВОПРОСУ

О ПЛОДНОСТИ ДѢЛЪ

ВЪ СЪЮЗѢ

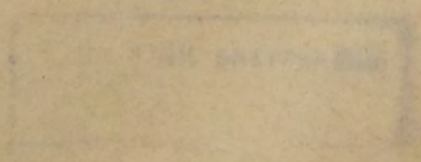
8448

В. Петербургъ

Издательство

Императорскаго университета въ Москвѣ

1848



4

ВЫСОЧАЙШЕ учрежденная Особая Высшая Комиссія для всесторонняго изслѣдованія желѣзнодорожнаго дѣла въ Россіи.

Слѣдующіе Труды Комиссіи:

А) вышли изъ печати и продаются въ магазинѣ Риккера, Невскій 14 и Гольстена, Загородный пр. 13.

№№ вы- пусковъ.	Цѣна. Р. К.
I. Краткій историческій обзоръ событій, предшествовавшихъ учрежденію Особой Высшей Комиссіи для всесторонняго изслѣдованія желѣзнодорожнаго дѣла въ Россіи	—75
II. Историческій очеркъ учрежденія, подъ предсѣдательствомъ Генераль-Адъютанта Графа Э. Т. Баранова, Комиссіи для изслѣдованія желѣзнодорожнаго дѣла въ Россіи. В. Саловъ	—20
III. Нѣсколько соображеній, полезныхъ при разсмотрѣніи смѣтъ путей сообщенія на 1908 г. Н. Петровъ	1 —
IV. О числѣ служащихъ и рабочихъ на русскихъ желѣзныхъ дорогахъ. Н. Петровъ	Исчерпанъ
V. Финансовое положеніе русской желѣзнодорожной сѣти и главнѣйшія причины ухудшенія его въ послѣдніе годы. Н. Петровъ	3 —
VI. Обзоръ финансовыхъ результатовъ эксплуатаціи казенныхъ жел. дор. въ различныхъ государствахъ за 1905 г. по даннымъ «Archiv für Eisenbahnwesen» 1907 и 1908 г.г.	Исчерпанъ.
VII. О пользованіи товарнымъ подвижнымъ составомъ на сѣти русскихъ желѣзныхъ дорогъ Европейской Россіи 1894—1906 г.г. Н. Петровъ	—75
VIII. Объ учетѣ товарнаго вагоннаго парка. С. Н. Кульжинскій	Исчерпанъ.
IX. Записка Н. К. Гофмана. О главныхъ мастерскихъ для починки подвижного состава; о главныхъ матеріальныхъ складахъ; объ испытательныхъ лабораторіяхъ и о техническихъ конторахъ при службѣ подвижного состава и тяги, — на казенныхъ желѣзныхъ дорогахъ	—50
X. Министерство Путей Сообщенія и желѣзнодорожное дѣло И. Рербергъ	Исчерпанъ.

- | | | |
|--------|--|------------|
| XI. | Объ административной организаціи желѣзнодорожныхъ установленій въ Россіи. А. Фроловъ | 3 — |
| XII. | О хозяйственности управленія казенныхъ желѣзныхъ дорогъ. Н. Петровъ | 1 — |
| XIII. | Къ разсмотрѣнію смѣты желѣзныхъ дорогъ на 1909 г. Н. Петровъ | Исчерпанъ. |
| XIV. | Очеркъ счетоводства американскихъ желѣзныхъ дорогъ. Докладъ А. Н. Панта на международномъ желѣзнодорожномъ конгрессѣ въ Вашингтонѣ въ 1905 г., перевелъ Н. Петровъ | 3 — |
| XV. | Таблицы результатовъ эксплуатаціи русскихъ желѣзныхъ дорогъ за 1895—1907 г.г. | Исчерпанъ. |
| XVI. | Краткое изложеніе заключеній сѣзда начальниковъ дорогъ по нѣкоторымъ вопросамъ, включеннымъ въ программу занятій сего сѣзда, состоявшагося 27 января—3 февраля 1909 г. | Исчерпанъ. |
| XVII. | Краткія соображенія по вопросу объ организаціи русскихъ желѣзныхъ дорогъ. Ю. А. Львовъ | Исчерпанъ. |
| XVIII. | Къ вопросу о частныхъ желѣзныхъ дорогахъ въ Россіи. С. Кульжинскій | Исчерпанъ. |
| XIX. | Схематическая карта желѣзныхъ дорогъ съ указаніемъ тяговыхъ участковъ, коренныхъ и оборотныхъ депо для торговаго движенія и главныхъ паровозныхъ и вагонныхъ мастерскихъ | Исчерпанъ. |
| XX. | Описаніе существующаго порядка счетоводства и отчетности на русскихъ желѣзныхъ дорогахъ. Приложение къ докладу И. И. фонъ-Рихтера, помощника начальника С.-Петербурго-Варшавской желѣзной дороги, о счетоводствѣ на международномъ желѣзнодорожномъ конгрессѣ въ Вашингтонѣ въ 1905 г. | Исчерпанъ. |
| XXI. | Должностныя лица въ Пруссіи. Г. Демарсіаль. Переводъ В. Ивановскаго | Исчерпанъ. |
| XXII. | Отчетность и хозяйство на русскихъ желѣзныхъ дорогахъ. С. Кульжинскій | Исчерпанъ. |
| XXIII. | Главныя причины чрезвычайнаго роста расхода русскихъ желѣзныхъ дорогъ съ 1903 по 1907 г.г. и мѣра вліянія этихъ причинъ. Н. Петровъ | 4 — |
| XXIV. | I. Отчетъ по осмотру Тульскихъ паровозныхъ и Московскихъ вагонныхъ мастерскихъ Московско-Курской жел. дор. и главныхъ мастерскихъ Московско-Брестской жел. дор., произведенному въ | |

	августъ мѣсяцъ 1909 года, по порученію г. Предсѣдателя ВЫСОЧАЙШЕ учрежденной Особой Высшей Комиссіи для всесторонняго изслѣдованія желѣзнодорожнаго дѣла въ Россіи.	
	II. Реорганизациа главныхъ желѣзнодорожныхъ мастерскихъ по принципу для современнаго интенсивнаго механическаго производства. Инж.-Техн. П. П. Рицconi	Исчерпанъ.
XXV.	Перевозка почты по желѣзнымъ дорогамъ. С. Кульжинскій	Исчерпанъ. Исчерпанъ.
XXVI.	Швейцарскіе союзные желѣзнодорожные законы	Исчерпанъ.
XXVII.	О государственномъ сборѣ съ желѣзнодорожныхъ перевозокъ въ Россіи	—75
XXVIII.	Экономическое значеніе русскихъ желѣзныхъ дорогъ. Н. Петровъ	Исчерпанъ.
XXIX.	Правительственные источники образованія капиталовъ желѣзныхъ дорогъ. Н. Петровъ	—20
XXX.	О дѣятельности сѣздовъ желѣзныхъ дорогъ за сорокъ лѣтъ существованія 1869—1909 г.г.	Исчерпанъ.
XXXI.	О наивыгоднѣйшемъ расположеніи мастерскихъ для ремонта подвижнаго состава. С. Кульжинскій	—75
XXXII.	Матеріалы по вопросу о реорганизации управленія русскихъ желѣзныхъ дорогъ	Исчерпанъ.
XXXIII.	Свѣдѣнія и данныя о мастерскихъ русскихъ желѣзныхъ дорогъ и о нѣкоторыхъ заграничныхъ. Н. Антошинъ	1 50
XXXIV.	Передача государственныхъ земель желѣзнымъ дорогамъ въ Соединенныхъ Штатахъ Сѣверной Америки. С. Кульжинскій	Исчерпанъ.
XXXV.	Къ вопросу о частномъ желѣзнодорожномъ строительствѣ. Проф. П. П. Мигулинъ	Исчерпанъ.
XXXVI.	О развитіи русской желѣзнодорожной сѣти. С. Кульжинскій	—75
XXXVII.	Матеріалы по обслѣдованію Южныхъ желѣзныхъ дорогъ	3 —
XXXVIII.	Матеріалы по обслѣдованію Юго-Западныхъ желѣзныхъ дорогъ	3 —
XXXIX.	Матеріалы по обслѣдованію Екатерининской желѣзной дороги	3 —
XL.	Матеріалы по вопросу о реорганизации отчетности казенныхъ желѣзныхъ дорогъ. Часть I	3 —
XLI.	Тоже. Часть II	3 —

№№ вы- пусковъ.	Цѣна. Р. К.
XLII. Тоже. Часть III	3 —
XLIII. Причины дефицитовъ русской желѣзнодорожной сѣти въ первые годы XX вѣка. Н. Петровъ	—50
XLIV. Паровозный паркъ казенныхъ желѣзныхъ дорогъ, мѣры къ его улучшенію въ связи съ сокращеніемъ эксплуатаціонныхъ расходовъ, проектъ расходовъ, проектъ распредѣленія мощныхъ паровозовъ типа $\frac{4}{5}$ по сѣти казенныхъ жел. дор. Инж. С. Кульжинскій и Л. Элькинъ	3 —
XLV. Планъ района обращенія паровозовъ типа $\frac{4}{5}$ на сѣти каз. ж. д. Инж. С. Кульжинскій и Л. Элькинъ	Исчерпанъ.
XLVI. Уставы русскихъ желѣзнодорожныхъ Обществъ. Часть I. Уставы Обществъ, эксплуатирующихъ желѣзныя дороги общаго значенія	5 —
XLVII. Тоже. Часть II. Уставы Обществъ, эксплуатирующихъ подъѣзды и пути; условія сооруженія и эксплуатаціи подъѣздныхъ путей и вѣтвей	5 —
XLVIII. Тоже. Часть III. Выдержки изъ уставовъ Обществъ, не получившихъ осуществленія	2 —
XLIX. Состоящая при Министерствѣ Финансовъ Комиссія о новыхъ желѣзныхъ дорогахъ и ея дѣятельность. Часть I. 1896—1902 г. Н. Ермиловъ	3 —
L. Изслѣдованіе разницъ въ показаніяхъ доходовъ казен. жел. дорогъ по исполненію росписи и по эксплуатаціоннымъ отчетамъ управленій этихъ дорогъ	2 —
LI. Выгоды, полученныя желѣзными дорогами въ 1909 г. отъ урожая и отъ улучшенія своего хозяйства съ 1907 г. Н. Петровъ	—75
LII. Матеріалы по обслѣдованію Сѣверныхъ желѣзныхъ дорогъ	3 —
LIII. Перевозка скоропортящихся продуктовъ и снабженіе ими городовъ въ Россіи и за границею. М. П. Федорова	1 —
LIV. Мексиканскій законъ о желѣзныхъ дорогахъ. Аргентинскій законъ о желѣзнодорожныхъ обществахъ	1 —
LV. Матеріалы по обслѣдованію Сѣверо-Западныхъ желѣзныхъ дорогъ	3 —
LVI. Матеріалы по обслѣдованію Николаевской желѣзной дороги	3 —

LVII.	Первое приближеніе къ опредѣленію наименьшаго пробѣга товарныхъ поѣздовъ на данной линіи. Н. Петровъ	1 25
LVIII.	О реорганизаціи Центральныхъ Установленій Министерства Путей Сообщенія по управленію желѣзными дорогами. С. Кульжинскій	1 --
LIX.	Отвѣтственность русскихъ желѣзныхъ дорогъ въ цифрахъ. М. П. Федорова	1 50
LX.	Критерій для желѣзныхъ дорогъ и его примѣненіе. Н. Петровъ	—50
LXI.	Вѣтви общаго пользованія, выстроенныя на средства частныхъ предпринимателей и переданныя въ собственность казны. П. Соловьевъ подъ ред. С. Кульжинскаго	1 —
LXII.	Статья 683 ч. 1 т. X Свода законовъ, исторія и анализъ ея въ связи съ данными для ея пересмотра. Г. Н. Каргановъ	1 50
LXIII.	Очерки финансовой организаціи Сѣверо-Американскихъ желѣзныхъ дорогъ. Стюартъ Даджетъ. Перев. съ англ. М. С. Модель, подъ ред. С. Н. Кульжинскаго	3 —
LXIV.	О нормальныхъ размѣрахъ оборотныхъ капиталовъ на казенныхъ желѣзныхъ дорогахъ. К. Ходоровскій	1 50
LXV.	О скорости слѣдованія грузовъ по русскимъ жел. дор. С. Кульжинскій	—50
LXVI.	Матеріалы по обслѣдованію Сызрано-Вяземской жел. дор.	3 --
LXVII.	Матеріалы по обслѣдованію Самаро-Златоустовской жел. дор.	3 --
LXVIII.	Матеріалы по обслѣдованію Либаво-Роменской жел. дороги	3 —
LXIX.	Матеріалы по обслѣдованію Сибирской жел. дор.	3 —
LXX.	Свѣдѣнія и данныя объ англійскихъ желѣзнодорожныхъ мастерскихъ, о вопросахъ сл. тяги, связанныхъ съ ними, и сравненіе съ русскими. Н. Антошинъ	—75
LXXI.	Желѣзныя дороги и бюджетъ. С. Кольсонъ. Переводъ съ франц. В. Л. Лѣсковецъ, подъ ред. К. Я. Загорскаго	1 50
LXXII.	О сооружеіи желѣзнодорожныхъ подъездныхъ путей. С. Кульжинскій	1 50

№№ вы- пусковъ.		Цѣна. Р. К.
LXXIII.	Къ вопросу о реорганизаціи желѣзнодорожныхъ и государственныхъ финансовъ. Г. Кирхгофъ. Перев. съ нѣм. Ю. Н. Кульжинскаго	1 —
LXXIV.	Матеріалы по вопросу о подъѣздныхъ путяхъ къ казеннымъ жел. дор. Часть I. Отвѣты порайонныхъ комитетовъ на письмо г. управляющаго дѣлами О. В. Комиссіи и перечень жел. дорогъ, вопросъ о постройкѣ которыхъ возбуждался общественными учрежденіями за время съ 1895 г.	2 —
LXXV.	Матеріалы по вопросу о подъѣздныхъ путяхъ къ казеннымъ жел. дорогамъ. Часть II. Отвѣты начальниковъ казенныхъ жел. дорогъ на письмо управляющаго дѣлами О. В. Комиссіи	2 —
LXXVI.	Экономическое положеніе Сибирской магистрали	Исчер- панъ.
LXXVII.	О перевозкѣ грузовъ по русскимъ жел. дорогамъ со скоростью пассажирскихъ поѣздовъ. И. Я. Мірославскій	1 —
LXXVIII.	Матеріалы по обслѣдованію Головного участка Амурской ж. д.	50
LXXIX.	Матеріалы по обслѣдованію Пермской ж. д.	3 —
LXXX.	Размѣры и постепенность необходимаго сооруженія жел. дор. и средства для осуществленія ихъ. Н. Петровъ	1 —
LXXXI.	Воздѣйствіе Правительства на желѣзнодорожные тарифы. Гуго Мейеръ. Переводъ съ англійскаго М. С. Модель, подъ ред. С. Н. Кульжинскаго	3 —
LXXXII.	Протяженіе новыхъ желѣзныхъ дорогъ въ разныхъ областяхъ Европейской Россіи. Н. Петровъ	—75
LXXXIII.	Вѣчная мерзлота и сооруженія на ней. Н. Богдановъ	1 50
LXXXIV.	Проектъ Общаго Устава Россійскихъ жел. дор. К. П. Змирловъ	4 —
LXXXV.	Матеріалы по обслѣдованію Закавказскихъ жел. дорогъ.	3 —
LXXXVI.	Таблицы результатовъ эксплуатаціи русскихъ желѣзныхъ дорогъ за 1895 — 1911 гг. (дополн. и исправл. изданіе, вып. XV)	3 —
LXXXVII.	Къ вопросу о прочности рельсъ. Н. Петровъ	1 50
LXXXVIII.	Уставы русскихъ желѣзнодорожныхъ Обществъ. Уставы Об-въ эксплуатирующихъ жел. дороги общаго значенія (дополненіе къ вып. XLVI)	5 —

№№ вы- пусковъ.		Цѣна. Р. К.
IXXXIX.	Уставы русскихъ желѣзнодорожныхъ Обществъ. Уставы Обществъ, эксплуатирующихъ подъѣзные пути; условія сооруженія и эксплуатаціи подъѣз- ныхъ путей и вѣтвей (Дополненіе къ вып. XLVII)	5 —
XC.	Докладъ о развитіи русской желѣзнодорожной сѣти	1 —
XCI.	Планъ развитія русской желѣзнодорожной сѣти на пятилѣтіе 1912—1917 гг.	2 —
XСII.	Полвѣка взаимодѣйствія горнозаводской промыш- ленности и желѣзныхъ дорогъ въ горнопромыш- ленномъ районѣ юга Россіи. Е. А. Могиленскій.	1 —
XVШ.	Матеріалы по обслѣдованію Средне - Азіатской ж. д. (печатается)	3 —
XСIV.	Къ вопросу о прочности рельсъ (Дополненія къ вып. LXXXVII). Н. Петровъ	1 50
XCV.	Матеріалы по обслѣдованію Забайкальской желѣз- ной дороги (печатается)	3 —

Б. Доклады по обслѣдованію желѣзныхъ дорогъ.

№№ по порядку.	<i>а) Казенныхъ:</i>	Цѣна. Р. К.
1.	Юго-Западныхъ, Южныхъ и Екатерининской ж. д.	1 —
2.	Сѣверныхъ ж. д.	—50
3.	Сѣверо-Западныхъ ж. д.	—50
4.	Николаевской ж. д.	—50
5.	Привислинскихъ ж. д.	—50
6.	Сибирской ж. д.	—50
7.	Московско-Брестской ж. д.	—50
8.	Московско-Курской, Нижегородской и Муромской ж. д.	—50
9.	Пермской ж. д.	—50
10.	Сызрано-Вяземской ж. д.	—50
11.	Закавказскихъ ж. д.	—50
12.	Либаво-Роменской ж. д.	—50
13.	Забайкальской ж. д.	—50
14.	Самаро-Златоустовской ж. д.	—50
15.	Риго-Орловской ж. д.	—50
16.	Средне-Азіатской ж. д.	—50
17.	Ташкентской ж. д.	—50
18.	Полѣскихъ ж. д.	—50

№№ по
порядку.

Цѣна.
Р. К.

б) Частныхъ:

- | | |
|---|-----|
| 19. Юго-Восточныхъ ж. д. | 1 — |
| 20. Московско-Виндаво-Рыбинской ж. д. | 1 — |
| 21. Рязанско-Уральской ж. д. | 1 — |
| 22. Московско-Казанской ж. д. | 1 — |
| 23. Московско-Кіево-Воронежской ж. д. | 1 — |
| 24. Владикавказской ж. д. | 1 — |

ПРЕДИСЛОВІЕ.

Соображенія и объясненія по докладу Г. Р. Стецевича изложены мною въ трудѣ подъ заглавіемъ «Къ вопросу о прочности рельсъ»; но послѣ напечатанія этихъ соображеній обнаружались въ докладѣ такія неправильности, которыя нельзя было оставить безъ указанія и объясненія. Относящіяся къ этому объясненія изложены въ помѣщаемомъ дополненіи первомъ.

Затѣмъ сталъ извѣстенъ докладъ профессора Ю. В. Ломоносова XIX Съѣзду Тяги, озаглавленный «опредѣленіе предѣльныхъ скоростей въ зависимости отъ конструкціи пути и паровоза», и въ то же время я нашелъ ошибку, вкравшуюся въ мои исчисленія вліяній инерціи противовѣсовъ на напряженія въ рельсахъ. Соображенія, изложенныя въ докладѣ профессора Ю. В. Ломоносова требовали объясненій относительно ихъ полноты и условій примѣнимости. Найденная мною ошибка, никѣмъ еще не замѣченная, требовала исправленія. То и другое приведено въ дополненіи второмъ.

Наконецъ, явились труды Комиссіи подъ предсѣдательствомъ Члена Инженернаго Совѣта Д. С. С. Куницкаго, за время съ 31 мая по 23 октября 1912 г. по вопросамъ о напряженіяхъ въ рельсахъ и въ остальныхъ составныхъ частяхъ верхняго строенія желѣзнодорожнаго пути. Эти труды касались не только того же предмета, который мною былъ изслѣдованъ, но и самаго принятаго мною способа изслѣдованія, поэтому нельзя было оставить ихъ безъ обсужденія съ моей точки зрѣнія. Все, относящееся къ этому обсужденію, изложено въ дополненіи третьемъ съ тѣми приложеніями, которыя при немъ представлены.

Н. Петровъ.

ДОПОЛНЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Во время печатанія статьи «Къ вопросу о прочности рельсъ» обнаружилась необходимость дополнить ее соображеніями, не допускающими тѣ примѣненія выведенныхъ мною формулъ, приведенныхъ въ докладѣ на стр. 81, подъ номерами I и II, которыя, однако, повторены нѣсколько разъ.

На страницѣ 8 доклада помѣщена фигура, ясно указывающая тотъ случай расположенія опоръ и помѣщенія нагрузки рельса въ среднемъ пролетѣ, къ которому относятся формулы I и II; затѣмъ, на страницѣ 81 доклада помѣщена фигура несходная съ предыдущею, съ пятью опорами и съ помѣщеніемъ груза въ крайнемъ пролетѣ, изображающая другой случай дѣйствія силъ на рельсъ, къ которому относятся уравненія Клапейрона, приведенныя на стр. 87.

Несмотря на различіе этихъ двухъ случаевъ, на страницѣ 81 доклада рекомендуется, а на страницѣ 82 дѣлается примѣненіе формулъ I и II къ несоотвѣтственному для нихъ второму случаю дѣйствія силъ на рельсъ.

Такъ какъ формулы I и II, равно какъ и уравненія Клапейрона, выведены правильно для соотвѣтственныхъ имъ случаевъ, то примѣненіе первыхъ (I и II) ко второму случаю недопустимо и должно непременно приводить къ невѣрнымъ результатамъ. Эти невѣрные результаты и приведены на страницѣ 82.

Далѣе, на стр. 89, указаны результаты исчисленій правильно примѣненныхъ уравненій I, II, III, IV, V, помѣщенныхъ на страницѣ 88, и упомянуто, что результатъ, найденный по формуламъ Н. Петрова I и II, отличается отъ результата, полученнаго по уравненіямъ Клапейрона на 21,8%.

Это довольно крупное различіе опредѣлено при нѣсколько ошибочномъ рѣшеніи уравненій Клапейрона и при устраненіи ошибокъ оказывается еще болѣе крупнымъ, а именно—37,5%.

Упомянувъ объ этихъ различіяхъ, необходимо замѣтить, что нельзя понять, для чего сдѣланы въ докладѣ сравненія результатовъ исчисленій, сдѣланныхъ, съ одной стороны, по формуламъ, выведеннымъ мною при примѣненіи ихъ къ совершенно неподходящему случаю и, съ другой стороны, по формуламъ Клапейрона при правильномъ ихъ примѣненіи.

Различіе результатовъ совершенно необходимо, а величины различій не представляютъ никакого интереса.

Безъ новыхъ доказательствъ давно извѣстно, что при примѣненіи неподходящихъ формулъ нельзя получить вѣрныхъ результатовъ.

Поэтому на страницахъ доклада 82, 85, 89 и 93 при указаніи различія результатовъ, найденныхъ по моимъ формуламъ и по формуламъ другихъ авторовъ, надо бы прибавить вездѣ указаніе: по формулѣ Н. Петрова, примѣненной къ неподходящему случаю.

1 декабря
1912 г.

Н. Петровъ.

ДОПОЛНЕНИЕ ВТОРОЕ.

Профессоръ Ю. В. Ломоносовъ въ докладѣ XIX Съѣзду тяги подѣ заглавіемъ: «Опредѣленіе предѣльныхъ скоростей движенія въ зависимости отъ конструкціи пути и паровоза», приводитъ соображенія и исчисленія, относящіяся къ вертикальнымъ силамъ, дѣйствующимъ на колеса подвижнаго состава. Всѣ приведенные имъ расчеты силъ, прилагаемыхъ къ *колесамъ* отъ тяжести и подвижнаго состава, вполне правильны; но эти исчисленія недостаточны и неполны для опредѣленія силъ, возникающихъ между колесомъ и рельсомъ. Они недостаточны, потому что сила тяжести колеса, вертикальныя слагающія центробѣжной силы избыточныхъ противовѣсовъ, сила упругости рессоръ и вертикальныя слагающія силъ, производимыхъ давленіемъ пара на поршни, передаются не безусловно твердому тѣлу верхняго строенія, а гибкому рельсу, опирающемуся на упругія опоры, а, между тѣмъ, ни упругость полотна съ балластомъ, ни гибкость рельса вовсе не приняты въ расчетъ. Они неполны потому, что вовсе не упоминается о силахъ, возникающихъ въ точкахъ прикосновенія колеса съ рельсомъ при неправильности формъ бандажа и рельса. О значительности этихъ послѣднихъ силъ, превышающихъ иногда статическое дѣйствіе нагруженнаго колеса въ 2,25 раза, я упоминалъ много разъ. Поэтому о коэффициентѣ α , поставленномъ въ формулѣ Ю. В. Ломоносова, не достаточно сказать, что онъ зависитъ отъ упругихъ свойствъ пути.

Представленная профессором Ломоносовым формула

$$\sigma = \frac{\alpha a \Pi}{w}$$

только по внѣшнему виду отличается отъ данной мною (1907 г. стр. 56; [22]) формулы

$$1,6 T \frac{P_0 L}{4}.$$

Стоитъ обозначить $1,6 \frac{T}{4} = \alpha$, $P_0 = \Pi$ и $L = a$, чтобы получить формулу Ю. В. Ломоносова. Что касается коэффициента α , то припоминая мое уравненіе $T = m n$, видно, что α зависитъ не только отъ упругихъ свойствъ пути, но черезъ посредство величины m , зависитъ еще и отъ скорости поступательнаго движенія колеса и отъ отношенія исчисляемыхъ профессоромъ Ю. В. Ломоносовымъ силъ къ вѣсу колеса съ осью и другими, связанными съ ними частями и, особенно много зависитъ отъ неправильностей въ формахъ колесныхъ шинъ и поверхностей катанія рельсъ, совсѣмъ не упоминаемыхъ въ докладѣ XIX Съѣзду.

Предложенный мною методъ не ограничивается общими указаніями, но, какъ подробно указано далѣе (см. табл. 1 и 2), даетъ численныя величины коэффициента α .

Разрѣшеніе вопроса о прочности рельса достигается не иначе, какъ при правильномъ сочетаніи двухъ, одинаково важныхъ способовъ: способа наблюдательнаго и опытнаго со способомъ теоретическимъ.

Наблюденія и опыты должны относиться какъ къ полотну и верхнему строенію, такъ равно и къ подвижному составу.

Теоретическія соображенія должны охватывать, съ одной стороны, полотно и верхнее строеніе, и съ другой стороны, подвижной составъ.

Сверхъ этихъ теоретическихъ соображеній необходимы еще соображенія, уясняющія взаимодѣйствіе между коле-

сомъ и рельсомъ. Уясненіе этого взаимодействія необходимо потому, что силы, прилагаемыя къ колесу, въ направленіи перпендикулярномъ къ рельсу, не передаются ему колесомъ безъ измѣненія величины силъ; а затѣмъ, неправильности въ формѣ рельса и колесъ вызываютъ новыя, иногда самыя большія силы, для вѣрной оцѣнки которыхъ необходимы теоретическія соображенія. Насколько эти послѣднія соображенія важны, достаточно напѣмнить результаты прямыхъ наблюденій Дудлея. При нихъ оказалось, что тендерное колесо съ ободомъ неправильной формы, производившее при статической нагрузкѣ рельса давленіе всего въ 6.250 килограммовъ, вызывало въ рельсѣ, при движеніи по немъ колеса, наибольшее напряженіе въ 16,61 килогр. на кв. миллим., тогда какъ паровозное колесо, съ болѣе правильными формами его шины, производившее при покоѣ давленіе на рельсѣ въ 13.090 килогр., вызывало въ рельсѣ, при движеніи колеса, напряженіе всего въ 16,11 килогр.

Наблюденіями должны быть опредѣлены:

въ отношеніи полотна и верхняго строенія—

коэффициентъ постели шпаль;

размѣры шпаль;

разстояніе между серединами шпаль;

прогибы рельса при статическомъ дѣйствіи нагрузокъ, прилагаемыхъ къ нему колесами, при разныхъ положеніяхъ колесъ на рельсѣ;

отступленія рельса отъ прямолинейнаго вида.

Въ отношеніи подвижнаго состава наблюденіями должны быть опредѣлены:

вѣсъ колесъ съ осями и со смазочными коробками;

нагрузки, передаваемыя осямъ посредствомъ рессоръ;

жесткость рессоръ;

перегрузки рессоръ при движеніи на станціяхъ и на путяхъ между станціями;

вѣсъ и положеніе избыточныхъ противовѣсовъ, разстоянія ихъ центра инерціи отъ оси вращенія колеса;

длины шатуновъ и мотылей;

вѣсъ поршней, скалокъ, крейцкопфовъ и шатуновъ;
давленіе пара на поршень при разныхъ отсѣчкахъ и
разныхъ скоростяхъ и давленіе противопаровъ при выпускѣ
и сжатіи;

неправильности въ формѣ колесныхъ шинъ, состоящія
въ уклоненіи отъ правильной формы тѣла вращенія, т. е.
положеніе, распространеніе, форма и глубина впадинъ.

Теоретически должны быть опредѣлены:

центробѣжная сила избыточныхъ противовѣсовъ и ея
вертикальная слагающая;

вертикальная слагающая силы, прикладываемой шату-
номъ къ цапфѣ мотыля на одномъ его концѣ и къ крейц-
копфу— на другомъ.

Послѣ всей этой предварительной подготовки теорія
должна воспользоваться полученными результатами, чтобы
включить ихъ въ дифференціальное уравненіе, опредѣляющее
вертикальное ускореніе колеса:

$$\frac{q}{g} \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{q}{g} v^2 \frac{d^2y}{dx^2} = q(1+m) - P \quad (1)$$

Въ этомъ уравненіи членъ $q(1+m)$ заключаетъ всѣ
силы, дѣйствующія на колесо сверху внизъ, а P сила,
прилагаемая рельсомъ къ колесу снизу вверхъ, выраженная
надлежащею функціею отъ проходимаго колесомъ пути x .

Такое уравненіе впервые было проинтегрировано
Циммерманомъ при условіи, что несущее постоянную на-
грузку qm , совершенно круглое колесо, не отдѣлимое отъ
рельса, катится, съ равномерною поступательною скоростью v ,
по прямолинейному рельсу, свободно лежащему концами
на двухъ неподвижныхъ опорахъ, отстоящихъ одна отъ
другой на разстояніи L .

При этомъ уравненіе имѣетъ видъ:

$$\frac{v^2 q}{g} \frac{d^2y}{dx^2} = q(1+m) - \frac{3EI}{L^3} \frac{y}{\left(1 - \frac{x}{L}\right)^2 \frac{x^2}{L^2}}$$

Интегрированіе этого уравненія показало, напримѣръ,
что, въ условіяхъ принятыхъ Циммерманомъ и при посту-

пательной скорости колесъ въ 107 километровъ въ часъ, пониженіе точки прикосновенія колеса съ рельсомъ въ срединѣ пролета, болѣе чѣмъ въ 1,5 раза, превосходитъ статическое дѣйствіе того же колеса съ нагрузкою.

Этотъ результатъ уже указываетъ серьезную необходимость принимать въ расчетъ уравненіе (1). Интегрированіе его представляетъ непреодолимая трудности при обстоятельствахъ, близкихъ къ встрѣчающимся на практикѣ.

Это навело меня на мысль замѣнить динамическую силу P величиною статической нагрузки въ данномъ мѣстѣ, увеличивъ или уменьшивъ эту нагрузку пропорціонально отношенію ординатъ разсматриваемой точки, соотвѣтствующихъ погруженію рельса подъ упомянутыми динамическими и статическими силами, опредѣляя эту динамическую силу P , сообразно сказанному,

$$P = (1 + m) q \times \frac{y_x}{h_x} \dots \dots \dots (2)$$

Величина $(1 + m) q$ выражаетъ сумму вертикальныхъ силъ, статически дѣйствующихъ на колесо, h_x — ординату, равную погруженію точки прикосновенія колеса къ рельсу, удаленной отъ принятаго начала на разстояніе x при статическомъ дѣйствіи силъ, y_x — ординату той же точки при динамическомъ дѣйствіи силъ. Такимъ образомъ получается вмѣсто уравненія (1) слѣдующее уравненіе:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = g(1 + m) - g(1 + m) \frac{y_x}{h_x} \dots \dots \dots (3)$$

Это уравненіе, съ желаемой точностью, можетъ быть проинтегрировано *) не только при условіяхъ, принятыхъ Циммерманомъ, но при какихъ угодно заданіяхъ, соотвѣтствующихъ практическимъ указаніямъ.

Интегрированіе доставитъ величину y_x , соотвѣтствующую заданному x , а уравненіе (2) опредѣлитъ и величину силы P .

*) Н. Петровъ. Вліяніе поступательной скорости на напряженіе въ рельсѣ. 1903 г. стр. 33—34.

Уравненіе (3) относится къ колесу совершенно правильной круглой формы, при движеніи его по прямолинейной поверхности катанія рельса.

Въ случаѣ неправильностей въ формѣ колесной шины или въ формѣ поверхности катанія рельса на мѣсто h_x должна быть поставлена ордината, заключающая въ себѣ не только опусканіе рельса, но и соотвѣтственныя уклоненія неправильныхъ формъ отъ правильныхъ, какъ было мною разъяснено. *)

Принимая въ расчетъ эти неправильности поверхностей и обозначая y' соотвѣтственныя величины ординатъ, опредѣленныхъ наблюденіемъ, получается уравненіе (4)

$$\frac{d^2(y-y')}{dx^2} = g(1+m) - \frac{mg}{l}(y-\bar{y}-y') - g(1+m)\frac{y_x}{h_x} \quad (4)$$

и, наконецъ, обозначая N центробѣжную силу, развиваемую избыточнымъ противовѣсомъ и δ косинусъ угла, составляемаго этою силою съ отвѣсомъ, получимъ уравненіе:

$$\frac{d^2(y-y')}{dx^2} = g\left(1+m+\frac{N\delta}{q}\right) - \frac{mg}{l}(y-\bar{y}-y') - g\left(1+m+\frac{N\delta}{q}\right)\frac{y}{h} \quad (5)$$

вмѣсто уравненія прежде мною приведеннаго. **) Въ этомъ уравненіи y —ордината траекторіи точки прикосновенія двигающагося колеса съ рельсомъ, y' —соотвѣтственная ордината линіи, замѣняющей кругъ на колесѣ или прямую на рельсѣ, \bar{y} —ордината поверхности катанія рельса, когда эта правильная поверхность перемѣщена статическимъ давленіемъ колеса въ начальной точкѣ движенія; h —ордината поверхности катанія рельса, соотвѣтствующая статическому дѣйствию колеса въ той же точкѣ; g ускореніе силы тяжести; m —отношеніе нагрузки, лежащей на рессорѣ, къ вѣсу колеса съ половиною его оси и съ вѣсомъ смазочной коробки; l —полный прогибъ рессоры подъ статическимъ дѣйствіемъ полной нагрузки.

*) Н. Петровъ. Вліяніе поступ. скорости колеса, упругости основныхъ опоръ рельса и неправильностей вида рельса и колеса на напряженія въ рельсѣ. 1903 г. Декабрь.

**) Н. Петровъ. Напряженія въ рельсахъ отъ изгибовъ въ вертикальной плоскости и вѣроятность опредѣленія этихъ напряженій опытами. 1906 г. стр. 7.

При правильной формѣ колеса и рельса величина $y' = 0$. Величина $y - \bar{y}$ обыкновенно составляет нѣсколько десятыхъ долей миллиметра, тогда какъ при очень жесткихъ рессорахъ l не менѣе 50 миллиметровъ. Такимъ образомъ $\frac{y - \bar{y}}{l}$ не болѣе 0,002. Слѣдовательно, членъ $\frac{y - \bar{y}}{l} m g$ по сравненію съ членомъ $m g$ такъ малъ, что членомъ $\frac{y - \bar{y}}{l} m g$ можно пренебречь и исключить изъ уравненія (4).

Принявъ эти упрощенія, надо написать вмѣсто уравненія (5):

$$\frac{d^2(y - y')}{dx^2} = g(1 + m + \frac{N\delta}{q}) - g(1 + m + \frac{N\delta}{q}) \frac{y}{h} \dots \dots (5) \text{ bis}$$

Величины h суть ординаты соотвѣтствующія статически дѣйствующимъ силамъ $g(1 + m + \frac{N\alpha}{q})$, а y суть ординаты при динамическомъ дѣйствіи колеса.

Интегрированіе уравненія (5) въ предѣлахъ t и t_1 , даетъ:

$$\frac{dy}{dt} - \left(\frac{dy}{dt}\right)_{t=t_1} = g(1 + m)(t - t_1) - \frac{g}{2}(1 + m)\left(\frac{y}{h} + \frac{y_1}{h_1}\right)(t - t_1) + \frac{gN}{2q}(\delta + \delta_1)(t - t_1) - \frac{gN}{2q}\left(\delta \frac{y}{h} + \delta_1 \frac{y_1}{h_1}\right)(t - t_1).$$

Второе интегрированіе въ тѣхъ же предѣлахъ t и t_1 , даетъ:

$$y - y_1 = \left(\frac{dy}{dt}\right)_{t=t_1}(t - t_1) + g(1 + m)\frac{(t - t_1)^2}{2} - g\frac{1 + m}{4}\left(\frac{y}{h} + 3\frac{y_1}{h_1}\right)\frac{(t - t_1)^2}{2} + \frac{gN}{4q}(\delta + 3\delta_1)\frac{(t - t_1)^2}{2} - \frac{g}{4q}\left(\delta \frac{y}{h} + 3\delta_1 \frac{y_1}{h_1}\right)\frac{(t - t_1)^2}{2}$$

Обозначая $\frac{dy}{dt} = \omega$ и $\left(\frac{dy}{dt}\right)_{t=t_1} = \omega_1$, $t - t_1 = \frac{a}{c}$ и рѣшая уравненія относительно y_i , найдемъ, что

$$y_{i-1} + \omega_i \frac{a}{c} + \frac{3}{8} g \left[\frac{1+m}{3} \left(4 - 3 \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} \right) + \frac{1}{3} N \delta_i + \frac{N \delta_{i-1}}{q} \left(1 - \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} \right) \right] \frac{a^2}{c^2} \\ y_i = \frac{\dots \dots \dots}{1 + \frac{g}{8 h_i} \left[1 + m + \frac{N \delta_i}{q} \right] \frac{a^2}{c^2}} \dots \dots \dots (6)$$

и

$$\omega_i = \omega_{i-1} + \frac{ga}{2c} \left[(1 + m) \left(2 - \frac{y_i}{h_i} - \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} \right) + \frac{N}{q} \delta_{i-1} \left(1 - \frac{y_i}{h_i} \right) - \frac{N \delta_{i-1}}{q} \left(1 - \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} \right) \right] \dots \dots \dots (7)$$

По этимъ формуламъ вычислены y_i и ω_i , помѣщенные въ слѣдующей таблицѣ. Въ столбцѣ h' помѣщены статическія пониженія безъ вліянія центробѣжной силы; подѣ h —пониженія при участіи нагрузокъ, соотвѣтствующихъ нагрузкѣ колеса и его вѣсу со включеніемъ центробѣжной силы.

При исчисленіи таблицы принято:

$$q = 1250 \text{ килограмм.}$$

$$m = 5$$

$$q(1+m) = 7500$$

$$Q = 134 \text{ килограмм., вѣсъ избыточнаго противовѣса}$$

$$D = 119,4 \text{ сантимет., діаметръ колеса}$$

$$l = 75 \text{ сантимет.}$$

$$a = 7,5 \text{ сантимет.}$$

$$v = 50 \text{ верстъ въ часъ}$$

$$c = 1389 \text{ сантимет. въ секунду}$$

$$N = 2350 \text{ килограмм., центробѣжная сила}$$

$$\delta = \text{косинусъ угла, составляемаго центробѣжною силою съ отвѣсомъ.}$$

$$\frac{N}{q} = \frac{2350}{1260} = 1,88$$

$$h' \text{ пониженія рельса подѣ грузомъ } q(1+m)$$

$$h \text{ пониженія рельса подѣ грузомъ } q(1+m + \frac{N}{q}\delta).$$

$$\frac{a}{c} = \frac{7,5}{1389} = 0,0054$$

$$\left(\frac{a}{c}\right)^2 = 0,00002916$$

При такихъ данныхъ

$$y_i = \frac{y_{i-1} + 0,0054 \omega_{i-1} + 0,010731 \left[2(4-3 \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} + \frac{1}{3} \frac{N\delta_i}{q} + 1,88 \delta_{i-1} \left(1 - \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} \right) \right]}{1 + \frac{0,003577}{h_i} (6 + 1,88 \delta_i)} \quad (8)$$

$$\omega = \omega_{i-1} + 2,6487 \left\{ 6 \left(2 - \frac{y_i}{h_i} - \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} \right) + 1,88 \left[\delta_i \left(i - \frac{y_i}{h_i} \right) + \delta_{i-1} \left(1 - \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} \right) \right] \right\} \quad (9)$$

ТАБЛИЦА I.

Встѣк проект. центроб. силы. килогр.	$750 + N\delta$ килогр.	δ	h^1 сантим.	h сантим.	$1,88\delta_i$	y_i	ω_i	$\frac{y_i}{h_i} = \alpha$
—	7.500	0	0,2839	0,2839	0	0,2839	0	1
294,5	7.794,5	0,1	0,2849	0,2961	0,23562	0,2977	— 0,0193	1,0054
584,4	8.084,4	0,2	0,2860	0,3083	0,46754	0,3116	— 0,2918	1,0107
866,22	8.366,2	0,3	0,2869	0,3200	0,69208	0,3231	— 0,6470	1,0097
1132,15	8.632,2	0,4	0,2875	0,3309	0,90571	0,3339	— 0,9658	1,0090
1381,30	8.881,3	0,5	0,2878	0,3408	1,10504	0,3409	— 1,1361	1,0003
1608,7	9.108,7	0,6	0,2875	0,3492	1,28695	0,3473	— 1,0983	0,9945
1810,7	9.310,7	0,7	0,2869	0,3562	1,44854	0,3525	— 0,7870	0,9896
1984,5	9.484,5	0,8	0,2860	0,3616	1,58734	0,3609	— 0,5946	0,9980
2126,5	9.626,5	0,9	0,2849	0,3656	1,70108	0,3695	— 0,7727	1,0107
2235,0	9.735,0	1,0	0,2839	0,3685	1,77729	0,3766	— 1,4442	1,0220
2308,5	9.808,5	0,1	0,2849	0,3724	1,84670	0,3885	— 2,8056	1,0437
2345,5	9.845,5	0,2	0,2860	0,3750	1,87630	0,3951	— 4,0373	1,0536
2345,5	9.845,5	0,3	0,2889	0,3766	1,87630	0,3797	— 5,1067	1,0082
2308,5	9.808,5	0,4	0,2875	0,3759	1,84670	0,3629	— 4,5586	0,9654
2235,0	9.735,0	0,5	0,2878	0,3736	1,77799	0,3530	— 3,9115	0,9448

Помѣщенные въ этой таблицѣ величины $\frac{y_i}{h_i}$ соотвѣтствуютъ коэффициенту α , поставленному въ формулѣ профессора Ю. В. Ломоносова.

Изъ таблицы видно, что при наиболѣе пониженномъ положеніи противовѣса, пришедшемся во второмъ пролетѣ, между дѣленіями 0,2 и 0,3 рельсу передается динамическое давленіе колеса приблизительно на 5,4% болѣе статическаго давленія, состоящаго изъ вѣса колеса съ

нагрузкою и съ центробѣжной силою избыточнаго противовѣса *).

По удостовѣренію профессора Ломоносова разсмотрѣнный противовѣсъ относится къ наиболѣе распространенному у насъ типу товарныхъ паровозовъ. Подъ его вліяніемъ давленіе колеса на рельсъ увеличивается на $1,31 \times 1,054 = 1,38$, т. е. значительно менѣе, чѣмъ въ 1,5 раза.

Вліяніе же неправильности формы бандажей при незначительно изношенныхъ колесахъ, со впадинами глубиною около 2 миллиметровъ, достигаетъ даже 70%, т. е. вдвое значительнѣе вліянія противовѣсовъ.

При впадинахъ глубиною до 4 миллиметровъ динамическое дѣйствіе колеса на рельсъ превосходитъ статическое приблизительно въ 2,3 раза, т. е. превосходитъ вліяніе противовѣсовъ въ отношеніи $130 : 38 = 3,4$ раза.

Для опредѣленія α при динамическомъ вліяніи совокупности силъ: центробѣжной, избыточнаго противовѣса, вертикальной, слагающей давленія пара и силъ инерціи поршня со связанными вмѣстѣ съ нимъ частями машины при обозначеніи всей этой совокупности Z , надо эту силу Z вставить въ предыдущія формулы вмѣсто N .

Тогда получатся слѣдующія, вполне новыя, уравненія (10) . . (13).

$$y_i = \frac{y_{i-1} + \omega_{i-1} \frac{a}{c} + \frac{3}{8} g \frac{a^2}{c^2} \left[\frac{1+m}{3} 4 - 3 \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} \right] + \frac{Z_{i-1}}{q} \left[1 - \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} \right]}{1 + \frac{q}{8 h_{i-1}} \left[1 + m + \frac{Z_i}{q} \right] \frac{a^2}{c^2}} \quad (10)$$

$$\omega_i = \omega_{i-1} + \frac{g}{2} \frac{a}{c} \left\{ (1+m) \left(2 - \frac{y_i}{h_i} - \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} \right) + \frac{Z_i}{q} \left(1 - \frac{y_i}{h_i} \right) + \frac{Z_{i-1}}{q} \left(1 - \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} \right) \right\} \quad (11)$$

Примѣняя эти формулы къ тому же колесу, къ которому онѣ были примѣнены при исчисленіи таблицы 1, сохраняя ту же скорость $v = 50$ верстъ въ часъ и опредѣляя силы Z по фиг. 8 доклада профессора Ю. В. Ломоносова, получимъ слѣдующія уравненія:

*) Въ формулахъ, опредѣляющихъ вліяніе противовѣса, приведенныхъ на стр. 39 и 40 и въ таблицѣ XXVIII, стр. 106 и 107 (см. Н. Петровъ «Напряженіе въ рельсахъ отъ изгибовъ въ вертик. плоск.», 1906 г.) вкрались ошибки, оставшіяся донинѣ никѣмъ не замѣченными. Въ настоящее время онѣ устранены какъ въ уравненіяхъ (4)–(9), такъ и въ табл. 1.

$$y^i = \frac{y_{i-1} + 0,0054 \omega_{i-1} + 0,010731 \left[2 \left(4 - 3 \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} \right) + \frac{1}{3} \frac{Z_i}{q} + \frac{Z_{i-1}}{q} \left(1 - \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} \right) \right]}{1 + \frac{0,003577}{h_i} \left(6 + \frac{Z_i}{q} \right)} \quad (12)$$

$$\omega_i = \omega_{i-1} + 2,6487 \left[6 \left(2 - \frac{y_i}{h_i} - \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} \right) + \frac{Z_i}{q} \left(1 - \frac{y_i}{h_i} \right) + \frac{Z_{i-1}}{q} \left(1 - \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} \right) \right] \quad (13)$$

Рѣшая эти уравненія, получимъ таблицу 2.

ТАБЛИЦА 2.

При совершенно кругломъ колесѣ.

δ	Z_i Силы по диаграммѣ Ю. В. Ломоно- сова. Килогр.	$1 + \frac{Z_i}{(1+m)q}$	$\frac{Z_i}{q}$	Погруженія рельса при статическихъ нагрузкахъ:		Погруже- нiя рельса при динамиче- скомъ дѣйстви y_i Сантим.	Верти- кальная скорость ω_i Сантим.	$\frac{y_i}{h_i}$
				$(1+m)q$ h'_i Сантиметры.	$(1+m)q + Z_i$ h_i Сантиметры.			
0	0	1	0	0,2839	0,2839	0,2839	0	1
0,1	800	1,1067	0,610	0,2849	0,3153	0,2662	2,7401	0,8442
0,2	1.350	1,1800	1,080	0,2860	0,3375	0,2823	8,5467	0,8364
0,3	1.600	1,2133	1,280	0,2869	0,3481	0,3413	12,0016	0,9805
0,4	1.900	1,2533	1,520	0,2875	0,3603	0,4043	11,3168	1,1221
0,5	2.100	1,2800	1,608	0,2878	0,3684	0,4309	5,1699	1,1696
0,6	2.150	1,2867	1,720	0,2875	0,3699	0,4386	— 2,3422	1,1857
0,7	2.250	1,3000	1,800	0,2869	0,3730	0,4080	— 6,9699	1,0402
0,8	2.350	1,3133	1,880	0,2860	0,3756	0,3609	— 7,1236	0,9676
0,9	2.400	1,3200	1,920	0,2849	0,3761	0,3287	— 4,4386	0,8740
1,0	2.500	1,3333	2,000	0,2839	0,3785	0,3198	1,4813	0,8449
0,1	2.550	1,3400	2,040	0,2849	0,3818	0,3393	7,1401	0,8886
0,2	2.600	1,3467	2,080	0,2860	0,3872	0,3869	9,2181	1,0149
0,3	2.600	1,3467	2,080	0,2869	0,3864	0,4320	6,3990	1,1180
0,4	2.500	1,3333	2,000	0,2875	0,3833	0,4512	0,1210	1,1771
0,5	2.450	1,3267	1,960	0,2878	0,3818	0,4319	— 6,3979	1,1312
0,6	2.350	1,3113	1,880	0,2875	0,3770	0,3855	— 7,9431	1,0225
0,7	2.150	1,2867	1,720	0,2869	0,3692	0,3432	— 6,9732	0,9296
0,8	1.800	1,2400	1,440	0,2860	0,3546	0,3134	— 3,7838	0,9112
0,9	1.450	1,1933	1,160	0,2849	0,3400	0,3029	0,0352	0,8909
1,0	1.100	1,1467	0,880	0,2839	0,3255	0,3299	1,8583	1,0135
0,1	750	1,1000	0,600	0,2849	0,3134	0,3362	0,3519	1,0721
0,2	550	1,0733	0,440	0,2860	0,3070	0,3311	— 2,0415	1,0785
0,3	400	1,0533	0,320	0,2869	0,3022	0,3147	— 4,0719	1,0413
0,4	500	1,0667	0,400	0,2875	0,3067	0,2903	— 3,8530	0,9463
0,5	770	1,0127	0,616	0,2878	0,3174	0,2856	0,2864	0,8998
0,6	730	1,0973	0,584	0,2875	0,3155	0,3003	5,0252	0,9518
0,7	500	1,0667	0,400	0,2869	0,3060	0,3312	5,1466	1,0823
0,8	200	1,0267	0,160	0,2860	0,2936	0,3503	0,6008	1,1931
0,9	— 100	0,9867	— 0,080	0,2849	0,2811	0,3367	— 5,6197	1,1977
1,0	— 400	0,9467	— 0,320	0,2839	0,2688	0,2921	— 10,0541	1,0867
0,1	— 700	0,9069	— 0,560	0,2849	0,2583	0,2343	— 10,0261	0,9071
0,2	— 900	0,8800	— 0,720	0,2860	0,2517	0,1902	— 5,2758	0,7556
0,3	— 1.150	0,8467	— 0,812	0,2869	0,2429	0,1901	1,1282	0,7827
0,4	— 1.300	0,8267	— 1,040	0,2875	0,2377	0,2134	5,4582	0,8977
0,5	— 1.450	0,8067	— 1,160	0,2878	0,2322	0,2471	5,8202	1,0642
0,6	— 1.500	0,8000	— 1,200	0,2875	0,2300	0,2720	2,6756	1,1826
0,7	— 1.520	0,7974	— 1,216	0,2869	0,2288	0,2737	— 2,1435	1,1971

δ	Z_i Силы по диаграммѣ Ю. В. Ломоно- сова. Килогр.	$1 + \frac{Z_i}{(1+m)q}$	$\frac{Z_i}{q}$	Погруженія рельса при статическихъ нагрузкахъ:		Погруже- нiя рельса при динами- ческомъ дѣйстви y_i Сантим.	Верти- кальная скорость ω_i Сантим.	$\frac{y_i}{h_i}$
				$(1+m)q$ h'_i Сантиметры.	$(1+m)q + Z_i$ h_i Сантиметры.			
0,8	— 1.500	0,8000	—1,200	0,2860	0,2288	0,2504	— 5,8412	1,0944
0,9	— 1.450	0,8067	—1,160	0,2849	0,2298	0,2151	— 6,1287	0,9360
1,0	— 1.450	0,8067	—1,160	0,2839	0,2290	0,1987	— 3,5401	0,8672
0,1	— 1.450	0,8067	—1,160	0,2849	0,2298	0,1895	0,4096	0,8247
0,2	— 1.500	0,8000	—1,200	0,2860	0,2288	0,2028	4,1010	0,8864
0,3	— 1.520	0,7974	—1,216	0,2869	0,2288	0,2306	4,1145	1,0078
0,4	— 1.500	0,8000	—1,200	0,2875	0,2300	0,2506	2,8778	1,0895
0,5	— 1.450	0,8067	—1,160	0,2878	0,2322	0,2595	0,2377	1,1172
0,6	— 1.350	0,8200	—1,050	0,2875	0,2358	0,2441	— 1,7235	1,0352
0,7	— 1.150	0,8467	—0,812	0,2869	0,2429	0,2356	— 1,6927	0,9617
0,8	— 1.000	0,8667	—0,800	0,2860	0,2479	0,2299	— 0,4294	0,9465
0,9	— 700	0,9067	—0,560	0,2849	0,2583	0,2325	1,7469	0,9001
1,0	0	1	0	0,2839	0,2839	0,2466	5,2746	0,8686
0,1	800	1,1067	0,640	0,2849	0,3153	0,2857	9,0143	0,9061
0,2	1.350	1,1800	1,080	0,2860	0,3375	0,3400	10,5289	1,0073
0,3	1.600	1,2133	1,280	0,2869	0,3481	0,3929	7,9114	1,1287
0,4	1.900	1,2533	1,520	0,2875	0,3603	0,4209	2,0806	1,1682
0,5	2.100	1,2800	1,680	0,2878	0,3684	0,4151	— 3,8489	1,1268
0,6	2.150	1,2867	1,720	0,2875	0,3699	0,3829	— 7,1539	1,0351
0,7	2.250	1,3000	1,800	0,2869	0,3730	0,3435	— 7,7273	0,9209
0,8	2.350	1,3013	1,880	0,2860	0,3756	0,3118	— 3,0450	0,8377
0,9	2.400	1,3200	1,920	0,2849	0,3761	0,3080	4,1778	0,8190
1,0	2.500	1,3333	2,000	0,2839	0,3785	0,3484	9,6977	0,9205
0,1	2.550	1,3400	2,040	0,2849	0,3818	0,4058	10,0449	1,0628
0,2	2.600	1,3467	2,080	0,2860	0,3852	0,4493	5,1463	1,1664
0,3	2.600	1,3467	2,080	0,2869	0,3864	0,4564	— 2,2929	1,1812
0,4	2.500	1,3333	2,000	0,2875	0,3833	0,4254	— 8,4975	1,1098
0,5	2.450	1,3267	1,960	0,2878	0,3818	0,3616	— 9,7688	0,9471

Въ этой таблицѣ $\frac{y_i}{h_i} = \alpha$ соотвѣтствуетъ коэффициенту α , поставленному въ формулѣ профессора Ю. В. Ломоносова.

Изъ таблицы 2, изъ столбца $\frac{y_i}{h_i} = \alpha$, видно, что динамическое дѣйствіе разсматриваемой совокупности силъ болѣе всего превышаетъ статическое ихъ дѣйствіе при $\delta = 0,4$ второго пролета. Мѣра превышенія почти 16%. Для сравненія этого наибольшаго динамическаго дѣйствія со статическимъ дѣйствіемъ вѣса колеса, съ нагрузкою его рессоры безъ добавочныхъ силъ Z , надо сравнить соотвѣтствующія y_i съ h'_i . Искомое отношеніе будетъ $\frac{4444}{2875} = 1,547$

или почти 55%. Сравненіе совокупнаго дѣйствія вѣса колеса съ нагрузкой рессоры вмѣстѣ съ наибольшею силою, указанною на діаграммѣ профессора Ю. В. Ломоносова, т. е. 7500 + 2600, со статическимъ дѣйствіемъ нагруженнаго колеса безъ добавочной силы Z даетъ $\frac{7500 + 2600}{7500} = 1,346$. Динамическое дѣйствіе превышаетъ соотвѣтствующее статическое въ отношеніи $\frac{1547}{1346} = 1,1493$ или почти на 15%.

Этотъ примѣръ указываетъ очень замѣтное различіе между динамическимъ и статическимъ дѣйствіемъ совершенно круглаго колеса на рельсъ при различныхъ дополнительныхъ нагрузкахъ колеса.

Дѣйствіе силъ, не принимавшихся мною до сихъ поръ въ расчетъ, весьма большое, но оно все-таки въ полтора раза меньше вліянія, производимаго впадиною въ 2 миллиметра глубиною, и почти въ два съ половиною раза меньше вліянія, производимаго впадиною въ 4 миллиметра глубины.

Поэтому вліяніе, производимое неправильностями въ формѣ колесныхъ шинъ и рельсъ, не только не можетъ быть оставляемо безъ вниманія, а напротивъ, должно быть изучаемо съ особою осмотрительностью.

Величины $\frac{y_i}{h_i} = \alpha_i$ были опредѣлены мною уже много разъ при разныхъ отступленіяхъ колесныхъ шинъ и поверхностей катанія рельсъ отъ ихъ правильныхъ формъ.

2 Января
1913 г.

Н. Петровъ.

ДОПОЛНЕНІЕ ТРЕТЬЕ.

Предсѣдатель Инженернаго Совѣта поручилъ Инженеру І. Р. Стецевичу принять во вниманіе мои труды, относящіеся къ вопросу о прочности рельсъ.

Затѣмъ эти же труды подверглись нѣкоторому обсужденію въ Комиссіи по вопросамъ о напряженіи въ рельсахъ.

85428 По общему смыслу заключеній какъ доклада І. Р. Стецевича, такъ и сужденій Комиссіи, труды мои не имѣютъ практическаго значенія, а потому не подлежатъ и обсужденію.

Не считая такія заключенія научно обоснованными, нахожу необходимымъ представить мои соображенія, выясняющія дѣло.

Труды мои, главнымъ образомъ теоретическаго свойства, могутъ остановить вниманіе Инженернаго Совѣта, если Совѣтъ вообще интересуется разьясненіемъ такихъ явленій, вліяющихъ на прочность рельса, которыя могутъ быть объясняемы не иначе, какъ теоретическимъ путемъ и при томъ еще въ томъ только случаѣ, если нѣтъ другихъ теоретическихъ изслѣдованій, болѣе современныхъ или лучше разьясняющихъ тѣ же явленія.

Существованіе у Совѣта такого интереса вообще, помимо моихъ трудовъ, доказывается трудами Комиссіи по вопросамъ о напряженіи въ рельсахъ.

Эта Комиссія въ своихъ трудахъ не оставляетъ безъ вниманія теоретическія изслѣдованія; она указываетъ, между прочимъ, что теоретическая формула Циммермана даетъ преувеличенное опредѣленіе момента силъ изгибающихъ рельсъ, если на рельсъ дѣйствуетъ не одно колесо, а си-

стема колесъ; затѣмъ, она посвящаетъ многія страницы обсужденію теоретической формулы профессора Ю. В. Ломоносова; считаетъ нужнымъ принимать во вниманіе неровности пути и вводитъ ихъ вліяніе въ расчетъ по теоретическимъ формуламъ Клапейрона (стр. 47); полагаетъ желательнымъ принимать въ расчетъ (не указывая, какимъ образомъ) неправильности бандажей (стр. 29), упоминая притомъ (стр. 70), что, упуская изъ вида эти неправильности, придется обратиться къ мало изученнымъ и мало объяснимымъ динамическимъ коэффициентамъ. Инженеръ Богуславскій (стр. 70) совершенно основательно указываетъ отсутствіе увѣренности въ томъ, что формула профессора Ломоносова обнимаетъ всѣ факторы воздѣйствія колеса на путь.

Профессоръ Васютинскій (стр. 67) тоже съ полнымъ основаніемъ говоритъ, что надлежало бы:

I. Определить для нѣсколькихъ главнѣйшихъ и наиболѣе распространенныхъ типовъ подвижного состава нагрузку отдѣльныхъ колесъ, происходящую отъ:

- а) дѣйствія противовѣсовъ,
- б) неравномѣрнаго износа бандажей, принявъ таковой согласно даннымъ практики,
- в) конечной длины шатуна,
- г) неодинаковой осѣдаемости рессоръ отъ статической нагрузки, принявъ ту или иную постоянную вертикальную деформацію рельсъ въ зависимости отъ типа верхняго строенія пути.

II. Увеличить статическую нагрузку каждаго колеса на соотвѣтствующій ему динамическій коэффициентъ и определить для системы такихъ грузовъ наибольшіе дѣйствующие моменты и опорныя сопротивленія.

Наконецъ, въ Комиссіи предсѣдатель ея упомянетъ (стр. 72), что, хотя формула профессора Ломоносова можетъ быть и не совершенна, такъ какъ не обнимаетъ въ себѣ всѣхъ факторовъ вліянія на путь, но въ настоящее время болѣе совершенной не имѣется.

Всѣ перечисленные въ трудахъ Комиссіи обстоятельства, вліяющія на прочность рельса, должно признать имѣющими серьезное значеніе и значеніе многихъ изъ нихъ нельзя оцѣнивать, не прибѣгая къ теоріи, но слѣдуетъ упомянуть, что перечень ихъ надо еще пополнить упоминаніемъ о силѣ инерціи самихъ колесъ, рельсъ и шпаль.

Особаго вниманія заслуживаютъ силы инерціи колесъ при неправильности въ формѣ бандажей. Силы инерціи колеса при очень неправильной, не круглой формѣ бандажа, могутъ оказывать вліяніе на прочность рельса болѣе значительное, чѣмъ вліяніе всѣхъ остальныхъ факторовъ.

Все изложенное выше указываетъ, что для Инженернаго Совѣта можетъ представиться неизлишнимъ остановить свое вниманіе на моихъ сужденіяхъ теоретическаго свойства, касающихся прочности рельса.

Что касается теоретическихъ работъ, написанныхъ послѣ моихъ изслѣдованій, которыя, по своему содержанію, могли бы устранить надобность останавливать вниманіе Совѣта на томъ, что въ томъ же отношеніи написано мною, и что, можетъ быть, устарѣло, то далѣе будетъ объяснено, почему докладъ профессора Ломоносова и вышеупомянутые труды Комиссіи по вопросу о прочности рельсъ, не могутъ устранить необходимости принимать въ соображеніе то, что написано мною уже давно.

Докладъ профессора Ю. В. Ломоносова, какъ упомянуто во второмъ дополненіи къ вопросу о прочности рельсъ, не устраняетъ моихъ изслѣдованій потому, что, опредѣливъ силы, дѣйствующія на колесо въ вертикальномъ направленіи, во время движенія колеса, профессоръ полагаетъ возможнымъ исчислять вліяніе этихъ силъ на рельсъ тѣми же способами, которые примѣнимы въ случаяхъ замѣны

всѣхъ этихъ силъ нагрузки, помѣщенными на покойно стоящее колесо. Въ составъ силъ входятъ: вѣсъ самого колеса со всѣми связанными съ нимъ частями, вѣсъ нагрузки, поддерживаемой рессорою; вертикальныя слагающія силы инерціи противовѣсовъ и механизмовъ и, наконецъ, вертикальныя слагающія силы давленія пара на колесо.

Хотя катящееся колесо постепенно то поднимается, то опускается и, слѣдовательно, пріобрѣтаетъ нѣкоторыя скорости то вверхъ, то внизъ и, слѣдовательно, получаетъ ускоренія или вверхъ, или внизъ, но, зависящія отъ этихъ ускореній самого колеса, силы инерціи въ расчетъ профессоромъ Ю. В. Ломоносовымъ не принимаются.

Устраненіе этихъ вертикальныхъ силъ инерціи самого колеса изъ расчетовъ ничѣмъ не оправдывается. О нихъ просто ничего не говорится, несмотря на то, что инерція колеса, какъ указано числами далѣе, при большихъ скоростяхъ можетъ оказывать весьма замѣтное вліяніе и при совершенно правильной, круглой формѣ бандажа; а при неправильности формы, при значительной глубинѣ плоскихъ мѣсть, вліяніе силы инерціи колеса можетъ превосходить вліяніе всѣхъ другихъ силъ, принимаемыхъ въ расчетъ профессоромъ Ю. В. Ломоносовымъ.

Въ мои формулы вліяніе инерціи колеса впервые вводится съ полною желательною точностью; а при примѣненіи этихъ формулъ къ частнымъ случаямъ, съ тою степенью точности, какая допускается другими обстоятельствами, относящимися къ этимъ случаямъ.

Труды Комиссіи по вопросамъ о напряженіяхъ въ рельсахъ и объ остальныхъ составныхъ частяхъ верхняго строенія желѣзнодорожнаго пути не устраняютъ моихъ изслѣдованій потому, что въ этихъ трудахъ о главномъ предметѣ моихъ изслѣдованій, о вліяніи силъ инерціи колеса на напряженіе въ рельсахъ, ничего не сказано.

Найденное мною рѣшеніе вопроса о динамическомъ дѣйствіи самого колеса на рельсъ представляло до моихъ изслѣдованій трудности непреодолимая; Комиссія оставила его безъ вниманія, ограничившись второстепеннымъ вопросомъ о большей или меньшей трудности примѣненія формулъ Циммермана или моей, упустивъ изъ вида, что тамъ, гдѣ примѣнима формула Циммермана, моя формула тождественна съ Циммермановою и обѣ формулы примѣняются одинаково легко.

Комиссія не замѣтила, что приведенная мною формула—есть только самое простое средство для опредѣленія рельсовыхъ статическихъ прогибовъ, необходимыхъ для примѣненія моей теоріи и что, ни мало не измѣняя сущности моей теоріи, найденная мною формула, въ необходимыхъ случаяхъ, можетъ быть замѣнена, на примѣръ, уравненіями Клапейрона, или просто результатами наблюденій надъ прогибами рельса при разныхъ нагрузкахъ однимъ или нѣсколькими колесами, что мною было указываемо.

Говоря о формулѣ профессора Ю. В. Ломоносова и признавая ее лучшею изъ существующихъ, Комиссія не остановила своего вниманія на томъ, что формула эта опредѣляетъ только силы, прилагаемыя къ самому колесу при его движеніи, оставляя безъ указанія, въ какой мѣрѣ эти силы будутъ переданы колесомъ рельсу подъ вліяніемъ силы инерціи самого колеса. Формула профессора, если она будетъ правильно составлена въ числахъ, нужна и она всегда предвидѣлась при моихъ изслѣдованіяхъ; но она нужна какъ часть подготовительной работы при рѣшеніи вопроса о прочности рельса. Съ ея помощью и съ помощью моей формулы при одиночномъ колесѣ, когда это допустимо по расположенію осей, или съ помощью уравненій Клапейрона, если необходимо принимать въ расчетъ дѣйствіе системы колесъ, или, наконецъ, съ помощью предварительныхъ наблюденій надъ прогибами рельса при статическомъ дѣйствіи силъ, принимаемыхъ въ расчетъ, должны быть опредѣлены перемѣщенія точекъ прикосно-

венія колеса съ рельсомъ, соотвѣтствующія статическому дѣйствию силъ, указанныхъ въ формулѣ профессора Ю. В. Ломоносова. Послѣ такой подготовительной работы, примѣненіе моей теоріи опредѣлитъ вліяніе инерціи самого колеса и вліяніе всѣхъ, безъ исключенія, силъ, дѣйствующихъ на рельсъ, будетъ принято въ расчетъ. Примѣненіе моей теоріи одинаково возможно какъ при совершенно правильной круглой формѣ колесъ и прямолинейной формѣ поверхности катанія рельсъ, такъ и при неправильныхъ и заранѣе опредѣленныхъ формахъ колесъ и рельсъ. Во всѣхъ случаяхъ динамическіе коэффициенты могутъ быть опредѣлены съ тою точностью, которая соотвѣтствуетъ точности допущенія упругихъ свойствъ верхняго строенія пути.

Въ виду ли неточности этого допущенія, или по какимъ-либо инымъ соображеніямъ, но Комиссіею признается правильнымъ указаніе инженера І. Р. Стецевича, основанное имъ на таблицѣ, помѣщенной въ его докладѣ (стр. 20) и составленной по даннымъ, заключающимъ такую опечатку, которая привела къ извращеннымъ заключеніямъ.

Все изложенное о трудахъ Комиссіи указываетъ, что и ея труды не устраняютъ надобности принимать въ соображеніе и мои изслѣдованія; особенно при неизбѣжной необходимости употреблять при движеніи поѣздовъ и колеса не совершенно правильной круглой формы и рельсы съ непрямолинейною формою поверхностей катанія.

Послѣднее соображеніе, нужное Инженерному Совѣту прежде приступа къ ознакомленію съ моею теоретическою работою о прочности рельсъ, должно касаться вопроса, имѣетъ ли практическое значеніе та часть усилій, дѣйствующихъ на рельсъ, которая опредѣляется новою теоріею. Эта часть усилій, вызываемая инерціею колеса, зависитъ какъ отъ упругихъ свойствъ пути, такъ и отъ состоянія поверхностей катанія колесъ и рельсъ, равно и отъ скорости движенія.

Если эта часть усилий не велика по сравненію съ другими силами, дѣйствующими на рельсъ, и если въ виду ея незначительности она можетъ быть пренебрегаема, то новая теорія, не имѣющая практическаго значенія, не заслуживаетъ вниманія Совѣта; но если опытъ указываетъ, что изученная новою теоріею часть усилий можетъ быть значительною, то теоріею, указывающею эту часть, надо воспользоваться, и Совѣту прилично заняться ею.

Никто не сомнѣвается, что неправильно изношенныя колеса производятъ на рельсы очень большія давленія, иногда превосходящія всю сумму давленій, вызываемую всѣми остальными обстоятельствами. Величину такихъ добавочныхъ давленій, зависящихъ отъ неправильностей формъ колесъ и рельсъ, при разныхъ скоростяхъ, и при опредѣленныхъ упругихъ свойствахъ верхняго строенія, можно исчислять не иначе, какъ при помощи новой теоріи. Инерція колеса имѣетъ, однако, значеніе и при колесахъ мало изношенныхъ и даже при колесахъ совершенно правильной формы. О дѣйствительныхъ величинахъ этого вліянія даютъ ясныя понятія какъ опыты Дудлея, такъ и исчисленія, сдѣланныя пользуясь новою теоріею. Въ опытахъ Дудлея находимъ, что тендерное, неправильной формы колесо, производившее статическое давленіе на рельсъ въ 6.250 килограммовъ, вызывало, во время движенія, напряженіе въ рельсъ въ 16,61 килограмма на квадратный сантиметръ. вмѣстѣ съ тѣмъ, малоизношенное паровозное колесо, производившее статическое давленіе на рельсъ въ 13.090 килограммовъ, вызывало при движеніи напряженіе въ рельсъ всего 16,11 килограмма на квадратный сантиметръ. Тендерное колесо, производившее статическое давленіе на рельсъ въ 48% отъ соотвѣтственнаго давленія паровознаго колеса, должно было бы, при правильной формѣ колеса, вызывать при движеніи напряженіе въ рельсъ $0,48 \times 16,11 = 7,73$ килограмма на квадратный сантиметръ, а не 16,61 килограмма. Добавочное напряженіе $16,61 - 7,73 = 8,88$, замѣтно превышающее 7,73, вызывалось инерціею колеса.

Вычисленіе, приведенное въ приложеніи IV, указываетъ въ табл. I, что, при скорости въ 52 километра, инерція правильной формы колеса увеличиваетъ напряженіе въ рельсѣ почти на 7⁰/₀, а если на колесѣ есть плоское мѣсто, глубиною въ 0,2 сантиметра, то напряженіе увеличивается еще на 29⁰/₀, или всего на 36⁰/₀. Другое вычисленіе, относящееся къ колесу совершенно правильной формы, катящемуся съ поступательной скоростью въ 104 километра въ часъ (приложеніе IV, табл. II) показываетъ, что инерція колеса прибавляетъ къ суммѣ всѣхъ остальныхъ силъ, до 24⁰/₀, а при присутствіи на шинѣ плоскаго мѣста, глубиною въ 0,2 сантиметра, прибавляетъ сверхъ упомянутыхъ 24⁰/₀ еще 17⁰/₀, или всего вмѣстѣ 41⁰/₀.

Такимъ образомъ, и опытнымъ путемъ и путемъ вычисленій новой теоріи доказано очень большое вліяніе инерціи самого колеса на напряженіе въ рельсѣ и, слѣдовательно, всесторонне выяснена необходимость остановить вниманіе Инженернаго Совѣта на составленной мною новой теоріи, являющейся единственной способной показать вліяніе неправильной формы колесъ.

Признавая необходимымъ обсудить въ Инженерномъ Совѣтѣ мои теоретическія соображенія о прочности рельсъ, надо имѣть въ виду, что соображенія такого рода начались болѣе полустолѣтія до настоящаго времени и касались какъ статическаго дѣйствія нагрузокъ, поддерживаемыхъ рельсомъ, такъ и динамическаго дѣйствія колесъ. Разрѣшеніе вопроса о динамическомъ дѣйствіи колеса на прочность рельса, принимая въ расчетъ и инерцію колеса представляло (какъ было мною упомянуто неоднократно) математическія трудности непреодолимая.

Мои работы, прежде всего, относятся къ этой именно, наиболѣе трудной части общаго вопроса о прочности рельса, и потому мои работы начинаются съ указанія, какъ можетъ

быть разрѣшенъ вопросъ о динамическомъ дѣйстви колеса на рельсъ, избѣгая трудности не поддававшіяся, усилямъ знаменитыхъ математиковъ.

Лица, занимавшіяся этимъ вопросомъ, знаютъ, что основное начало для правильнаго разрѣшенія вопроса о динамическомъ дѣйстви колеса на рельсъ было установлено знаменитымъ англійскимъ математикомъ Стоксомъ. Составленное имъ дифференціальное уравненіе служило исходнымъ началомъ для всѣхъ дальнѣйшихъ математическихъ работъ по этому вопросу. Сенъ Венанъ, знаменитый французскій математикъ, нѣсколько еще пополнилъ постановку вопроса сдѣланную Стоксомъ, принявъ въ расчетъ не только инерцію колеса, но и инерцію рельса.

Математическія трудности для достиженія точнаго рѣшенія, представлявшіяся при разрѣшеніи вопроса, даже не осложненнаго Сенъ Венаномъ, а остающагося въ томъ видѣ, какъ онъ былъ поставленъ Стоксомъ, оставались совершенно непреодолимыми до Циммермана. Циммерманъ, желая хотя бы немного освѣтить динамическое дѣйствіе колеса на рельсъ, рѣшился допустить *) неосуществимыя на практикѣ условія: совершенно правильную круглую форму колеса, совершенно прямолинейную форму поверхности катанія рельса, имѣющаго длину равную разстоянію между серединами опоръ, полную неподвижность опоръ и неотдѣлимость колеса отъ рельса. При такихъ условіяхъ Циммерманъ проинтегрировалъ уравненіе Стокса и нашелъ точное математическое рѣшеніе вопроса. Трудъ Циммермана, не разрѣшившій практическаго вопроса, не остался вполнѣ бесполезнымъ. Онъ все же показалъ, что наибольшее динамическое дѣйствіе колеса можетъ проявляться не на серединѣ пролета, какъ предполагали всѣ его предшественники и какъ, повидимому, многіе склонны думать и теперь, а въ нѣкоторой точкѣ рельса, куда колесо придетъ, пройдя середину пролета между шпалами.

*) Второе дополненіе мое къ вопросу о прочности рельса.

Неуспѣхъ всѣхъ математиковъ и инженеровъ въ разрѣшеніи математическаго вопроса о динамическомъ дѣйствіи катящагося колеса на рельсъ, при обстоятельствахъ близкихъ къ существующимъ въ дѣйствительности, требуетъ особенно осторожнаго отношенія ко всякимъ новымъ попыткамъ разрѣшить тотъ же трудный вопросъ.

При нѣкоторой, хотя бы и не очень большой, сложности новаго математическаго рѣшенія, прежде предложенія приступить къ изученію его, надо представить доводы, указывающіе, что бывшіе до нынѣ непреодолимые препятствія къ разрѣшенію математическаго вопроса могутъ быть дѣйствительно устранены безъ ущерба въ правильности рѣшенія и что желательное рѣшеніе можетъ быть найдено при фактически осуществимыхъ условіяхъ.

По поводу математическихъ трудностей, оставшихся до моей работы непреодолимыми, можно сказать, что эти трудности мною устранены путемъ новой математической постановки вопроса. Правильность принятой мною математической постановки удостовѣрена отличнымъ знатокомъ математики и теоретической механики, профессоромъ Московскаго Университета Н. Е. Жуковскимъ. Этимъ оправдывается мое право привлечь вниманіе инженеровъ къ моей работѣ.

По постановкѣ вопроса принятой Стоксомъ, математическая задача состояла въ опредѣленіи величины пониженія точки прикосновенія рельса съ колесомъ, въ зависимости отъ пройденнаго колесомъ пути. Рѣшеніе вопроса при такой постановкѣ, какъ выше упомянуто, не удавалось.

Въ предложенной мною постановкѣ вопроса математическая задача состоитъ, какъ и прежде, въ опредѣленіи величины пониженія точки рельса, соприкасающейся съ катящемся колесомъ, но въ зависимости не отъ пройденнаго колесомъ пути, а въ зависимости отъ пониженія той

же самой точки рельса при прикосновении его с тѣмъ же колесомъ, подвергнутымъ дѣйствию тѣхъ же силъ, по находящимся не въ движеніи, а въ покоѣ.

Рѣшеніе задачи динамической поставлено въ связь съ рѣшеніемъ болѣе простой задачи статической.

Уравненіе Стокса, преобразованное надлежащимъ образомъ, сообразно съ новою постановкою вопроса, интегрируется весьма просто и при томъ съ любою заданною точностью.

Разрѣшеніе динамической задачи достигается легко послѣ разрѣшенія вопроса о статическомъ пониженіи точки рельса, соприкасающейся съ колесомъ при дѣйстви на него приложенныхъ къ нему по заданію силъ.

Надлежащее разрѣшеніе статической задачи достигается не всегда одинаково легко.

Въ случаяхъ подобныхъ встрѣчавшимся при опытахъ Дудлея, когда при очень сближенныхъ шпалахъ, (около 50 сант.) и при широко разставленныхъ осяхъ (около 260 сант.) разстояніе между послѣдними было болѣе 5 пролетовъ, можно опредѣлять пониженія точекъ рельса подъ колесомъ, рассматривая дѣйствию одного только колеса. Рѣшеніе, достигаемое такимъ образомъ, почти не отличается отъ рѣшенія, получаемого съ довольно большимъ трудомъ, примѣняя формулы Клапейрона, вводя въ нихъ дѣйствию трехъ колесъ.

Подробности рѣшенія въ условіяхъ, относящихся къ опытамъ Дудлея, приведены въ приложеніи I. Оказалось, что при нагрузкѣ двухъ ведущихъ колесъ силами P и задняго колеса паровой телѣжки силою $\frac{P}{2}$, при разстояніи между серединами шпаль L , моментъ изгибающихъ рельсъ силъ относительно точки рельса, по серединѣ пролета, когда ведущее колесо находится надъ этою точкою, опредѣляется формулою $M = 0,4024 PL$.

Вычисленіе момента при той же нагрузкѣ ведущаго колеса и относительно той же точки, принимая въ расчетъ только одно колесо, какъ я дѣлалъ при моихъ расчетахъ,

приводить къ величинѣ $\max. M = 0,4044 PL$. Это преувеличеніе, составляющее около 0,5%, такъ незначительно, что если бы Комиссія его предвидѣла, то едва ли она признала бы, что расчеты, сдѣланные мною при изученіи опытовъ Дудлея, по формулѣ, относящейся къ одному колесу, не заслуживаютъ довѣрія въ виду получаемыхъ этимъ путемъ слишкомъ преувеличенныхъ результатовъ. Она не сказала бы этого, тѣмъ болѣе, потому, что считала найденные мною динамическіе коэффиціенты преувеличенными, а между тѣмъ преувеличеніе статическихъ моментовъ, введенныхъ въ моей таблицѣ, приводило не къ преувеличенію, а къ преуменьшенію динамическихъ коэффиціентовъ.

При болѣе близкомъ расположеніи осей подвижного состава и болѣе широкомъ размѣщеніи шпаль, замѣна дѣйствія системы колесъ дѣйствіемъ одного колеса можетъ вести къ болѣе значительнымъ ошибкамъ. Судя по нѣкоторымъ сравнительнымъ расчетамъ, показаннымъ въ приложеніи II, различіе въ результатахъ расчетовъ по двумъ способамъ можетъ достигать 6—7% и (въ крайнихъ случаяхъ) 16%.

При такихъ неблагопріятныхъ обстоятельствахъ, дѣйствіе нѣсколькихъ колесъ, безъ замѣтнаго небольшого преувеличенія изгибающихъ моментовъ, нельзя замѣнить дѣйствіемъ одного колеса.

Пониженіе точекъ рельса, прикасающихся съ колесомъ, при дѣйствіи нѣсколькихъ колесъ должно быть опредѣляемо при помощи уравненій Клапейрона.

Примѣненіе этихъ уравненій къ опредѣленію пониженій не одной средней въ пролетѣ между опорами точки рельса, а достаточно большого (хотя бы десяти) числа точекъ, какъ это необходимо для исчисленія динамическаго дѣйствія катящагося колеса, представляетъ большія затрудненія, перечисленные въ приложеніи VI. Рѣшеніе очень большого числа уравненій требуетъ и большого вниманія и очень большого времени.

Но этотъ способъ, при всей его трудности, по количеству механической работы вычислителя, нельзя назвать не исполнимымъ и онъ можетъ приводить къ желательному, по точности, рѣшенію той статической задачи, которая совершенно необходима и достаточна для разрѣшенія задачи динамической о величинахъ моментовъ силъ изгибающихъ рельсъ и о величинахъ давленія на опоры, производимыхъ катящимся съ данною скоростью колесомъ, правильной или неправильной формы, по рельсу, поддерживаемому упругими опорами и имѣющему правильную или неправильную поверхность катанія. Словомъ, онъ приведетъ къ опредѣленію, съ желаемою точностью, величины динамическаго коэффициента, о которомъ въ Комиссіи упомянуто, какъ о чемъ то мало изученномъ и мало обоснованномъ (стр. 29).

Намѣреніе Комиссіи заняться разрѣшеніемъ статической задачи, примѣняя уравненія Клапейрона, для разныхъ, хотя бы важнѣйшихъ типовъ паровозовъ, можно привѣтствовать, не скрывая отъ себя большихъ трудностей исполненія, указанныхъ въ приложеніи VI.

Слѣдовало бы это намѣреніе распространить и на разные типы верхняго строенія, такъ какъ въ уравненія Клапейрона входитъ характеристика пути въ видѣ величины γ .

Если самъ я этого не дѣлалъ, то не потому, что считалъ такой способъ рѣшенія не нужнымъ, а потому, что при изученіи опытовъ Дудлея можно было обходиться болѣе простою моею формулою, не дѣлая грубыхъ ошибокъ.

По окончаніи намѣченной Комиссіею трудной работы, пользуясь новою теоріею, можно будетъ опредѣлить динамическіе коэффициенты въ зависимости отъ всѣхъ вліяющихъ на его величину элементовъ, какъ то: отъ упругихъ свойствъ полотна, балласта, рельсъ и рессоръ; отъ вертикальныхъ слагающихъ усилій производимыхъ паромъ на колесо; отъ вертикальныхъ слагающихъ силъ инерціи

противовѣсовъ и другихъ частей механизмовъ; отъ вѣса колеса со всѣми связанными съ нимъ частями; отъ поступательной скорости движенія колеса и отъ неправильностей въ формахъ колесныхъ шинъ и поверхностей катанія рельсъ.

Принявъ, однако, во вниманіе все эти обстоятельства, нельзя еще сказать, что было уже принято въ расчетъ все способное вліять на прочность рельсъ.

Въ предложенной мною теоріи не оставлены безъ вниманія и не упомянуты выше: инерція рельсъ (обратившая на себя вниманіе Сень Венана) и инерція шпаль. Эта послѣдняя не привлекала къ себѣ еще ничего вниманія.

Приблизительныя опредѣленія этихъ двухъ упущенныхъ вліяній показали, что, не принимая въ расчетъ инерцію рельса, въ обыкновенныхъ случаяхъ дѣлается ошибка менѣе 2% (стр. 27 1903 г. февраль); а не принимая въ расчетъ инерцію шпаль, допускается ошибка до 5% (стр. 29 1903 г. февраль).

Попытку, сдѣланную мною для выясненія вліяній вибрацій рельса на его изгибы (ст. 1907 г. стр. 11—26), нельзя считать вполне законченною по недостатку опытныхъ данныхъ.

Примѣненіе моей теоріи къ опытамъ Дудлея, основанное на допущеніи, что прогибъ рельса можетъ быть опредѣляемъ, рассматривая вмѣсто системы колесъ одно только колесо, несомнѣнно, включаетъ нѣкоторыя ошибки.

Примѣры расчетовъ, опредѣлившихъ величину M , приведенные въ приложеніяхъ I, II, III и IV, показываютъ, что вѣроятныя ошибки въ результатахъ, относящихся къ разнымъ опытамъ Дудлея, очень различны.

Приложеніе I указываетъ, что сдѣланное мною допущеніе вызвало совершенно ничтожныя ошибки при разсмотрѣнннхъ опытовъ съ тѣми паровозами, у которыхъ оси были разставлены на 5 или болѣе пролетовъ между опо-

рами. Такіе паровозы примѣнялись при опытахъ со скоростями 67,6 километра и 70,8 километра въ часъ.

Что касается опытовъ со скоростью 64,4 километра, то разстоянія между осями были 4 и 3,1 пролета.

Изъ приложеній видно, что при 5 пролетахъ ошибка почти 0,

при 3,5 и 2 пролетахъ (Прил. II) ошибка вѣроятно 6°/о и менѣе 13°/о,

при 2 пролетахъ (Прил. III) ошибка не болѣе 17°/о и при 1,5 пролетахъ (Прил. IV) ошибка до 62°/о.

Отсюда видно, что, при разстояніи между осями въ 4 и 3,1 пролета, ошибка должна быть нѣкоторою среднею величиною между 0 и 13°/о, вѣроятно около 6—7°/о.

Слѣдовательно, въ опредѣленіяхъ динамическихъ коэффициентовъ, основанныхъ на опытахъ Дудлея, со скоростями 64,4 километра слѣдуетъ ожидать ошибокъ въ 6—7°/о.

Въ опредѣленіяхъ динамическихъ коэффициентовъ, относящихся къ другимъ скоростямъ, когда разстоянія между осями паровозовъ были 3,4 и 2,5 пролета, ошибки были не болѣе 13°/о.

Остановливаясь на величинахъ этихъ ошибокъ, надо сказать, что онѣ или ничтожны, или очень незначительны и затѣмъ обратить особое вниманіе, въ какую сторону онѣ были сдѣланы.

Статическіе моменты, исчисленные мною, по уравненію Циммермана, были опредѣлены съ преувеличеніемъ въ 6—7°/о и даже въ 13°/о. Слѣдовательно, динамическіе коэффициенты были опредѣлены не съ преувеличеніемъ, какъ полагаетъ I. P. Стецевичъ, а съ уменьшеніемъ.

Вышеизложенное относительно возможныхъ ошибокъ въ опредѣленіи динамическихъ коэффициентовъ даетъ право сказать, что величины таковыхъ, приведенныя въ таблицѣ 8 статьи моею о прочности рельсъ, полученныя съ одной стороны изъ опытовъ и съ другой путемъ опредѣленія по новой теоріи, почти не различающіяся между

собою, заслуживаютъ полного довѣрія и свидѣтельствуютъ о примѣнимои теоріи къ уясненію явленія при мало изношенныхъ колесахъ.

Проявившаяся очень большая близость между результатами наблюденій и расчетовъ, при мало изношенныхъ колесахъ, позволяетъ ожидать такую же близость теоретическихъ опредѣленій при болѣе изношенныхъ бандажахъ къ дѣйствительнымъ явленіямъ, выясненіе которыхъ считалось нѣкоторыми членами Комиссіи очень необходимымъ.

Примѣненіе основного начала новой теоріи, состоящаго въ опредѣленіи динамическихъ прогибовъ, по величинамъ соотвѣтствующихъ статическихъ прогибовъ, не можетъ вызывать никакихъ сомнѣній по точности окончательныхъ результатовъ, зависящихъ отъ точности опредѣленія статическихъ погруженій точки прикосновенія рельса съ колесомъ, но требуетъ осмотрительнаго выбора тѣхъ приѣмовъ, которыми опредѣляются статическія явленія.

При большихъ разстояніяхъ между осями можно пользоваться моею формулою для одиночнаго колеса, а при разстояніяхъ близкихъ къ 1,5 пролетамъ этою формулою пользоваться нельзя, не впадая въ грубыя ошибки. Въ этихъ случаяхъ необходимо обращаться къ уравненіямъ Клапейрона, несмотря на всю сложность вычисленій, связанныхъ съ этими уравненіями. Эти сложные и трудныя вычисленія можно замѣнить хорошо организованными опытами надъ осѣданіями разныхъ точекъ рельса при нагрузкѣ его системою колесъ.

Опредѣленіе динамическихъ коэффиціентовъ, недостижимое безъ крупныхъ ошибокъ, относительно двигающихся съ болѣе или менѣе значительною скоростью колесъ вполнѣ правильной круглой формы по рельсамъ съ прямолинейными поверхностями катанія, не обращаясь

къ помощи новой теоріи, дѣлается, при ея содѣйствіи, вполне возможнымъ и для колесъ неправильной формы, катящихся съ любой скоростью по рельсамъ неправильной формы.

Иногда для достиженія цѣли, когда нужно будетъ обращаться къ уравненіямъ Клайперона, можетъ требоваться много механическаго труда, но такое разрѣшеніе одного изъ важнѣйшихъ вопросовъ желѣзнодорожной техники Русскимъ Инженернымъ Совѣтомъ будетъ достойно его назначенія и послужитъ на пользу мірового желѣзнодорожнаго дѣла.

Конечные мои выводы, направленные къ опредѣленію величины допустимой статической нагрузки колесъ на рельсы, находящіяся въ опредѣленныхъ условіяхъ, сдѣланные въ предположеніи, что по рельсамъ должны будутъ двигаться колеса довольно изношенные и что они будутъ производить давленія, опредѣленные по новой теоріи съ добавленіемъ еще довольно значительныхъ перегрузокъ рессоръ, удивительно близко сошлись съ опредѣленіями І. Р. Стецевича. Правда, что эти выводы какъ бы допустили напряженія въ рельсахъ, при обстоятельствахъ особенно неблагоприятныхъ, доходящія до предѣла упругости, но докладъ І. Р. Стецевича допускаетъ тоже самое, только не упоминая о такомъ допущеніи, и какъ бы не зная его.

Отсутствіе опасности въ допущеніи такихъ большихъ напряженій признавалось ранѣе меня инженеромъ А. А. Холодецкимъ и послѣ меня профессоромъ Ю. В. Ломоносовымъ.

Убѣжденіе въ примѣнимости новой теоріи къ уясненію явленій при движеніи колесъ правильной и неправильной

формы побудило меня воспользоваться диаграммами силъ, прилагаемыхъ къ колесу; одною составленною профессоромъ Ю. В. Ломоносовымъ при скорости поступательнаго движенія колесъ въ 50 верстъ, и затѣмъ въ приложеніи V двумя другими, диаграммами, составленными инженерами М. В. Гололобовымъ и А. С. Раевскимъ при поступательномъ движеніи колесъ со скоростью въ 52 и 104 километра въ часъ.

Н. Петровъ.

26 Марта
1913 года.

Рѣшеніе этихъ уравненій даетъ:

$$\begin{aligned}
 v_0 &= 1,11338 \quad p = 0,06959 \quad P \\
 v_1 &= 2,53736 \quad p = 0,15859 \quad P \\
 v_2 &= 2,59173 \quad p = 0,16198 \quad P \\
 v_3 &= 1,61662 \quad p = 0,10104 \quad P \\
 v_4 &= 1,36547 \quad p = 0,08535 \quad P \\
 v_5 &= 2,16771 \quad p = 0,13548 \quad P \\
 v_6 &= 2,51838 \quad p = 0,15740 \quad P
 \end{aligned}$$

Сумма моментовъ силъ, расположенныхъ лѣвѣе точки приложенія нагрузки P , при длинѣ пролетовъ l , опредѣляется уравненіемъ:

$$\begin{aligned}
 &\text{maximum } M = \\
 &= \left[\frac{13}{2} v_0 + \frac{11}{2} v_1 + \frac{9}{2} v_2 + \frac{7}{2} v_3 + \frac{5}{2} v_4 + \frac{3}{2} v_5 + \frac{1}{2} v_6 - 5 \frac{P}{2} \right] l \\
 &\quad \frac{13}{2} v_0 = 0,452335 \quad P \\
 &\quad \frac{11}{2} v_1 = 0,872245 \quad P \\
 &\quad \frac{9}{2} v_2 = 0,728910 \quad P \\
 &\quad \frac{7}{2} v_3 = 0,353640 \quad P \\
 &\quad \frac{5}{2} v_4 = 0,213375 \quad P \\
 &\quad \frac{3}{2} v_5 = 0,203220 \quad P \\
 &\quad \frac{1}{2} v_6 = 0,078700 \quad P \\
 &\quad \hline
 &\quad 2,902425 \quad P \\
 &\quad - \frac{5}{2} P = 2,5 \quad P \\
 &\quad \hline
 &\quad 0,4024 \quad Pl = \text{max. } M.
 \end{aligned}$$

По формулѣ Циммермана:

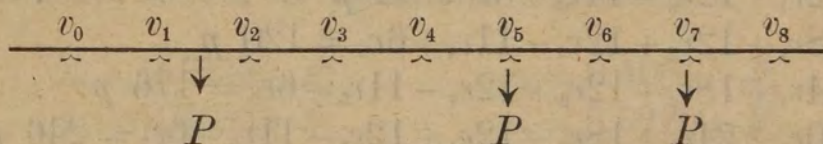
$$\frac{8 \times 6 + 7}{16 \times 6 + 40} Pl = 0,4044 \quad Pl.$$

Приложеніе II.

Различіе результатовъ, получаемыхъ при примѣненіи уравненій Клапейрона и Циммермана при сближенныхъ осяхъ и широко разставленныхъ опорахъ, можно найти, обращаясь къ сочиненію инженера А. А. Холодецкаго:

«Изслѣдованіе вліянія внѣшнихъ силъ на верхнее строеніе желѣзнодорожнаго пути».

Инженеръ А. А. Холодецкій разсматривалъ 3 колеса съ одинаковыми нагрузками P при чемъ двѣ оси разставлены на 3,5 пролета и третья впереди второй на два пролета, какъ указано на прилагаемой схемѣ, при $\gamma = 2$.



Этому требованію соотвѣтствуетъ рельсъ въ 24,5 фунта, имѣющій $I = 925,7$, при длинѣ пролета = 85 сант. и при $C = 3$.

Примѣняя уравненія Клапейрона, надо рѣшать слѣдующія 9 уравненій.

- $8v_0 - 3v_1 + 2v_2 = p \quad \dots \dots \dots (1)$
- $12v_0 + 8v_1 - 3v_2 + 2v_3 = 25 p \quad \dots \dots \dots (2)$
- $18v_0 + 12v_1 + 8v_2 - 3v_3 + 2v_4 = 72 p \quad \dots \dots \dots (3)$
- $24v_0 + 18v_1 + 12v_2 + 8v_3 - 3v_4 + 2v_5 = 120 p \quad \dots \dots \dots (4)$
- $30v_0 + 24v_1 + 18v_2 + 12v_3 + 8v_4 - 3v_5 + 2v_6 = 176 p \quad \dots \dots \dots (5)$
- $36v_0 + 30v_1 + 24v_2 + 18v_3 + 12v_4 + 8v_5 - 3v_6 + 2v_7 = 264 p \quad \dots \dots \dots (6)$
- $34v_0 + 29v_1 + 24v_2 + 19v_3 + 14v_4 + 9v_5 + 6v_6 - 4v_7 + 2v_8 = 284 p \quad (7)$
- $8v_0 + 7v_1 + 6v_2 + 5v_3 + 4v_4 + 3v_5 + 2v_6 + v_7 = 84 p \quad \dots \dots \dots (8)$
- $v_0 + v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + v_6 + v_7 + v_8 = 24 p \quad \dots \dots \dots (9)$

гдѣ $p = 1/8 P$.

Рѣшеніе этихъ уравненій доставило инженеру А. А. Холодецкому $v_0 = 0,0666 P$, $v_1 = 0,3964 P$ и $\max. M = 0,2981\% Pl$.

Опредѣляя для этого же случая изгибающій моментъ по уравненію Циммермана нашли бы:

$$\frac{8 \times 2 + 7}{16 \times 2 + 40} Pl = 0,3194 Pl.$$

Этотъ послѣдній превышаетъ первый на 6,5%.

При болѣе жесткомъ рельсѣ, при болѣе сближенныхъ опорахъ и большей величинѣ C (какъ приблизительно было при многихъ опытахъ Дудлея), когда величина $\gamma = 6$, необходимо рѣшить слѣдующія 9 уравненій

$$12v_5 - 11v_1 + 6v_2 = p \quad (1)$$

$$12v_0 + 12v_1 - 11v_2 + 6v_3 = 25 p \quad (2)$$

$$18v_0 + 12v_1 + 12v_2 - 11v_3 + 6v_4 = 72 p \quad (3)$$

$$24v_0 + 18v_1 + 12v_2 + 12v_3 - 11v_4 + 6v_5 = 120 p \quad (4)$$

$$30v_0 + 24v_1 + 18v_2 + 12v_3 + 12v_4 - 11v_5 + 6v_6 = 176 p \quad (5)$$

$$36v_0 + 30v_1 + 24v_2 + 18v_3 + 12v_4 + 12v_5 - 11v_6 + 6v_7 = 246 p \quad (6)$$

$$34v_0 + 29v_1 + 24v_2 + 19v_3 + 14v_4 + 9v_5 + 10v_6 - 12v_7 + 6v_8 = 284 p \quad (7)$$

$$8v_0 + 7v_1 + 6v_2 + 5v_3 + 4v_4 + 3v_5 + 2v_6 + v_7 = 84 p \quad (8)$$

$$v_0 + v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + v_6 + v_7 + v_8 = 24 p \quad (9)$$

Рѣшеніе этихъ уравненій доставило

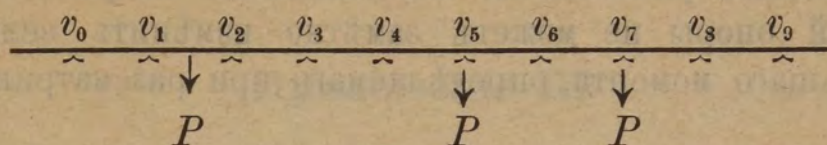
$$v_0 = 0,12718 P, \quad v_1 = 0,30872 P, \quad \max. M = 0,3451 Pl.$$

Этотъ моментъ уже больше опредѣланнаго по уравненію Циммермана (0,4044) на 17,2%.

На этой величинѣ момента нельзя, однако, останавливаться, потому что разсмотрѣнныя уравненія приводятъ къ опредѣленію опорнаго сопротивленія $v_8 = -2,17373 P$, что невозможно.

Обстоятельство это указываетъ, что давленіе колесъ передается не 9 опорамъ, а большому числу.

Испытать надо 10 опоръ по схемѣ:



При этомъ рѣшенію подлежатъ 10 уравненій

$$12v_0 - 11v_1 + 6v_2 = P \dots \dots \dots (1)$$

$$12v_0 + 12v_1 - 11v_2 + 6v_3 = 25 P \dots \dots \dots (2)$$

$$18v_0 + 12v_1 + 12v_2 - 11v_3 + 6v_4 = 72 P \dots \dots \dots (3)$$

$$24v_0 + 18v_1 + 12v_2 + 12v_3 - 11v_4 + 6v_5 = 120 P \dots \dots \dots (4)$$

$$30v_0 + 24v_1 + 18v_2 + 12v_3 + 12v_4 - 11v_5 + 6v_6 = 176 P \dots \dots \dots (5)$$

$$36v_0 + 30v_1 + 24v_2 + 18v_3 + 12v_4 + 12v_5 - 11v_6 + 6v_7 = 264 P \dots \dots \dots (6)$$

$$42v_0 + 36v_1 + 30v_2 + 24v_3 + 18v_4 + 12v_5 + 12v_6 - 11v_7 + 6v_8 = 368 P \dots \dots \dots (7)$$

$$39v_0 + 34v_1 + 29v_2 + 24v_3 + 19v_4 + 14v_5 + 9v_6 + 10v_7 - 12v_8 + 6v_9 = 396 P \dots \dots \dots (8)$$

$$9v_0 + 8v_1 + 7v_2 + 6v_3 + 5v_4 + 4v_5 + 3v_6 + 2v_7 + v_8 = 108 P \dots \dots \dots (9)$$

$$v_0 + v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + v_6 + v_7 + v_8 + v_9 = 24 P \dots \dots \dots (10)$$

Рѣшеніе этихъ 10 уравненій доставляетъ:

$$\begin{array}{ll}
 v_0 = 0,13030 P; & v_5 = 0,40817 P; \\
 v_1 = 0,31308 P; & v_6 = 0,52200 P; \\
 v_2 = 0,33422 P; & v_7 = 0,64046 P; \\
 v_3 = 0,24682 P; & v_8 = 0,18760 P; \\
 v_4 = 0,26701 P; & v_9 = -0,04956 P.
 \end{array}$$

Величина v_9 оказалась тоже отрицательною, но уже очень небольшою, почти такой, какую можетъ дать вѣсъ самаго рельса и скрѣпленной къ нимъ шпалы.

Во всякомъ случаѣ опорныя сопротивленія какъ при 9, такъ и при 10 шпалахъ, различаются немного:

при 9	при 10
$v_0 = 0,12718 P$	$v_0 = 0,13030 P$
$v_1 = 0,30872 P$	$v_1 = 0,31308 P$

При послѣднихъ величинахъ v_0 и v_1 подъ заднею осью будетъ $1,5 v_0 + 0,5 v_1 = 0,3520 Pl.$, т. е. меньше чѣмъ по уравненію Циммермана на 14,8%, а не 17,2%.

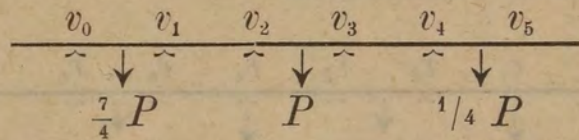
Небольшія различія величинъ и полученныхъ при 9 и 10 опорахъ указываютъ, что включеніе въ расчетъ одиннадцатой опоры не можетъ замѣтно измѣнить величину изгибающаго момента, опредѣляемаго при рассматриваемой схемѣ.

При дальнѣйшемъ увеличеніи числа опоръ моментъ, вѣроятно, еще нѣсколько увеличится и отличіе отъ момента, опредѣляемаго уравненіемъ Циммермана, еще нѣсколько уменьшится, но это уменьшеніе едва ли спустится ниже 13%.

Приложение III.

Три колеса, нагруженные неодинаково: ихъ нагрузки $\frac{7}{4} P$, P и $\frac{1}{4} P$. Точки прикосновения колесъ съ рельсами удалены одна отъ другой на два пролета и находятся по-серединѣ пролетовъ.

Схема задачи



Въ случаѣ рельса въ 24,5 фунта на фунтъ, при $J = 925.7$, при пролетѣ = 85 сант. $C = 5$ когда $\gamma = 2$ или $A = \frac{1}{3}$ надо рѣшить слѣдующія семь уравненій при $P = \frac{1}{32} P$.

- $8v_0 - 3v_1 + 2v_2 = 7 p \dots \dots \dots (1)$
- $12v_0 + 8v_1 - 3v_2 + 2v_3 = 175 p \dots \dots \dots (2)$
- $18v_0 + 12v_1 + 8v_2 - 3v_3 + 2v_4 = 508 p \dots \dots \dots (3)$
- $24v_0 + 18v_1 + 12v_2 + 8v_3 - 3v_4 + 2v_5 = 940 p \dots \dots \dots (4)$
- $24v_0 + 19v_1 + 14v_2 + 9v_3 + 6v_4 - 4v_5 + 2v_6 = 1129 p \dots \dots (5)$
- $6v_0 + 5v_1 + 4v_2 + 3v_3 + 2v_4 + v_5 = 336 p \dots \dots \dots (6)$
- $v_0 + v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + v_6 = 96 p \dots \dots \dots (7)$

Вычисленный по этимъ уравненіямъ инженеромъ А. А. Холодецкимъ $M = 0,4784 Pl$.

Вычисляя моментъ по уравненію Циммермана,

$$\max. M = \frac{8 \times 2 + 7}{16 \times 2 + 40} \times 1.75 = 0,559.$$

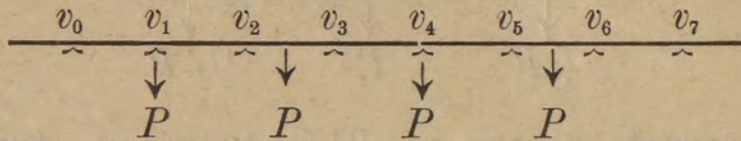
Этотъ результатъ больше предыдущаго

$$\frac{0,559}{0,4784} = 1,169 \text{ или почти на } 17\%.$$

Приложение IV.

Паровозъ четырехосный съ одинаково нагруженными осями. Оси разставлены на 1,5 пролета между опорами. Рельсъ такой же какъ и въ приложеніи III.

Схема задачи слѣдующая:



Разрѣшить надо слѣдующіе 8 уравненій, въ которыхъ $p = \frac{1}{8} P$.

- $8v_0 - 3v_1 + 2v_2 = 8 p \dots\dots\dots (1)$
- $12v_0 + 8v_1 - 3v_2 + 2v_3 = 49 p \dots\dots\dots (2)$
- $18v_0 + 12v_1 + 8v_2 - 3v_3 + 2v_4 = 121 p \dots\dots\dots (3)$
- $24v_0 + 18v_1 + 12v_2 + 8v_3 - 3v_4 + 2v_5 = 224 p \dots\dots\dots (4)$
- $30v_0 + 24v_1 + 18v_2 + 12v_3 + 8v_4 - 3v_5 + 2v_6 = 361 p \dots\dots (5)$
- $29v_0 + 24v_1 + 19v_2 + 14v_3 + 9v_4 + 6v_5 - 4v_6 + 2v_7 = 409 p (6)$
- $7v_0 + 6v_1 + 5v_2 + 4v_3 + 3v_4 + 2v_5 + v_6 = 120 p \dots\dots (7)$
- $v_0 + v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + v_6 + v_7 = 32 p \dots\dots (8)$

Рѣшеніе этихъ уравненій, сдѣланное мною даетъ:

- $v_0 = 1,37676 \quad p = 0,17209 \quad P$
- $v_1 = 4,73961 \quad p = 0,59245 \quad P$
- $v_2 = 5,60238 \quad p = 0,70029 \quad P$
- $v_3 = 5,68457 \quad p = 0,71057 \quad P$
- $v_4 = 6,23883 \quad p = 0,77985 \quad P$
- $v_5 = 5,82808 \quad p = 0,72851 \quad P$
- $v_6 = 2,23125 \quad p = 0,27891 \quad P$
- $v_7 = 0,29852 \quad p = 0,03731 \quad P$

При этомъ сумма моментовъ опорныхъ силъ, расположенныхъ впереди передняго колеса, будетъ:

$$1,5v_7 Pl + 0,5v_6 Pl = (0,05597 + 0,13946) Pl = 0,19543 Pl.$$

Опредѣляя моментъ изгибающихъ силъ по уравненію Циммермана, найдемъ:

$$\frac{8 \times 2 + 7}{16 \times 2 + 40} Pl = 0,3194 Pl.$$

Въ этомъ случаѣ уравненіе Циммермана дало результатъ болѣе на 62%.

Приложение V.

Вертикальное динамическое дѣйствіе ведущаго колеса паровоза Сормовскаго завода 1—3—1, при скоростяхъ въ 52 и въ 104 километра въ часъ, по теоретическимъ исчислениямъ стало возможнымъ опредѣлить, благодаря діаграммамъ силъ, дѣйствующихъ на колеса, составленнымъ М. В. Гололобовымъ и А. С. Раевскимъ.

Разстояніе передней поддерживающей оси отъ передней ведущей оси—220 сантиметровъ; разстоянія между вещими осями—200 сантиметровъ. При разстояніяхъ между серединами шпалъ въ 69 сантиметровъ, разстоянія между осями оказываются немного отличающимися отъ указанныхъ въ приложеніи II и потому ошибки отъ принятія въ расчетъ одиночнаго колеса будутъ не болѣе 6⁰/₁₀.

При составленіи діаграммъ приняты въ расчетъ вѣсъ ведущаго колеса съ осью и принадлежностями (1665 килогр.), нагрузка оси (6185 килогр.), силы инерціи противовѣсовъ и другихъ механизмовъ и силы производимыя паромъ, передаваемые къ колесу въ вертикальномъ направленіи. Пользуясь діаграммами, составлены приводимыя далѣе таблицы въ предположеніи, что рельсъ вѣсомъ въ 22,5 фунта, имѣющій моментъ инерціи $J = 925,7$ сант., опирается на 4 шпалы съ промежутками въ 71,9 сант., лежащая на балластѣ съ коэффициентомъ $C = 4$ и требующія силу $K = 9000$ килогр. для погруженія на 1' сантим.

Таблицы представлены тоже въ видѣ діаграммъ. Наибольшія силы, прилагаемыя къ колесу въ вертикальномъ направленіи, были: при скорости 52 килом. въ часъ—12.300 килогр., при скорости 104 килом. въ часъ—10.750 килогр. Наименьшія силы, прилагаемыя къ колесу, были: при скорости 52 килом. въ часъ—7.070 килогр., при скорости въ 104 килом. въ часъ—6.670 килогр.

Согласно съ требованіемъ теоріи, опредѣлены погруженія рельса въ точкахъ его соприкосновенія съ колесомъ въ предположеніи, что силы, опредѣленныя діаграммою, дѣйствуютъ статически: Полученная волнистая линія, соотвѣтствующая полному обороту колеса, имѣетъ два наибольшихъ и два наименьшихъ погруженія.

Линіи, приведенныя на чертежѣ, указывающія погруженія при динамическомъ дѣйствіи совершенно круглаго колеса, вьются около линіи статическаго дѣйствія, отступая отъ нея при скорости въ 52 килом. не такъ много, какъ при скорости въ 104 килом. въ часъ.

При движеніи же колеса со впадиною, глубиной въ 0,2 сантим. удаленія линіи динамическаго дѣйствія отъ линіи статическаго дѣйствія, при скорости въ 52 килом. въ часъ, значительно больше, чѣмъ при скорости въ 104 километра.

При совершенно кругломъ колесѣ, наибольшее динамическое дѣйствіе оказалось въ шестомъ пролетѣ при обѣихъ скоростяхъ. Въ обоихъ случаяхъ пониженія точки прикосновенія рельса съ колесомъ почти одинаковы: при 52 килом. пониженіе рельса опредѣлилось въ 0,657 сант., при 104 килом.—0,660 сант. То и другое пониженіе—болѣе пониженія при спокойномъ дѣйствіи колеса въ отношеніи $\frac{0,660}{0,392} = 1,684$. Это отношеніе чрезвычайно близко подходитъ къ наибольшимъ отношеніямъ, полученнымъ при опытахъ Дудлея *).

Для колеса со впадиною глубиною въ 0,2 сант. наибольшее пониженіе точки рельса, соприкасающейся съ колесомъ, оказалось: при скорости въ 52 килом. 0,835 сант. и болѣе наибольшаго пониженія при стоящемъ колесѣ въ отношеніи $\frac{0,835}{0,392} = 2,13$, а при скорости въ 104 килом., въ отношеніи $\frac{0,746}{0,392} = 1,90$.

Объясняется это различіе тѣмъ, что при болѣе значительныхъ скоростяхъ поступательнаго движенія колесо не

*) См. В. LXXXVII «Къ вопросу о прочности рельсъ», стр. 33, табл. 8.

имѣетъ достаточно времени, чтобы развивать свои вертикальныя скорости въ необходимомъ для большихъ погруженій размѣрѣ.

Эти результаты теоретическихъ исчисленій вполне согласуются съ опытами Дудлея, если допустимъ, что на изношенныхъ колесахъ были впадины, имѣвшія глубину менѣе 0,2 сант.

Таблица I динамическихъ погруженій рельса, имѣющаго моментъ инерціи $J = 925,7$ сант., опирающагося на 4 шпалы съ разстояніемъ между ихъ серединами 71,9 сант., при $K = 9000$ килогр., подъ давленіемъ колеса ведущей оси паровоза Сормовскаго завода Прери 1—3—1. Колесо діаметромъ 1830 сант., вѣсомъ со всѣми принадлежностями $q = 1665$ килогр., при спокойномъ состояніи, производитъ на рельсъ давленіе 7850 килогр. При поступательной скорости 52 километра въ часъ, дѣйствующія на колесо силы со стороны: тяжести, пара, силъ инерціи механизмовъ и противовѣсовъ опредѣлены по діаграммѣ инженеровъ М. В. Гололобова и А. С. Раевского.

$$\text{Величина } A = \frac{2.000.000 \times 925,7}{9000 \times (71,9)^2} = 0,55344.$$

$v = 52$ килом. въ часъ, или $C = 1494$ сант. въ 1 секунду.

$$a = 7.19 \text{ сант.}, \frac{a}{c} = 0,005 \text{ сек.} \left(\frac{a}{c}\right)^2 = 0,0000248.$$

$$\frac{g}{8,3}(t - t)^2 = 0,0010137, \frac{1+m}{3} = \frac{4,71}{3} = 1.57.$$

$$y_i = \frac{y_{i-1} + y'_i - y'_{i-1} + 0,005 \omega_{i-1} + 0,009.123 \left[1.57 \left(4 - 3 \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} \right) + \frac{1}{3} \frac{Z_i}{q} + \frac{Z_{i-1}}{q} \left(1 - \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} \right) \right]}{1 + \frac{0,002886}{h_i} \left(4.71 + \frac{Z_i}{q} \right)}.$$

$$\omega_t = \omega_{i-1} + 2,4427 \left[4,7 \left(2 - \frac{y_i}{h_i} - \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} \right) + \frac{Z_i}{q} \left(1 - \frac{y_i}{h_i} \right) + \frac{Z_{i-1}}{q} \left(1 - \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} \right) \right]$$

ТАБЛИЦА I.

Колесо совершенно круглое.

δ	Z Килогр.	$(1+m)q + Zi$	h_i	$\frac{Z_i}{q}$	y'_i	y_i	ω_i	$\frac{y_i}{h_i}$	$1 - \frac{y_i}{h_i}$
0,	-700	7.150	0,3543	-0,4204		0,3543	0	1	0
0,1	-420	7.430	0,3681	-0,2522		0,3554	0,1835	0,9655	-0,08701
0,2	-170	7.680	0,3816	-0,1021		0,3584	1,0499	0,9392	-0,00620
0,3	+ 80	7.930	0,3957	0,0480		0,3610	2,7475	0,9125	0,00420
0,4	330	8.180	0,4091	0,1982		0,3801	4,9196	0,9291	0,14053
0,5	800	8.650	0,4327	0,4805		0,4104	7,2787	0,9484	0,24793
0,6	1.170	9.020	0,4511	0,7027		0,4519	8,4543	1,0017	-0,00119
0,7	1.520	9.370	0,4681	0,9129		0,4937	7,6834	1,0546	-0,04983
0,8	1.850	9.700	0,4820	1,1111		0,5285	5,5654	1,0964	-0,10710
0,9	2.170	10.020	0,4964	1,3033		0,5502	3,2142	1,1084	-0,14128
1,0	2.480	10.330	0,5120	1,4900		0,5596	0,2184	1,0930	-0,13857
0,1	2.750	10.600	0,5231	1,6516		0,5554	-2,0830	1,0577	-0,09529
0,2	2.950	10.800	0,5367	1,7718		0,5423	-3,1426	1,0104	-0,01843
0,3	3.160	11.010	0,5501	1,8979		0,5276	-2,6479	0,9591	0,07762
0,4	3.200	11.050	0,5526	1,9219		0,5188	-0,9730	0,9372	0,12068
0,5	3.180	11.030	0,5517	1,9100		0,5196	0,9825	0,9418	0,11116
0,6	3.120	10.970	0,5486	1,8739		0,5200	2,7588	0,9479	0,09763
0,7	2.950	10.800	0,5396	1,7718		0,5377	3,6508	0,9965	0,00620
0,8	2.700	10.550	0,5242	1,6216		0,5559	2,6839	1,0662	-0,10734
0,9	2.350	10.200	0,5053	1,4114		0,5643	-1,0269	1,1801	-0,25419
1,0	2.170	10.020	0,4966	1,3033		0,5482	-5,2391	1,1039	-0,13541
0,1	1.960	9.810	0,4860	1,1711		0,5161	-7,6333	1,0619	-0,07249
0,2	1.750	9.600	0,4770	1,0510		0,4755	-8,4702	0,9968	0,00336
0,3	1.550	9.400	0,4696	0,9309		0,4352	-7,4184	0,9268	0,06814
0,4	1.380	9.230	0,4611	0,8288		0,4045	-4,7531	0,8772	0,10177
0,5	1.160	9.010	0,4507	0,6967		0,3896	-1,3047	0,8644	0,09446
0,6	960	8.810	0,4406	0,5766		0,3921	1,9019	0,8899	0,06349
0,7	800	8.650	0,4322	0,4805		0,4084	4,0183	0,9449	0,02647
0,8	550	8.400	0,4174	0,3303		0,4313	4,3064	1,0333	-0,01100
0,9	250	8.100	0,4013	0,1501		0,4503	2,4507	1,1221	-0,01833
1,0	-150	7.700	0,3816	-0,0901		0,4552	-1,1681	1,1929	0,01738
0,1	-400	7.450	0,3691	-0,2402		0,4398	-5,0016	1,1525	0,03663
0,2	-560	7.290	0,3622	-0,3363		0,4078	-8,0039	1,1258	0,04230
0,3	-700	7.150	0,3572	-0,4204		0,3633	-9,5236	1,0171	0,00718
0,4	-750	7.100	0,3551	-0,4504		0,3168	-8,5523	0,8921	-0,04860
0,5	-780	7.070	0,3536	-0,4685		0,2812	-5,3454	0,7952	-0,09595
0,6	-780	7.070	0,3536	-0,4685		0,2660	-0,6682	0,7523	-0,11604
0,7	-730	7.120	0,3557	-0,4384		0,2756	4,2727	0,7748	-0,08386
0,8	-620	7.230	0,3593	-0,3724		0,3082	8,1563	0,3578	-0,05294
0,9	-480	7.370	0,3651	-0,2882		0,3551	9,9690	0,9713	-0,00827
1,0	-250	7.600	0,3766	-0,1501		0,4057	9,4192	1,0773	0,01160
0,1	0	7.850	0,3889	0		0,4482	6,8104	1,1524	0
0,2	480	8.330	0,4139	0,2882		0,4443	3,2830	1,1459	-0,04204
0,3	800	8.650	0,4322	0,4804		0,4512	0,9485	1,0440	-0,02114
0,4	1.180	9.030	0,4516	0,7087		0,4544	0,3137	1,0062	-0,00280
0,5	1.580	9.430	0,4717	0,9490		0,4569	0,6689	0,9686	0,02979
0,6	1.950	9.800	0,4901	1,1711		0,4635	1,8809	0,9457	0,06359
0,7	2.250	10.100	0,5046	1,3513		0,9771	3,4591	0,9455	0,07113
0,8	2.750	10.600	0,5267	1,6516		0,4992	5,0683	0,9478	0,08616
0,9	3.150	11.000	0,5449	1,8918		0,5291	6,3450	0,9710	0,05486
1,0	3.550	11.400	0,5650	2,1321		0,5636	6,8551	0,9975	0,00532
0,1	3.850	11.700	0,5796	2,3123	0	0,5984	6,3418	1,0324	-0,07491
0,2	4.150	12.000	0,5963	2,4925	0,05	0,6281	4,8906	1,0533	-0,11639

δ	Z Килогр.	$(1+m)q + Z_i$	h_i	$\frac{Z_i}{q}$	y'_i	y_i	ω_i	$\frac{y_i}{h_i}$	$1 - \frac{y_i}{h_i}$
0,3	4.300	12.150	0,6070	2,5832	0,10	0,6486	2,7757	1,0685	-0,17694
0,4	4.400	12.250	0,6126	2,6426	0,15	0,6573	0,2499	1,0729	-0,19250
0,5	4.450	12.300	0,6152	2,6727	0,20	0,6436	-0,7364	1,0461	-0,12320
0,6	4.420	12.270	0,6136	2,6546	0,15	0,6369	-2,2474	1,0379	-0,10059
0,7	4.330	12.180	0,6085	2,6006	0,10	0,6235	-3,3669	1,0246	-0,06397
0,8	4.200	12.050	0,5988	2,5225	0,05	0,6058	-4,0138	1,0118	-0,02976
0,9	3.950	11.800	0,5846	2,3723	0	0,5859	-4,3748	1,0022	-0,00521
1,0	3.700	11.550	0,5724	2,2222		0,5651	-4,1228	0,9864	0,03022
0,1	3.320	11.170	0,5534	1,9940		0,5466	3,6917	0,9877	0,02453
0,2	2.920	10.770	0,5352	1,7537		0,5300	-3,3361	0,9902	0,01718
0,3	2.600	10.450	0,5221	1,5615		0,5149	-2,9928	0,9865	0,01432
0,4	2.280	10.130	0,5066	1,3693		0,5016	-2,6560	0,9901	0,01356
0,5	2.000	9.850	0,4927	1,2012		0,4883	-2,3891	0,9915	0,00921
0,6	1.780	9.630	0,4816	1,0690		0,4779	-2,1534	0,9922	0,00834
0,7	1.560	9.410	0,4701	0,9369		0,4683	-1,9912	0,9962	0,00354
0,8	1.300	9.150	0,4547	0,7808		0,4590	-2,0417	1,0095	-0,00741
0,9	1.020	8.870	0,4394	0,6126		0,4488	-2,3318	1,0214	-0,01310
1,0	700	8.550	0,4232	0,4204		0,4346	-2,9997	1,0312	-0,01311
0,1	350	8.200	0,4062	0,2102		0,4184	-3,7436	1,0301	-0,00333
0,2	50	7.900	0,3926	0,0300		0,3953	-4,1782	1,0070	-0,00021
0,3	-250	7.600	0,3797	-0,1501		0,3753	-4,1743	0,9884	-0,01741
0,4	-500	7.350	0,3676	-0,3002		0,3557	-4,0345	0,9677	-0,00910
0,5	-650	7.200	0,3601	-0,3939		6,3381	-3,0443	0,9390	-0,02404
0,6	-760	7.090	0,3546	-0,4564		0,3259	-1,5630	0,9190	-0,03696
0,7	-830	7.020	0,3507	-0,4985		0,3227	0,0949	0,9202	-0,04010
0,8	-850	7.000	0,3478	-0,5105		0,3275	1,5087	0,9418	-0,02972
0,9	-830	7.020	0,3478	-0,4985		0,3382	2,3866	0,9725	-0,01370
1,0	-600	7.250	0,3575	-0,3603		0,3521	2,2075	1,0435	0,01567

Колесо со впадиной, глубиной 0,2 сантим.
Впадина вступает на 6-мъ пролетѣ.

δ	Z_i	$(1+m)q + Z_i$	h_i	$\frac{Z_i}{q}$	y'_i	y_i	ω_i	$\frac{y_i}{h_i}$	$\frac{Z_i}{q} \left(1 - \frac{y_i}{h_i}\right)$
1,0	3.550	11.400	0,5650	2,1321		0,5636	6,8551	0,9975	0,00532
0,1	3.850	11.700	0,5796	2,3123	0	0,5984	6,3418	1,0324	-0,07491
0,2	4.150	12.000	0,5963	2,4925	-0,05	0,5797	6,2765	0,9721	0,06934
0,3	4.300	12.150	0,6070	2,5832	-0,10	0,5650	7,9973	0,9308	0,17876
0,4	4.400	12.250	0,6126	2,6426	-0,15	0,5623	10,7007	0,9179	0,21695
0,5	4.450	12.300	0,6152	2,6727	-0,20	0,5736	13,3906	0,9324	0,18066
0,6	4.420	12.270	0,6136	2,6546	-0,15	0,6932	12,1485	1,1297	-0,34429
0,7	4.330	12.180	0,6085	2,6006	-0,10	0,7898	4,5060	1,2979	-0,77472
0,8	4.200	12.050	0,5988	2,5225	-0,05	0,3352	7,7717	1,3948	-0,99587

δ	Z_i	$(1+m)q + \frac{1}{Z_i}$	h_i	$\frac{Z_i}{q}$	y'_i	y_i	ω_i	$\frac{y_i}{h_i}$	$\frac{Z_i}{q} \left(1 - \frac{y_i}{h_i}\right)$
0,9	3.950	11.800	0,5846	2,3723	0	0,8138	- 21,5040	1,3920	- 0,92794
1,0	3.700	11.550	0,5724	2,2222		0,6783	- 31,3992	1,1850	- 0,41111
0,1	3.320	11.170	0,5534	1,9940		0,5127	- 33,3239	0,9264	0,14675
0,2	2.920	10.770	0,5352	1,7537		0,3584	- 26,9134	0,6697	0,57924
0,3	2.600	10.450	0,5221	1,5615		0,2535	- 11,3945	0,4855	0,80339
0,4	2.280	10.130	0,5066	1,3693		0,2367	4,3738	0,4672	0,72957
0,5	2.000	9.850	0,4927	1,2012		0,2957	18,0359	0,6002	0,48024
0,6	1.780	9.630	0,4816	1,0690		0,4106	25,8761	0,8526	0,15757
0,7	1.560	9.410	0,4701	0,9369		0,5458	25,7488	1,1601	- 0,14999
0,8	1.300	9.150	0,4547	0,7808		0,6753	17,0503	1,4851	- 0,37877
0,9	1.020	8.870	0,4394	0,6126		0,7270	2,0623	1,6545	- 0,40094
1,0	700	8.550	0,4232	0,4204		0,6973	- 15,8306	1,7515	- 0,31593
0,1	350	8.200	0,4062	0,2102		0,6187	- 31,6817	1,5379	- 0,11307
0,2	50	7.900	0,3926	0,0300		0,4353	- 39,3904	1,1088	- 0,00326
0,3	- 250	7.600	0,3797	- 0,1501		0,2391	- 36,5330	0,6298	- 0,05557
0,4	- 500	7.350	0,3676	- 0,3002		0,0824	- 24,0120	0,2240	- 0,20566
0,5	- 650	7.200	0,3601	- 0,3939		0,0105	- 5,3920	0,0290	- 0,38257
0,6	- 760	7.090	0,3546	- 0,4564		0,0335	14,2072	0,0945	- 0,41324
0,7	- 830	7.020	0,3507	- 0,4985		0,1474	30,0080	0,4203	- 0,28898
0,8	- 850	7.000	0,3478	- 0,5105		0,3212	36,7622	0,9232	- 0,03117
0,9	- 830	7.020	0,3478	- 0,4985		0,4935	33,2677	1,4189	0,20881
1,0	- 600	7.250	0,3375	- 0,3603		0,6347	19,6336	1,8808	0,31727

Таблица II динамическихъ погруженій рельса, имѣющаго моментъ инерціи $= J 925,7$ сант., опирающагося на 4 шпалы, съ разстояніемъ между ихъ серединами въ 71,9 сант., при $K = 9000$ килогр., подъ давленіемъ колеса ведущей оси паровоза Сормовскаго завода Прери 1—3—1.

Колесо діаметромъ въ 1830 миллим., вѣсомъ со всѣми своими принадлежностями $q = 1665$ клгр., при спокойномъ состояніи производитъ на рельсъ давленіе въ 7850 килогр.

При поступательной скорости 104 килом. въ часъ, дѣйствующія на колесо силы со стороны тяжести, пара, силъ инерціи механизмовъ и противовѣсовъ опредѣлены по діаграммѣ инженеровъ М. В. Гололобова и А. С. Раевского.

Добавочныя силы Z , прилагаемыя къ колесу сверхъ силы тяжести, опредѣлены по той же діаграммѣ.

Примѣняемыя при исчисленіяхъ величины и уравненія:

$$A = \frac{2.000.000 \times 925,7}{9000 \times (71,9)^3} = 0,55344; \quad v = 104 \text{ километровъ въ часъ,}$$

$$c = 2888 \text{ сант. въ 1 секунду.}$$

$$a = 71,9 \text{ сант. } \frac{a}{c} 0,0025 \text{ секунд.}$$

$$\frac{g}{8 \times 3} (t - t_1)^2 = 0,0002281 : \frac{1+m}{3} = 1,57.$$

$$y_i = \frac{y_{i-1} + y'_i - y'_{i-1} + 0,0025 \omega_{i-1} + 0,002281 \times \left[1,57 \left(4 - 3 \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} \right) + \frac{1}{3} \frac{Z_i}{q} + \frac{Z_{i-1}}{q} \left(1 - \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} \right) \right]}{1 + \frac{0,000721}{h_i} \left(4,71 + \frac{Z_i}{q} \right)}.$$

$$\omega_{i-1} = \omega_{i-1} + 1,2212 \left[\left(2 - \frac{y_i}{h_i} - \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} \right) + \frac{Z_i}{q} \left(1 - \frac{y_i}{h_i} \right) + \frac{Z_{i-1}}{q} \left(1 - \frac{y_{i-1}}{h_{i-1}} \right) \right].$$

ТАБЛИЦА II.
Колесо совершенно круглое $y' = 0$.

δ	Z_i	$(1+m)q + Z_i$	h_i	$\frac{Z_i}{q}$	y'_i	y_i	ω_i	$\frac{y_i}{h_i}$	$1 - \frac{y_i}{h_i}$
0	— 850	7.000	0,3462	— 0,5105	0,3462	0	1	0	0
0,1	— 900	6.950	0,3443	— 0,5405	0,3462	— 0,0231	1,0055	0,00297	0,00297
0,2	— 960	6.890	0,3424	— 0,5766	0,3462	— 0,1024	1,0102	0,00588	0,00588
0,3	— 990	6.860	0,3427	— 0,5946	0,3459	— 0,2066	1,0093	0,00042	0,00042
0,4	— 1.030	6.820	0,3401	— 0,6186	0,3453	— 0,3387	1,0159	0,00982	0,00982
0,5	— 1.060	6.790	0,3396	— 0,6366	0,3443	— 0,4864	1,0138	0,00878	0,00878
0,6	— 1.090	6.760	0,3351	— 0,6547	0,3429	— 0,6705	1,0234	0,01531	0,01531
0,7	— 1.110	6.740	0,3367	— 0,6667	0,3410	— 0,8492	1,0128	0,00853	0,00853
0,8	— 1.130	6.720	0,3339	— 0,6787	0,3388	— 0,9849	1,0147	0,00997	0,00997
0,9	— 1.150	6.700	0,3319	— 0,6907	0,3362	— 1,1158	1,0121	0,00836	0,00836
1,0	— 1.180	6.670	0,3306	— 0,7087	0,3333	— 1,2150	1,0082	0,00581	0,00581
0,1	— 1.150	6.700	0,3319	— 0,6907	0,3303	— 1,2213	0,9951	— 0,00339	— 0,00339
0,2	— 1.120	6.730	0,3344	— 0,6727	0,3274	— 1,0945	0,9791	— 0,01406	— 0,01406
0,3	— 1.070	6.780	0,3387	— 0,6427	0,3250	— 0,7910	0,9595	— 0,02601	— 0,02601
0,4	— 970	6.880	0,3441	— 0,5826	0,3237	— 0,2921	0,9107	— 0,03452	— 0,03452
0,5	— 850	7.000	0,3501	— 0,5105	0,3238	0,3903	0,9249	— 0,03835	— 0,03835
0,6	— 730	7.120	0,3561	— 0,4384	0,3258	0,5401	0,9149	— 0,03730	— 0,03730
0,7	— 610	7.240	0,3617	— 0,3664	0,3283	1,4592	0,9077	— 0,03382	— 0,03382
0,8	— 480	7.370	0,3662	— 0,2883	0,3332	2,4331	0,9099	— 0,02597	— 0,02597
0,9	— 350	7.500	0,3716	— 0,2102	0,3405	3,3774	0,9163	— 0,01760	— 0,01760
1,0	— 240	7.610	0,3772	— 0,1441	0,3501	4,2358	0,9282	— 0,01034	— 0,01034
0,1	— 100	7.750	0,3839	— 0,0601	0,3616	4,9639	0,9420	— 0,00349	— 0,00349
0,2	0	7.850	0,3901	0	0,3748	5,5175	0,9608	0	0
0,3	80	7.930	0,3962	0,0480	0,3891	5,8457	0,9822	0,00086	0,00086
0,4	160	8.010	0,4006	0,0960	0,4040	5,8997	1,0084	— 0,00081	— 0,00081
0,5	220	8.070	0,4037	0,1320	0,4186	5,6900	1,0367	— 0,00591	— 0,00591
0,6	270	8.120	0,4061	0,1620	0,4322	5,1625	1,0643	— 0,01042	— 0,01042
0,7	280	8.130	0,4062	0,1680	0,4441	4,2261	1,0933	— 0,01567	— 0,01567
0,8	290	8.140	0,4045	0,1740	0,4544	2,9370	1,1234	— 0,02147	— 0,02147
0,9	280	8.130	0,4028	0,1680	0,4599	1,3595	1,1418	— 0,02382	— 0,02382
1,0	230	8.080	0,4004	0,1380	0,4612	— 0,3809	1,1519	— 0,02096	— 0,02096
0,1	180	8.030	0,3978	0,1080	0,4595	— 2,1884	1,1550	— 0,01674	— 0,01674
0,2	120	7.970	0,3960	0,0720	0,4519	— 3,9208	1,1411	— 0,01016	— 0,01016
0,3	90	7.940	0,3967	0,0540	0,4402	— 5,3799	1,1097	— 0,00592	— 0,00592
0,4	70	7.920	0,3961	0,0420	0,4253	— 6,4447	1,0738	— 0,00359	— 0,00359
0,5	80	7.930	0,3967	0,0480	0,4083	— 7,0437	1,0295	— 0,00142	— 0,00142
0,6	100	7.950	0,3976	0,0601	0,3905	— 7,1107	0,9821	+ 0,00108	+ 0,00108
0,7	150	8.000	0,3997	0,0900	0,3732	— 6,6188	0,9337	0,00597	0,00597
0,8	250	8.100	0,4025	0,1500	0,3577	— 5,5718	0,8887	0,01669	0,01669
0,9	350	8.200	0,4062	0,2102	0,3470	— 4,0383	0,8542	0,03065	0,03065
1,0	480	8.330	0,4128	0,2883	0,3393	— 2,0809	0,8220	0,05133	0,05133
0,1	730	8.580	0,4251	0,4384	0,3370	0,3042	0,7927	0,09084	0,09084
0,2	980	8.830	0,4388	0,5986	0,3412	3,0447	0,7775	0,13318	0,13318
0,3	1.250	9.100	0,4546	0,7508	0,3552	5,9411	0,7813	0,16494	0,16494
0,4	1.510	9.360	0,4681	0,9069	0,3737	8,7789	0,7283	0,18292	0,18292
0,5	1.740	9.590	0,4797	1,0450	0,3990	11,3393	0,8319	0,17562	0,17562
0,6	1.950	9.800	0,4901	1,1711	0,4238	13,4887	0,8647	0,15845	0,15845
0,7	2.130	9.980	0,4986	1,2792	0,4598	15,0276	0,9221	0,09965	0,09965
0,8	2.270	10.120	0,50, 9	1,3633	0,4985	15,5393	0,9912	0,01193	0,01193
0,9	2.400	10.250	0,5078	1,4414	0,5373	15,1686	1,0581	— 0,08374	— 0,08374

δ	Z_i	$(1+m)q + Z_i$	h_i	$\frac{Z_i}{q}$	y'_i	y_i	ω_i	$\frac{y_i}{h_i}$	$1 - \frac{y_i}{h_i}$
1,0	2.540	10.390	0,5149	1,5255		0,5740	13,8608	1,1147	- 0,17503
0,1	2.640	10.490	0,5197	1,5855	0	0,6063	11,7091	1,1667	- 0,26434
0,2	2.730	10.580	0,5257	1,6396	0,05	0,6323	8,8587	1,2029	- 0,33267
0,3	2.780	10.630	0,5311	1,6697	0,10	0,6505	5,5360	1,2248	- 0,37803
0,4	2.800	10.650	0,5326	1,6817	0,15	0,6597	1,9230	1,2388	- 0,40158
0,5	2.820	10.670	0,5337	1,9937	0,20	0,6599	- 1,7846	1,2365	- 0,40053
0,6	2.820	10.670	0,5336	1,6937	0,15	0,6510	- 5,3489	1,2200	- 0,37261
0,7	2.820	10.670	0,5331	1,6937	0,10	0,6331	- 8,5334	1,1877	- 0,31890
0,8	2.820	10.670	0,5302	1,6937	0,05	0,6079	- 10,9919	1,1274	- 0,21578
0,9	2.850	10.700	0,5301	1,7117	0	0,5782	- 12,7006	1,0908	- 0,15541
1,0	2.890	10.740	0,5323	1,7357		0,5451	- 13,5915	1,0229	- 0,03974
0,1	2.900	10.750	0,5326	1,7417		0,5111	- 13,4537	0,9596	0,07031
0,2	2.880	10.730	0,5332	1,7297		0,4784	- 12,3279	0,8971	0,17797
0,3	2.850	10.700	0,5346	1,7117		0,4499	- 10,2939	0,8416	0,25949
0,4	2.780	10.630	0,5316	1,6697		0,4274	- 7,5440	0,8041	0,32710
0,5	2.700	10.550	0,5277	1,6216		0,4125	- 4,3349	0,7817	0,32399
0,6	2.600	10.450	0,5226	1,5616		0,4059	- 0,9421	0,7767	0,34870
0,7	2.400	10.250	0,5121	1,4414		0,4077	2,2984	0,7956	0,29462
0,8	2.200	10.050	0,4994	1,3213		0,4169	5,0461	0,8348	0,21823
0,9	2.000	9.850	0,4880	1,2012		0,4331	7,0737	0,8874	0,13646
1,0	1.780	9.630	0,4772	1,0691		0,4523	8,2544	0,9478	0,05580
0,1	1.500	9.350	0,4632	0,9009		0,4736	8,4683	1,0225	- 0,02027
0,2	1.260	9.110	0,4527	0,7568		0,4942	7,7046	1,0916	- 0,06592
0,3	980	8.830	0,4411	0,5986		0,5117	6,0582	1,1601	- 0,09583
0,4	700	8.550	0,4276	0,4204		0,5241	3,6116	1,2256	- 0,09484
0,5	480	8.330	0,4167	0,2883		0,5295	0,5500	1,2710	- 0,07813
0,6	100	7.950	0,3981	0,0601		0,5268	- 2,9796	1,3232	- 0,01942
0,7	- 200	7.650	0,3822	- 0,1202		0,5146	- 6,7957	1,3464	0,04164
0,8	- 480	7.370	0,3662	- 0,2883		0,4929	- 10,6072	1,3460	0,09975
0,9	- 830	7.020	0,3478	- 0,4985		0,4619	- 14,1547	1,3281	0,16355
1,0	- 1.100	6.750	0,3345	- 0,6607		0,4226	- 17,1369	1,2633	0,17396

Колесо со впадиной, глубиною 0,2 сантим.
Впадина вступает на 6-мъ пролетѣ.

δ	Z_i	$(1+m)q + Z_i$	h_i	$\frac{Z_i}{q}$	y'_i	y_i	ω_i	$\frac{y_i}{h_i}$	$\frac{Z_i}{q} \left(1 - \frac{y_i}{h_i}\right)$
1,0	2.540	10.390	0,5149	1,5255		0,5740	13,8608	1,1147	- 0,27503
0,1	2.640	10.490	0,5197	1,5855	0	0,6063	11,7091	1,1667	- 0,26434
0,2	2.730	10.580	0,5257	1,6396	- 0,05	0,5828	9,5895	1,1085	- 0,17788
0,3	2.780	10.630	0,5311	1,6697	- 0,10	0,5550	8,3988	1,0450	- 0,07567
0,4	2.800	10.650	0,5326	1,6817	- 0,15	0,5259	8,1471	0,9873	0,02135
0,5	2.820	10.670	0,5337	1,6937	- 0,20	0,4967	7,8459	0,9307	0,11741

δ	Z_i	$(1+m)q + Z_i$	h_i	$\frac{Z_i}{q}$	y'_i	y_i	ω_i	$\frac{y_i}{h_i}$	$\frac{Z_i}{q} \left(1 - \frac{y_i}{h_i}\right)$
0,6	2.820	10.670	0,5336	1,6937	- 0,15	0,5671	7,8967	1,0628	- 0,10635
0,7	2.820	10.670	0,5331	1,6937	- 0,10	0,6350	6,1932	1,1911	- 0,20162
0,8	2.820	10.670	0,5302	1,6937	- 0,05	0,6966	2,4244	1,3138	- 0,51147
0,9	2.850	10.700	0,5301	1,7117	0	0,7463	- 3,1744	1,4078	- 0,69803
1,0	2.890	10.740	0,5323	1,7357		0,7299	- 9,0365	1,3526	- 0,61200
0,1	2.900	10.750	0,5326	1,7417		0,7007	- 14,2911	1,3157	- 0,54984
0,2	2.880	10.730	0,5332	1,7297		0,6593	- 18,6267	1,2365	- 0,40906
0,3	2.850	10.700	0,5346	1,7117		0,6086	- 21,5193	1,1385	- 0,23706
0,4	2.780	10.630	0,5316	1,6697		0,5526	- 22,9118	1,0396	- 0,06611
0,5	2.700	10.550	0,5277	1,6216		0,4958	- 22,7528	0,9395	0,09811
0,6	2.600	10.450	0,5226	1,5616		0,4406	- 21,0867	0,8432	0,24490
0,7	2.400	10.250	0,5121	1,4414		0,3913	- 18,1184	0,7641	0,34002
0,8	2.200	10.050	0,4994	1,3213		0,3508	- 14,1602	0,7023	0,39330
0,9	2.000	9.850	0,4880	1,2012		0,3211	- 9,4907	0,6580	0,42382
1,0	1.780	9.630	0,4772	1,0691		0,3037	- 4,4488	0,6364	0,38854
0,1	1.500	9.350	0,4632	0,9009		0,2989	0,5406	0,6450	0,31986
0,2	1.260	9.110	0,4527	0,7568		0,3062	5,1252	0,6764	0,24489
0,3	980	8.830	0,4411	0,5986		0,3242	8,9969	0,7349	0,15866
0,4	700	8.550	0,4276	0,4204		0,3512	11,8290	0,8214	0,07505
0,5	480	8.330	0,4167	0,2883		0,3831	13,4373	0,9193	0,02326
0,6	100	7.950	0,3981	0,0601		0,4175	13,6446	1,0487	- 0,00293
0,7	- 200	7.650	0,3822	- 0,1202		0,4505	12,3620	1,1787	+ 0,02147
0,8	- 480	7.370	0,3662	- 0,2883		0,4786	9,7236	1,3042	0,08769
0,9	- 830	7.020	0,3478	- 0,4985		0,4985	5,8636	1,4331	0,21609
1,0	- 1.100	6.750	0,3345	- 0,6607		0,5075	1,0904	1,5172	0,34171

Приложение VI.

Примѣненіе уравненій Клапейрона.

Для разрѣшенія вопроса о динамическомъ дѣйствіи колеса на рельсъ, не упуская изъ вида весьма большое иногда вліяніе инерціи самого колеса при нагрузкѣ рельса многими колесами, какъ намѣчалъ въ Комиссіи профессоръ Васютинскій, нуженъ слѣдующій рядъ дѣйствій.

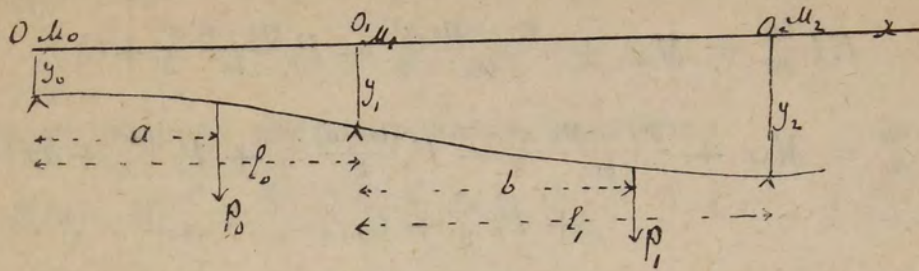
1. Для каждого изъ колесъ надо составить діаграмму силъ, по которой можно было бы опредѣлять вертикальную слагаемую всѣхъ силъ дѣйствующихъ на колесо въ любомъ положеніи его на рельсѣ.

2. Раздѣлить пролеты на желаемое число равныхъ частей, напримѣръ на 10.

3. Помѣщая избранное для изслѣдованія колесо на каждое изъ подраздѣленій пролета, опредѣляется величина моментовъ всѣхъ прилагаемыхъ къ рельсу опорныхъ сопротивленій и колесныхъ нагрузокъ и затѣмъ, пользуясь уравненіями Клапейрона, слѣдуетъ опредѣлить сопротивленія опоръ и соотвѣтственныя имъ перемѣщенія рельса въ точкахъ опоръ.

4. Имѣя всѣ эти величины, можно опредѣлить по уравненіямъ Клапейрона уравненіе линіи, обертывающей всѣ послѣдовательные изгибы оси рельса, которые онъ получаетъ при перемѣщеніи разсматриваемой системы колесъ.

Уравненіе этой обертывающей можно получить слѣдующимъ образомъ.



примемъ линію $O.O_2$ за ось абсциссъ и обозначимъ:

y — вертикальныя перемѣщенія точекъ оси рельса,

P_0 и P_1 — нагрузки,

l_0 и l_1 — разстоянія между опорами,

a и b — разстоянія точекъ приложенія нагрузокъ отъ ближайшихъ лѣвыхъ опоръ,

M_0 , M_1 и M_2 — моменты силъ, приложенныхъ къ рельсу лѣвѣе соответственныхъ точекъ.

Въ такомъ случаѣ можно, какъ извѣстно, написать уравненія упругихъ линій для отрѣзка оси отъ O до a .

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = M_0 + \frac{M_1 - M_0}{l_0} x - P_0 \frac{(l_0 - a)}{l_0} x \dots \quad (1)$$

и для отрѣзка отъ a до l_0

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = M_0 + \frac{M_1 - M_0}{l_0} x - P_0 \frac{(l_0 - a)}{l_0} x + P_0 (x - a) \quad (2)$$

интегрированіе этихъ уравненій даетъ два слѣдующія уравненія

$$EI \frac{dy}{dx} = M_0 x + \frac{M_1 - M_0}{l_0} \frac{x^2}{2} - P_0 \frac{(l_0 - a)}{l_0} \frac{x^2}{2} + C_1 \dots \quad (3)$$

и

$$EI \frac{dy}{dx} = M_0 x + \frac{M_1 - M_0}{l_0} \frac{x^2}{2} - P_0 \frac{(l_0 - a)}{l_0} \frac{x^2}{2} + P_0 \left(\frac{x^2}{2} - ax \right) + C_2 \dots \quad (4)$$

Такъ какъ оба отрѣзка упругихъ линій, въ точкѣ ихъ соединенія, имѣютъ общую касательную, то при $x = a$ вторыя части уравненій (3) и (4) взаимно равны и слѣдовательно

$$C_2 = C_1 + P_0 \frac{a^2}{2} \dots \dots \dots 1$$

и группа уравнений (3) и (4) можетъ быть замѣнена группою

$$EI \frac{dy}{dx} = M_0 x + \frac{M_1 - M_0}{l_0} \frac{x^2}{2} - P_0 \frac{(l_0 - a)}{l_0} \frac{x^2}{2} + C_1 \quad (5)$$

и

$$EI \frac{dy}{dx} = M_0 x + \frac{M_1 - M_0}{l_0} \frac{x^2}{2} - P_0 \frac{(l_0 - a)}{l_0} \frac{x^2}{2} + P_0 \left(\frac{x^2}{2} + ax \right) + P_0 \frac{a^2}{2} + C_1 \dots \dots \dots (6)$$

Второе интегрирование доставляетъ два уравненія

$$EIy = M_0 \frac{x^2}{2} + \frac{M_1 - M_0}{l_0} \frac{x^3}{6} - P_0 \frac{(l_0 - a)}{l_0} \frac{x^3}{6} + C_1 x + C_3 \quad (7)$$

и

$$EIy = M_0 \frac{x^2}{2} + \frac{M_1 - M_0}{l_0} \frac{x^3}{6} - P_0 \frac{(l_0 - a)}{l_0} \frac{x^3}{6} + P_0 \left(\frac{x^3}{6} - a \frac{x^2}{2} \right) + P_0 \frac{a^2}{2} x + C_1 x + C_4 \dots \dots \dots (8)$$

Такъ какъ оба отрѣзка при $x = a$ имѣютъ общую ординату, то при $x = a$ вторыя части двухъ послѣднихъ уравненій (7) и (8) взаимно равны и слѣдовательно

$$C_4 = C_3 - P_0 \frac{a^3}{6} \dots \dots \dots \text{II}$$

Совершенно подобныя исчисленія можно сдѣлать для части рельса, помѣщающейся во второмъ пролетѣ, длиною l_1 . Для нея

$$EI \frac{dy}{dx} = M_1 x + \frac{M_2 - M_1}{l_1} \frac{x^2}{2} - P_1 \frac{(l_1 - b)}{l_1} \frac{x^2}{2} + C_1' \quad (9)$$

и

$$EI \frac{dy}{dx} = M_1 x + \frac{M_2 - M_1}{l_1} \frac{x^2}{2} - P_1 \frac{(l_1 - b)}{l_1} \frac{x^2}{2} + P_1 \left(\frac{x^2}{2} - bx \right) + C_2' \dots \dots \dots (10)$$

и такъ какъ при $x = b$ первыя части уравненій (9) и (10) взаимно равны, то

$$C_2' = C_1' + P_1 \frac{b^2}{2} \dots \dots \dots \text{III}$$

и группа уравненій (9) и (10) замѣнится группою

$$EI \frac{dy}{dx} = M_1 x + \frac{M_2 - M_1}{l_1} \frac{x^2}{2} - P_1 \frac{(l_1 - b)}{l_1} \frac{x^2}{2} + C_1' \quad (11)$$

и

$$EI \frac{dy}{dx} = M_1 x + \frac{M_2 - M_1}{l_1} \frac{x^2}{2} - P_1 \frac{(l_1 - b)}{l_1} \frac{x^2}{2} + P_1 \left(\frac{x^2}{2} - bx \right) + P_1 \frac{b^2}{2} + C_1' \dots \dots \dots (12)$$

и послѣ второго интегрированія получится

$$EIy = M_1 \frac{x^2}{2} + \frac{M_2 - M_1}{l_1} \frac{x^3}{6} - P_1 \frac{(l_1 - b)}{l_1} \frac{x^3}{6} + C_1' x + C_3' \dots (13)$$

и

$$EIy = M_1 \frac{x^2}{2} + \frac{M_2 - M_1}{l_1} \frac{x^3}{6} - P_1 \frac{(l_1 - b)}{l_1} \frac{x^3}{6} + P_1 \left(\frac{x^3}{6} - \frac{bx^2}{2} \right) + P_1 \frac{b^2}{2} x + C_1' x + C_4' \dots \dots \dots (14)$$

Такъ какъ при $x = b$ первая части уравненій (13) и (14) взаимно равны, то

$$C_4' = C_3' - P_1 \frac{b^3}{b} \dots \dots \dots \text{IV}$$

Такимъ образомъ, уравненіями I, II, III и IV' определены постоянныя произвольныя C_2 , C_4 , C_2' и C_4' и остаются еще неопредѣленными C_1 , C_3 , C_1' и C_3' .

Для опредѣленія ихъ надо замѣтить, что при $x = 0$ уравненіе (8) даетъ

$$C_3 = EIy_0 \dots \dots \dots \text{V}$$

и уравненіе (13), тоже при $x = 0$, даетъ

$$C_3' = EIy_1 \dots \dots \dots \text{VI}$$

Для опредѣленія остальныхъ двухъ C_1 и C_1' надо обратить вниманіе на то, что часть кривой изогнутой оси изъ пролета l_0 , заключенная между a и l_0 и часть кривой изъ пролета l_1 , заключенная между 0 и b_1 имѣютъ при y_1 общую касательную и общую ординату.

Слѣдовательно, $\frac{dy}{dx}$ въ уравненіи (5) при $x = l$ и $\frac{dy}{dx}$ при $x = 0$ въ уравненіи (9) взаимно равны, поэтому

$$C_1' = M_0 l_0 + (M_1 - M_0) \frac{l_0}{2} - P_0 (l_0 - a) \frac{l}{2} + C_1 \dots (15)$$

и y въ уравненіи (8) при $x = l$ и y въ уравненіи (13) при $x = 0$ тоже взаимно равны, поэтому

$$EIy_0 = M_0 \frac{l_0^2}{2} + (M_1 - M_0) \frac{l_0^2}{6} - P_0 (l_0 - a) \frac{l_0^2}{6} + P_0 \left(\frac{l_0^3}{6} - \frac{al_0^2}{2} \right) + \\ + P_0 \frac{a^2 l_0}{2} + C_1 l_0 + EIy_0 - P_0 \frac{a^3}{6}$$

или

$$0 = M_0 \frac{l_0}{2} + (M_1 - M_0) \frac{l_0}{6} - P_0 (l_0 - a) \frac{l_0}{6} + P_0 \left(\frac{l_0^2}{6} - \frac{al_0}{2} \right) + \\ + P_0 \frac{a^2}{2} - P_0 \frac{a^3}{6l_0} + C_1 \dots \dots \dots (16)$$

Уравнение (16) определяет C_1 , а вычитая (16) изъ (15) получимъ

$$C_1' = \frac{M_0 l_0}{2} + (M_1 - M_0) \frac{l_0}{3} - P_0 (l_0 - a) \frac{l_0}{3} - P_0 \left(\frac{l_0^2}{6} - \frac{al_0}{2} \right) - \\ - P_0 \frac{a^2}{2} + P_0 \frac{a^3}{6l_0} \dots \dots \dots \text{VII}$$

и

$$C_1 = -\frac{M_0 l_0}{2} - (M_1 - M_0) \frac{l_0}{6} + P_0 (l_0 - a) \frac{l_0}{6} - P_0 \left(\frac{l_0^2}{6} - \frac{al_0}{2} \right) - \\ - P_0 \frac{a^2}{2} + P_0 \frac{a^3}{6l_0} \dots \dots \dots \text{VIII}$$

Послѣ опредѣленія величинъ C_1' и C_1 можно получить уравненія кривыхъ изогнутой оси рельса въ слѣдующихъ видахъ:

для пролета l_0 , въ части отъ 0 до a

$$EIy = EIy_0 - M_0 (l_0 - x) \frac{x}{2} - \frac{M_1 - M_0}{l_0} (l_0^2 - x^2) x - \\ - \frac{l_0 x^3 - ax^3 - a^2 x - 2al_0^2 x + 3a^2 l_0 x}{6l_0} \dots \dots \dots (17)$$

и для части отъ a до l_0

$$EIy = EIy_0 - M_0 (l_0 - x) \frac{x}{2} - \frac{M_1 - M_0}{6l_0} (l_0^2 - x^2) x + \\ + \frac{ax^3 + a^2 x - 3al_0 x^2 - a^3 l_0 + 2al_0^2 x}{6l_0} \dots \dots \dots (18)$$

Чтобы получить линію, обертывающую всѣ положенія изогнутой оси рельса въ пролетѣ l_0 , при перемѣщеніи груза отъ $a = 0$ до $a = l_0$, достаточно въ уравненіи (17) поставить a въ замѣну x , съ условіемъ придавать величинѣ a всѣ значенія отъ 0 до l_0 .

Такимъ образомъ, получается уравненіе

$$EIy = EIy_0 + \frac{M_0}{6l_0} [4l_0^2 a + 3l_0 a^2 - a^3] - \frac{M_1 l_0^2 a}{6l_0} - \\ - \frac{a^2}{6l_0} [4al_0 - 2l_0^2 - 2a^2]$$

или, замѣняя a буквою x ,

$$EIy = EIy_0 + \frac{M_0}{6l_0} [4l_0^2 x + 3l_0 x^2 - x^3] - \frac{M_1 l_0^2 x}{6l_0} + \\ + \frac{1}{6l_0} [2l_0^2 x^2 - 4l_0 x^3 + 2x^4] \dots \dots \dots (19)$$

Это уравненіе должно замѣнить выведенное мною ранѣе уравненіе обертывающей кривой при передвиженіи одиночнаго колеса.

Въ части рельса въ пролетѣ l_1 для части отъ 0 до b изъ уравненія (13) съ (IV) и (VII) получается

$$EIy = EIy_1 + \frac{(M_0 + 2M_1)}{6l_0} l_0^2 x + \frac{3M_1 l_0}{6l_0} x^2 - \frac{M_1 - M_2}{6l_0} \frac{l_0}{l_1} x^3 - \\ - P_1 \frac{(l_1 - b)}{l_1} \frac{x^3}{6} - P_0 x \frac{3l_0^3 + al_0^2 - 3a^2 l_0 + a^3}{6l_0}$$

Если $b = a = x_1$ и $l_0 = l_1$, то

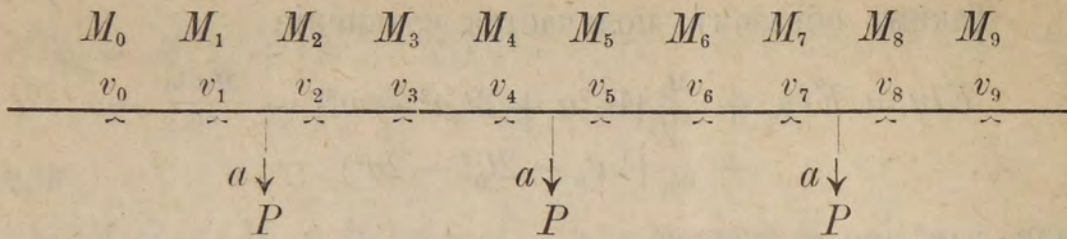
$$EIy = EIy_1 + \frac{M_0 + 2M_1}{6l_0} l_0^2 x + \frac{3M_1}{6l_0} l_0 x^2 - \frac{M_1 - M_2}{6l_0} x^3 - \\ - \frac{P_1}{6l_0} (l_0 x^3 - x^4) - P_0 \frac{3l_0^3 x + al_0^2 x^2 - 3l_0 x^3 + x^4}{6l_0} \dots (20)$$

Если бы въ пролетѣ l_0 нагрузки не было, $P_0 = 0$ и

$$EIy = EIy_1 + \frac{M_0 + 2M_1}{6l_0} l_0^2 x + \frac{3M_1}{6l_0} l_0 x^2 - \frac{M_1 - M_2}{6l_0} x^3 - \\ - \frac{P}{6l_0} (l_0 x^3 - x^4) \dots \dots \dots (21)$$

Слѣдуетъ еще имѣть въ виду, что моменты M_0 , M_1 и M_2 , зависящіе отъ сопротивленія опоръ, будутъ измѣняться съ величиною x , такъ какъ опорныя сопротивленія мѣняются при перемѣщеніи грузовъ.

Для уясненія хода послѣдовательныхъ вычисленій, приводящихъ къ опредѣленію точекъ искомой обертывающей линіи, приводится случай дѣйствія трехъ равно нагруженныхъ колесъ, оси которыхъ разставлены на 3 пролета.



Въ такомъ случаѣ моменты отъ M_0 до M_9 опредѣляются уравненіями:

$$\left. \begin{aligned}
 M_0 &= 0 \\
 M_1 &= 1v_0l \\
 M_2 &= 2v_0l + v_1l - (l-a)P \\
 M_3 &= 3v_0l + 2v_1l + v_2l - (2l-a)P \\
 M_4 &= 4v_0l + 3v_1l + 2v_2l + v_3l - (3l-a)P \\
 M_5 &= 5v_0l + 4v_1l + 3v_2l + 2v_3l + v_4l - (5l-2a)P \\
 M_6 &= 6v_0l + 5v_1l + 4v_2l + 3v_3l + 2v_4l + v_5l - (7l-2a)P \\
 M_7 &= 7v_0l + 6v_1l + 5v_2l + 4v_3l + 3v_4l + 2v_5l + v_6l - (9l-2a)P \\
 M_8 &= 8v_0l + 7v_1l + 6v_2l + 5v_3l + 4v_4l + 3v_5l + 2v_6l + v_7l - (12l-3a)P \\
 M_9 &= 0
 \end{aligned} \right\} \text{IX}$$

При этихъ величинахъ моментовъ уравненія Клапейрона получаютъ слѣдующія выраженія.

$$\begin{aligned}
 \gamma(2v_1 - v_0 - v_2) &= 6v_0 + v_1 - \frac{(l-a)}{l}P + \frac{(l^2 - a^2)a}{l^3}P \\
 \gamma(2v_2 - v_1 - v_3) &= 12v_0 + 6v_1 + v_2 - \frac{6l-5a}{l}P + \frac{(l^2 - a^2)a}{l^3}P \\
 \gamma(2v_3 - v_2 - v_4) &= 18v_0 + 12v_1 + 6v_2 + v_3 - \frac{12l-6a}{l}P \\
 \gamma(2v_4 - v_3 - v_5) &= 24v_0 + 18v_1 + 12v_2 + 6v_3 + v_4 - \frac{19l-7a}{l}P + \frac{(l^2 - a^2)a}{l^3}P \\
 \gamma(2v_5 - v_4 - v_6) &= 30v_0 + 24v_1 + 18v_2 + 12v_3 + 6v_4 + v_5 - \frac{30l-11a}{l}P + \frac{(l^2 - a^2)a}{l^3}P \\
 \gamma(2v_6 - v_5 - v_7) &= 36v_0 + 30v_1 + 24v_2 + 18v_3 + 12v_4 + 6v_5 + v_6 - \frac{42l-12a}{l}P \\
 \gamma(2v_7 - v_6 - v_8) &= 42v_0 + 36v_1 + 30v_2 + 24v_3 + 18v_4 + 12v_5 + 6v_6 + v_7 - \frac{55l-13a}{l}P + \frac{(l^2 - a^2)a}{l^3}P \\
 \gamma(2v_8 - v_7 - v_9) &= 39v_0 + 34v_1 + 29v_2 + 24v_3 + 19v_4 + 14v_5 + 9v_6 + 4v_7 - \frac{57l-14a}{l}P + \frac{(l^2 - a^2)a}{l^3}P \\
 0 &= v_0 + v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + v_6 + v_7 + v_8 + v_9 - 3P \\
 0 &= 9v_0 + 8v_1 + 7v_2 + 6v_3 + 5v_4 + 4v_5 + 3v_6 + 2v_7 + v_8 - \frac{15l-3a}{l}P
 \end{aligned}$$

Эта группа изъ 10 уравненій должна быть разрѣшена при каждой изъ заданныхъ величинъ a .

Послѣ разрѣшенія этихъ 70-ти уравней можно будетъ приступить къ опредѣленію обертывающей линіи, вызываемой среднимъ колесомъ въ пролетѣ между v_4 и v_5 .

Для этого изъ группы X надо взять v_1 и по его величинѣ опредѣлить y_4 , который и будетъ въ обертывающей кривой при $x = 0$.

Затѣмъ, изъ группы XI надо взять v_0, v_1, v_2, v_3, v_4 и v_5 и при ихъ посредствѣ опредѣлить y_4 и помощью уравненій группы IX опредѣлить M_3, M_4 и M_5 .

Вставивъ эти величины въ уравненіе (21) вмѣсто y_1, M_0, M_1 и M_2 и написавъ въ немъ $x = 0,2$, найдемъ y , соотвѣтствующее $x = 0,2l$ въ пролетѣ между v_4 и v_5 .

Разрѣшить надо будетъ 5 уравненій.

Чтобы найти y въ томъ же пролетѣ, но соотвѣтствующій $x = 0,4l$, надо изъ уравненій группы XII найти v_4 и всѣ величины v отъ v_0 до v_4 и помощью уравненій группы IX найти M_3, M_4 и M_5 . Величины ихъ, вставленныя въ уравненіе 21 вмѣсто y_1, M_0, M_1 и M_2 , при $x = 0,4$, дадутъ величину y , соотвѣтствующую $x = 0,4l$. Разрѣшить надо 5 уравненій.

Подобно вышеуказанному, для опредѣленія y въ пролетѣ v_4 и v_5 , соотвѣтствующаго $a = 0,5l$, надо изъ уравненія группы XIII найти v_4 и всѣ v отъ v_0 до v_4 посредствомъ уравненія группы IX M_3, M_4 и M_5 , ввести ихъ въ уравненіе (21) вмѣсто y_1, M_0, M_1 и M_2 при $x = 0,5$, тогда опредѣлится y соотвѣтствующее срединѣ пролета. Рѣшить надо 5 уравненій.

Такимъ образомъ, каждой изъ величинъ a соотвѣтствуетъ рѣшеніе 5 уравненій и всѣмъ 7-ми величинамъ соотвѣтствуетъ 35 уравненій.

Итакъ, для опредѣленія 7-ми точекъ обертывающей кривой надо рѣшить 35 уравненій.

Величины промежуточныхъ y , соотвѣтствующихъ $a = 0,1, a = 0,3, a = 0,7$ и $a = 0,9$, можно будетъ найти интерполированіемъ.

Въ заключеніе этой работы будетъ получена таблица статическихъ перемѣщеній точки прикосновенія средняго колеса съ рельсомъ при дѣйствіи 3-хъ колесъ.

Примѣненіе новой теоріи доставитъ динамическія пониженія точекъ прикосновенія колесъ съ рельсомъ.

Вышеприведенныя группы уравненій отъ IX до XVI написаны въ предположеніи равенства давленій производимыхъ колесами. Если давленія будутъ различны, то соотвѣтственно каждой величинѣ a надо будетъ поставить относящуюся къ ней величину P . При этомъ измѣняются члены, содержащіе множители P ; но ходъ разрѣшенія уравненій останется прежній.

Если для полнаго оборота колеса оно должно будетъ пройти нѣсколько пролетовъ, то для каждаго пролета нужно будетъ произвести всѣ упомянутыя выше дѣйствія. Напримеръ, при діаметрѣ колеса въ 180 сантиметровъ и при пролетахъ въ 70 сантиметровъ, полный оборотъ колеса займетъ 8 пролетовъ. Въ этомъ случаѣ число уравненій, подлежащихъ разрѣшенію, будетъ $35 \times 8 = 280$.

Колоссальность этой вспомогательной работы для одного человѣка заставила меня ограничиться той точностью рѣшенія, которая получается при разсмотрѣннн одиночнаго колеса.

Разница результатовъ отъ примѣненія къ изслѣдованію опытовъ Дудлея двухъ способовъ — одного, разсматривающаго одиночное колесо, и другого, разсматривающаго группу трехъ колесъ, получается всего въ какіе-нибудь 6% и лишь въ рѣдкихъ случаяхъ болѣе, но не свыше 13%. Обстоятельство это не дало повода прибѣгать къ формуламъ Клапейрона.

Отказъ отъ пользованія формулами Клапейрона представлялся тѣмъ болѣе допустимымъ и даже необходимымъ потому, что формулами этими оказывалось возможнымъ съ большими трудностями устранять ошибки при опредѣленіи статическихъ моментовъ изгибающихъ силъ дѣйствія нагрузокъ лишь до 13%; въ то время какъ при изслѣдованіи статическихъ дѣйствій силъ при неправильныхъ формахъ колесныхъ шинъ приходится считаться съ возможностью ошибокъ въ опредѣленіи динамическихъ дѣйствій того же колеса уже не въ 13%, а гораздо бѣльшихъ.

Это описаніе достаточно объясняетъ, почему, изучая опыты Дудлея, я не прибѣгалъ къ уравненіямъ Клапейрона, хотя и предвидѣлъ ошибки въ нѣкоторыхъ немногихъ случаяхъ не только въ 6⁰/о, но можетъ быть и въ 13⁰/о.

19 Апрѣля
1913 г.

Н. Петровъ.

Приложеніе VII.

Графическія представленія таблицъ динамическихъ
дѣйствій колеса на рельсъ.

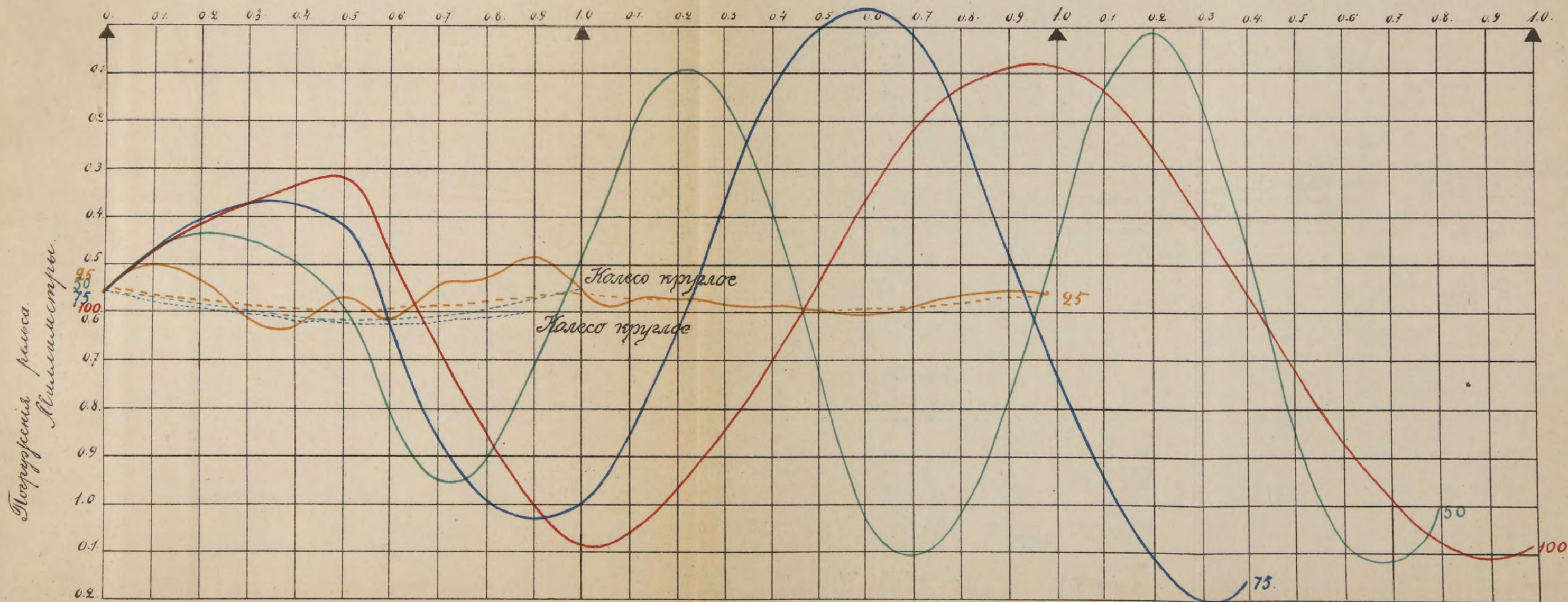
Примечание VII.

Содержание предмета, о котором говорится в настоящем примечании, не имеет отношения к предмету, о котором говорится в примечании VI.

Графическое изображение динамических таблиц:

I, II, III и IV (1907г)

4 опоры; $A = 0,2$; ординаты таблиц у увеличены в 100 раз
 Колесо круглое и колесо шлицевое впадину глубиной 0,4 сантиметра.

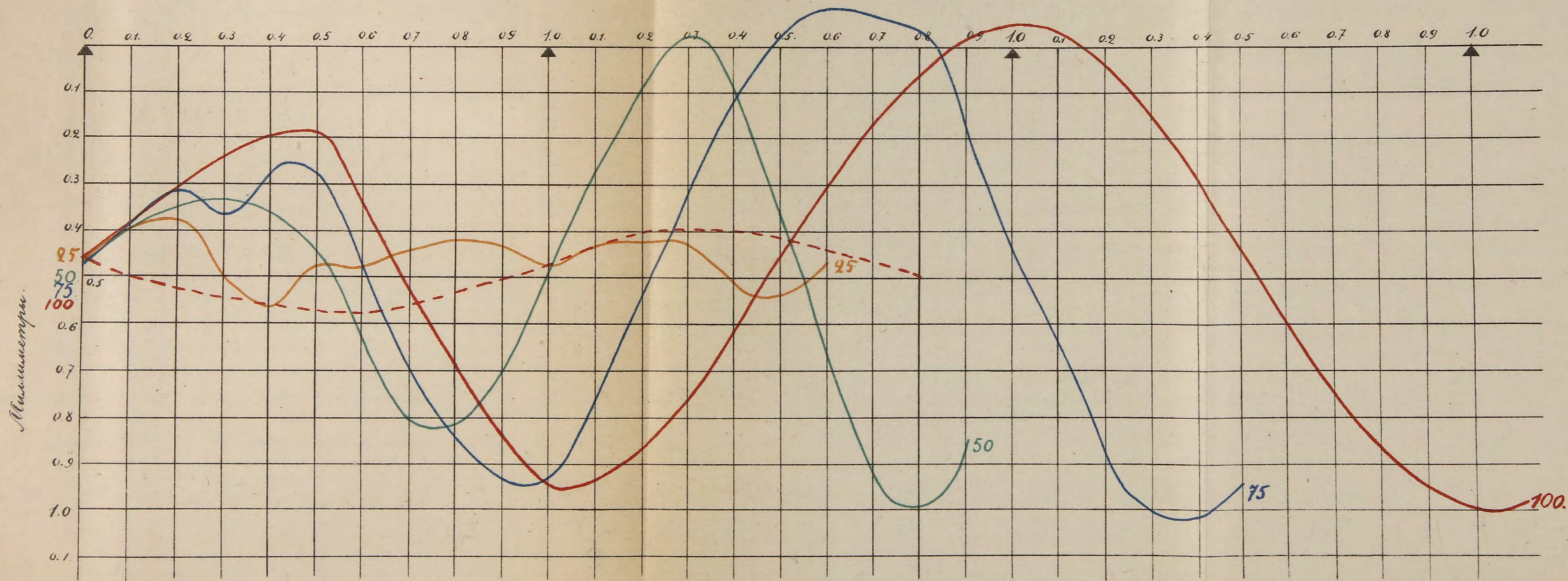


Графическое изображение динамических таблиц

V, VI, VII и VIII (1972)

4 скорости; $A = 0.5$

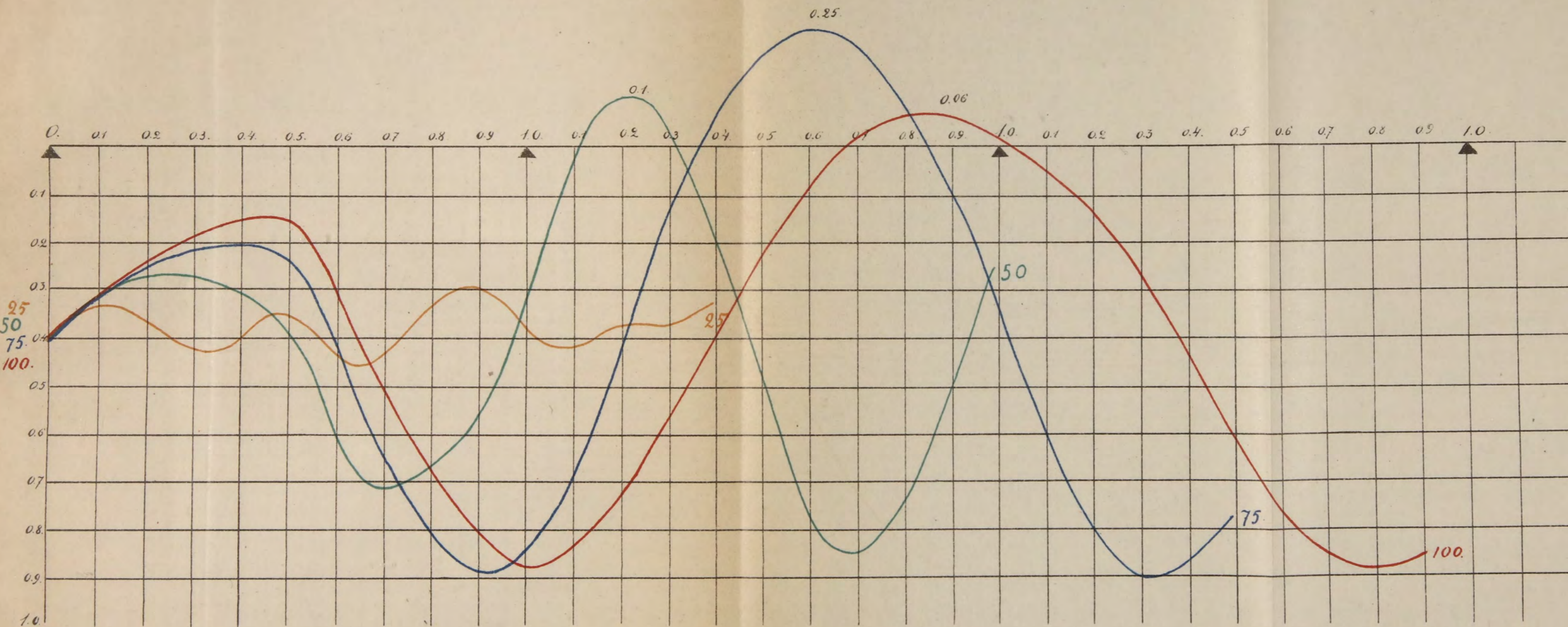
ординаты таблиц y : увеличены в 100 раз



Графическое изображение динамических таблиц:

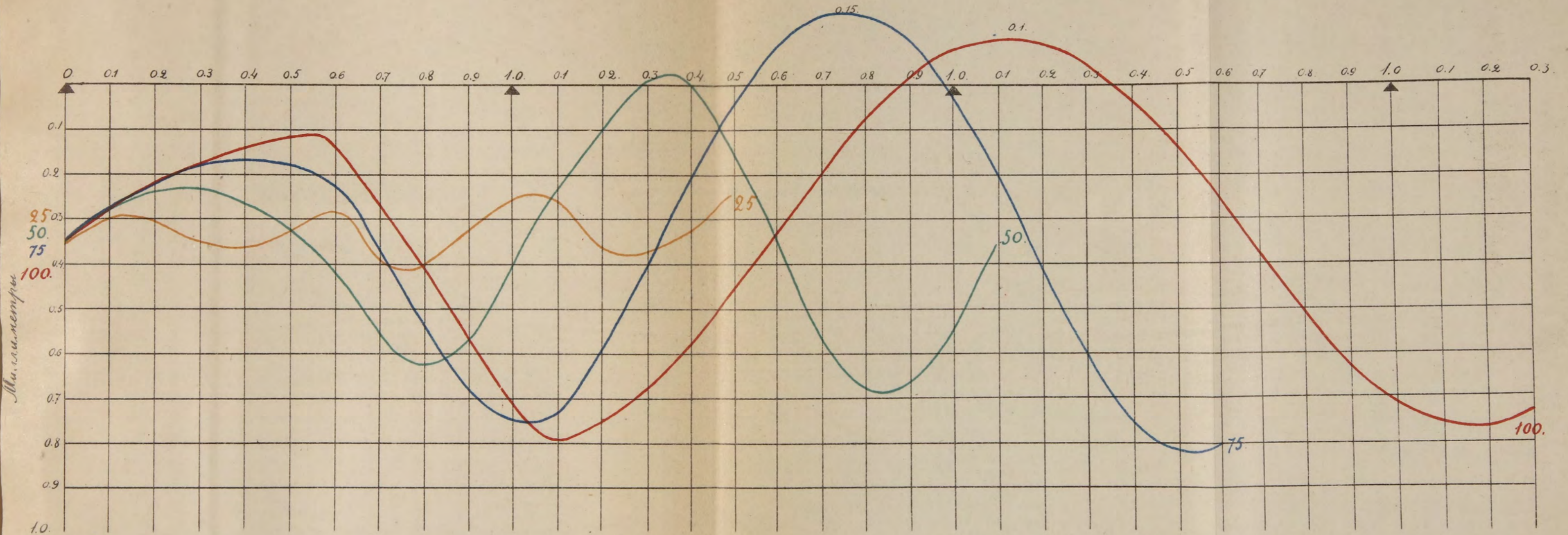
IX, X, XI и XII (1907г.)

4 опоры; $A=1$; ординаты таблиц y : увеличены в 100 раз



Графическое изображение динамических таблиц.
XIII, XIV, XV и XVI (1907г).

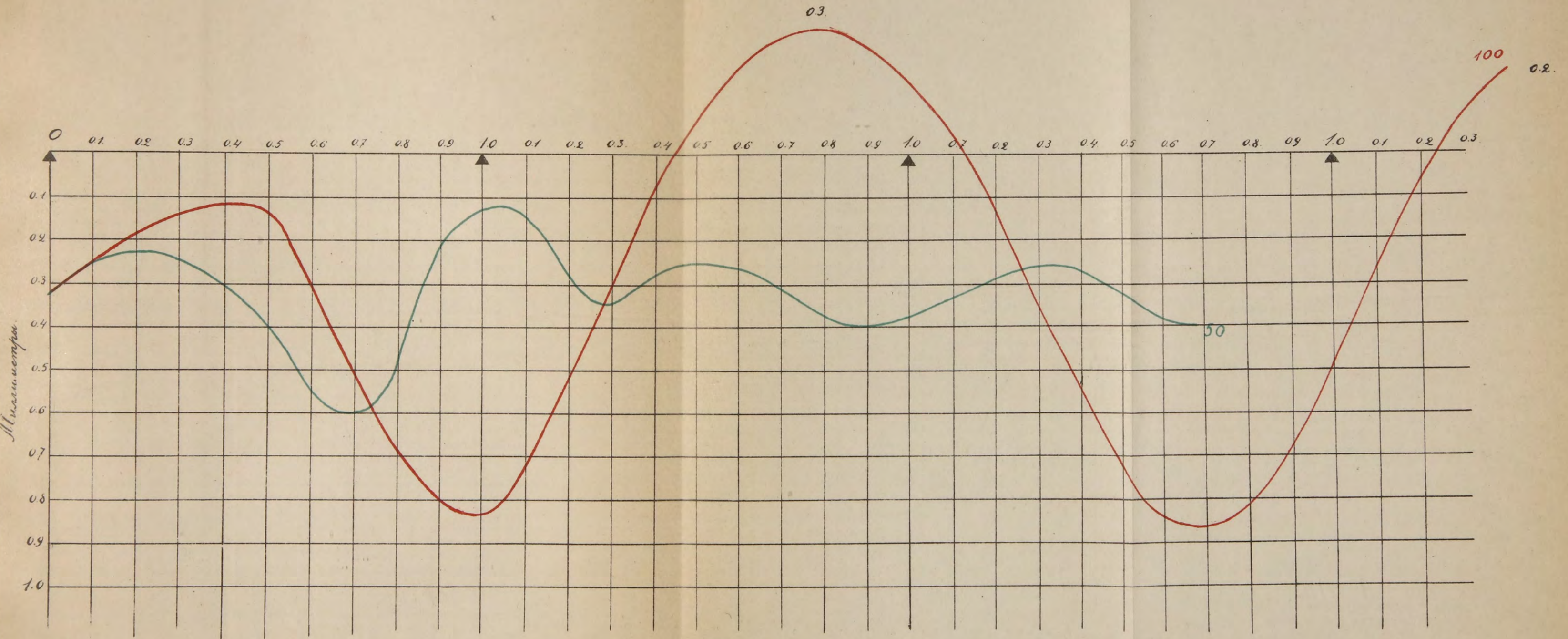
4 опоры, $N=2$, ординаты таблиц y : увеличены в 100 раз



Графическое изображение динамических таблиц:

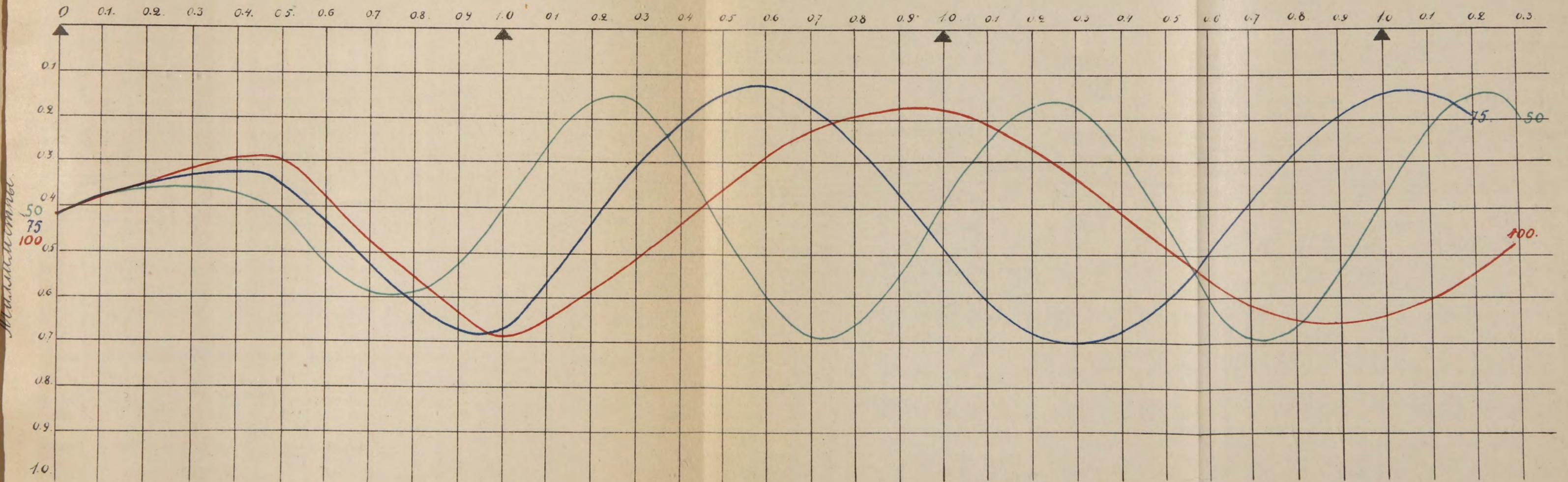
XVII и XVIII (1907г.)

6 опоры; $\lambda=2$; ординаты таблиц у: увеличены в 100 раз.

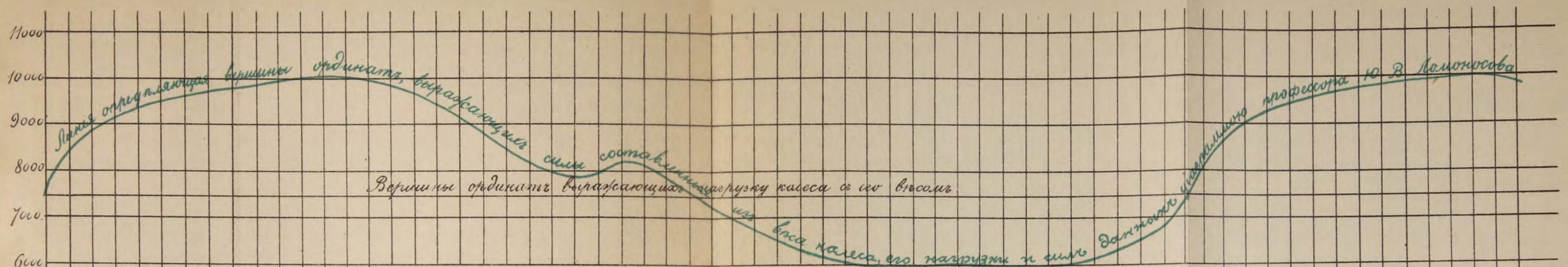


Графическое изображение динамических таблиц

4 опоры; $A = 0,753$.

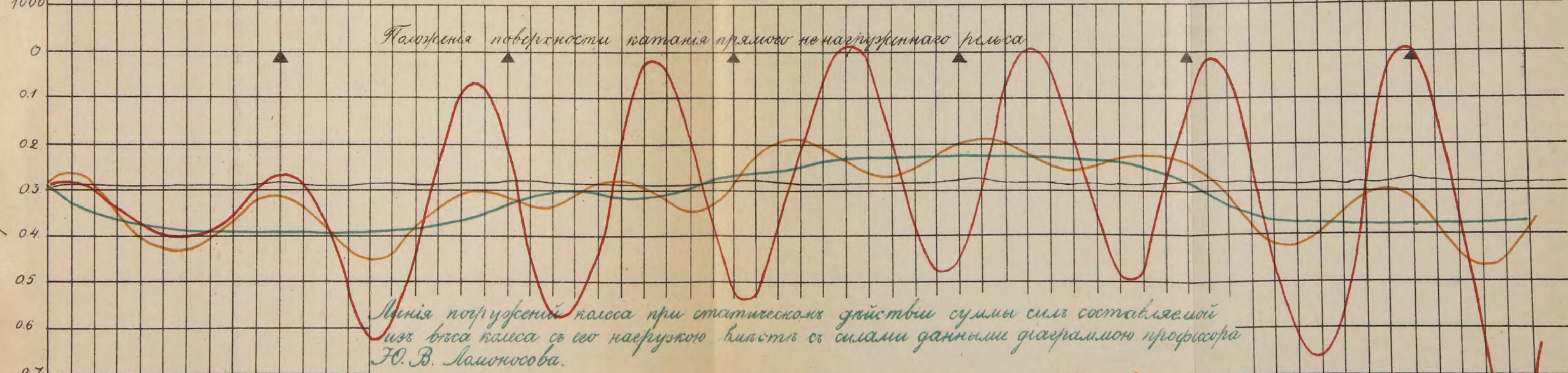


высоты



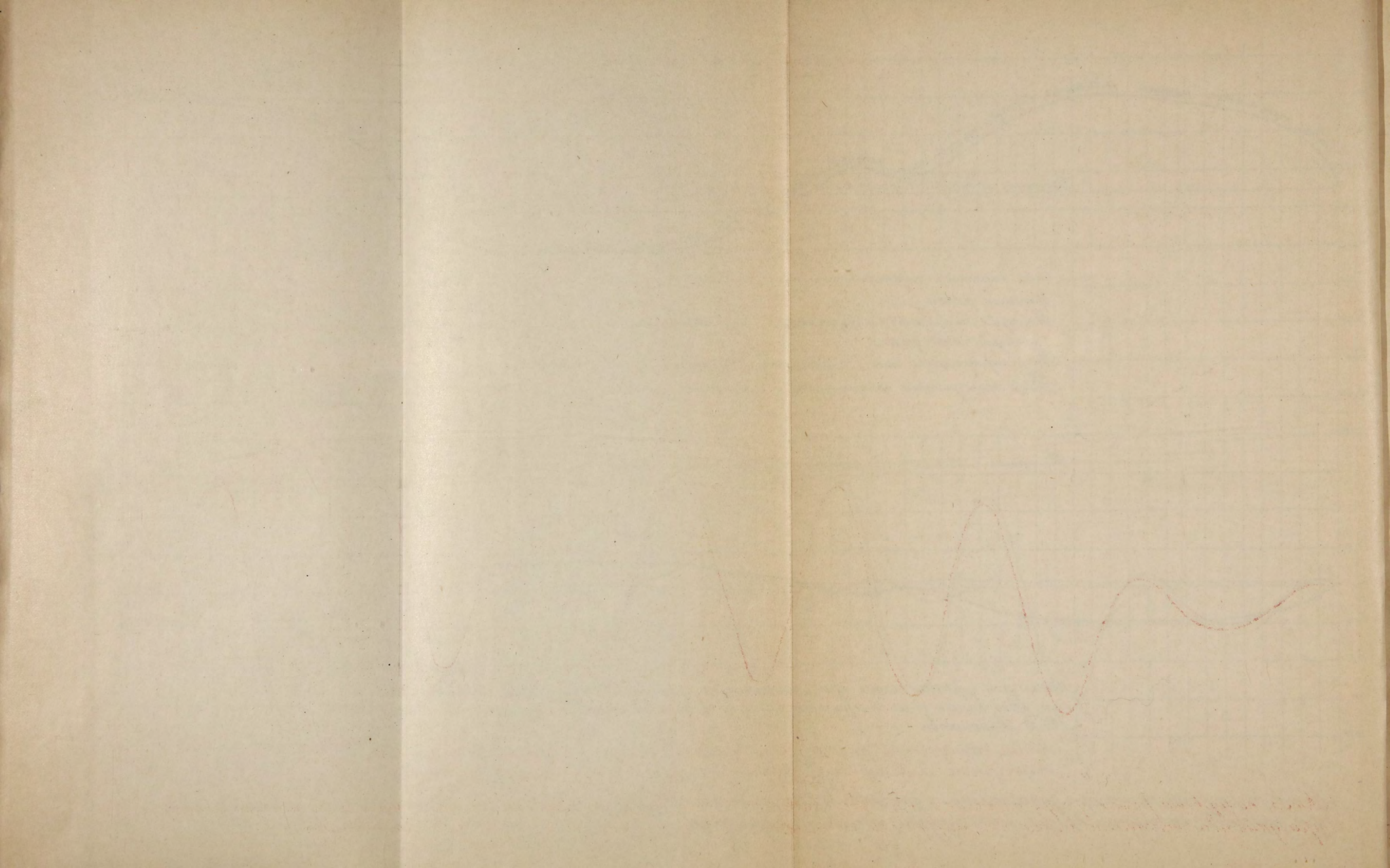
Силы выражены ординатами направленными вверх от линии положения не нагруженного рельса.
 Погружения выражены ординатами направленными вниз от линии положения не нагруженного рельса.
 При определении сил 1 миллиметр выражает 100 килограммов.
 При определении погружений величины их на чертеже увеличены в 100 раз.

глубина погружения



Линия погружений рельса при динамическом действии влияния мянутой сумми сил приложенных к круглому колесу.

Линия погружений рельса при динамическом действии колеса совпадениям глубиной в 0,2 сантиметра, катящегося по прямому рельсу при действии тягового колеса его нагрузки и сил определенных по диаграмме профессора Ю. В. Ломоносова.



Діаграма силъ, приложенныхъ къ ведущему колесу паровоза Сормоветкаго завода 1-3-1, діаметромъ 1830 мм, производящаго при давленіи на рельсъ въ 7850 килограм. при скорости 52 километра въ часъ составл. М.В.Толобовымъ и А.С.Ряевскимъ.

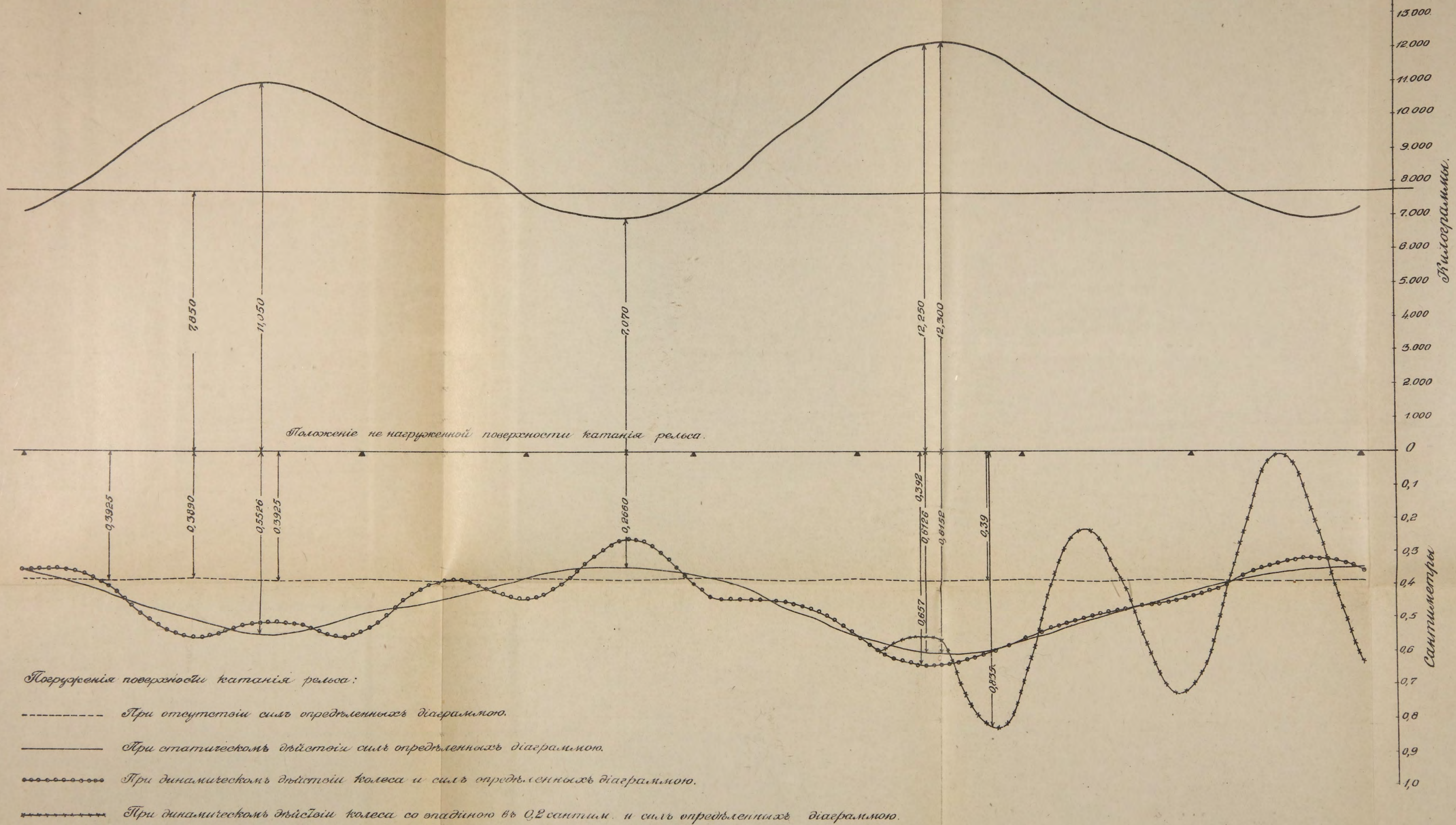


Диаграмма сил приложенных к ведущему колесу паровоза Сортовского завода 1-3-1,
 диам. 1830^{мм} производящего при покое давление на рельсы в 7850 килограмм при скорости 104 километра в час составлен М.В.Толодковым и А.С.Рябовым

